

Pengendalian Kualitas Statistik Air Higiene Sanitasi Hasil *Water Treatment Plant* Menggunakan Peta Kendali *Spatial Signed Rank MEWMA* (SSRM) dan Peta Kendali *Spatial Signed Rank double MEWMA* (SSRdM)

Salsabila Hasananda, dan Wibawati
Departemen Statistika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)
e-mail: wibawati@statistika.its.ac.id

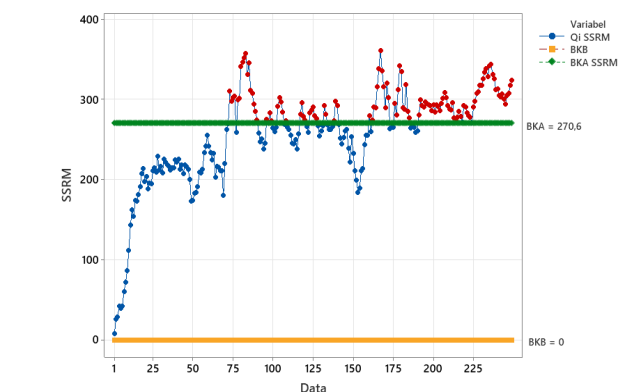
Abstrak—Unit *water treatment plant* di PT “X” merupakan unit pengolahan air bersih yang menyediakan, memproduksi, dan menyalurkan air hygiene sanitasi sebesar 300 m^3 per jam kepada masyarakat. Terdapat lima karakteristik kualitas yang digunakan yaitu tingkat pH air, konsentrasi klorin aktif, kekeruhan (*turbidity*), total *hardness*, dan total *solid*. Proses spesifikasi baku mutu pengolahan air hygiene sanitasi PT “X” merujuk pada PERMENKES RI No. 32 Tahun 2017. Data yang digunakan pada penelitian ini adalah karakteristik kualitas produk air hygiene sanitasi PT “X” pada bulan Januari 2021 – Desember 2021. Hasil pengujian dependensi dan normal multivariat menunjukkan bahwa pengendalian kualitas air hygiene sanitasi dapat dilakukan dengan menggunakan peta kendali SSRM dan peta kendali SSRdM. Hal ini dikarenakan peta kendali SSRM dan peta kendali SSRdM baik digunakan untuk data yang tidak berdistribusi normal multivariat. Peta kendali SSRdM lebih sensitif dalam monitoring rata-rata proses dibandingkan peta kendali SSRM. Terlihat melalui hasil perbandingan pengendalian kualitas air hygiene sanitasi menggunakan peta kendali SSRM dan peta kendali SSRdM dengan beberapa nilai pembobot yang menunjukkan bahwa jumlah pengamatan *out of control* pada peta kendali SSRdM lebih banyak dibandingkan peta kendali SSRM, sehingga dapat dikatakan bahwa peta kendali SSRdM menggungguli peta kendali SSRM dalam *monitoring* rata-rata proses data air hygiene sanitasi hasil *water treatment plant* di PT “X”.

Kata Kunci—Air Higiene Sanitasi, Pengendalian Kualitas, SSRdM, SSRM.

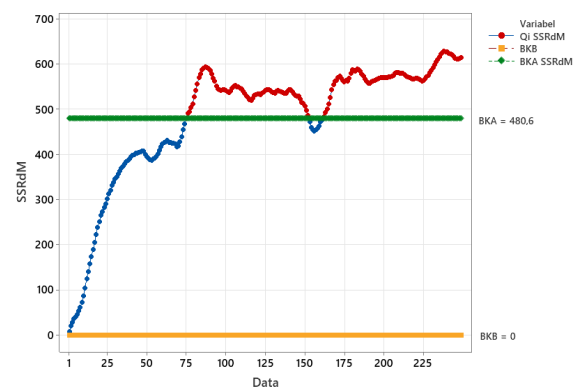
I. PENDAHULUAN

AIR adalah kebutuhan dasar untuk seluruh kehidupan di Bumi. Air tergolong sumber daya alam yang tidak akan habis jumlahnya meski digunakan terus-menerus. Menurut data Badan Pusat Statistik (BPS) pada tahun 2019, Indonesia memiliki 68.700.700 rumah tangga yang rata-rata beranggotakan 4 orang, sehingga kebutuhan akan sumber air bersih di Indonesia sangat besar. Berdasarkan publikasi statistik air bersih oleh BPS kebutuhan akan sumber air bersih ditopang oleh produksi air bersih dengan potensi kapasitas produksi perusahaan air bersih tahun 2019 di Indonesia sebesar 20.013.200.000 liter per hari.

Mengingat kebutuhan akan air bersih yang besar, kualitas air bersih juga merupakan hal yang patut diperhatikan. Berdasarkan data dari Kementerian Lingkungan Hidup dan Kehutanan pada tahun 2019 pada publikasi statistik lingkungan hidup Indonesia: air dan udara oleh BPS tahun 2020, dari 98 sungai di Indonesia, 54 sungai berstatus cemar



Gambar 1. Peta kendali SSRM dengan $\lambda = 0,1$.



Gambar 2. Peta kendali SSRdM dengan $\lambda = 0,1$.

ringan, 6 sungai cemar ringan-cemar sedang, dan 38 sungai berstatus cemar ringan-cemar berat. Sehingga pemeriksaan dan penanganan kualitas air dalam proses pengolahan air baku menjadi air hygiene sanitasi di setiap wilayah haruslah sesuai dengan PERMENKES RI No. 32 Tahun 2017 tentang standar baku mutu kesehatan lingkungan dan persyaratan kesehatan air untuk keperluan hygiene sanitasi, kolam renang, solus per aqua dan pemandian umum menyebutkan bahwa air untuk keperluan hygiene sanitasi adalah air dengan kualitas tertentu yang digunakan untuk keperluan sehari-hari yang kualitasnya berbeda dengan kualitas air minum [1].

Water treatment plant pada PT “X” memproses air baku yang berasal dari Sungai Bengawan Solo menjadi air hygiene sanitasi. Air hygiene sanitasi pada PT “X” memiliki spesifikasi karakteristik kualitas yang berpedoman pada PERMENKES RI No. 32 Tahun 2017 sedangkan pada

Tabel 1.
Variabel penelitian

Karakteristik Kualitas	Satuan Pengukuran	Skala
pH air (X_1)	-	Interval
Klorin Aktif (X_2)	mg/liter	Rasio
Kekeruhan (X_3)	NTU	Interval
Total Hardness (X_4)	^o DH	Interval
Total Solid (X_5)	mg/liter	Rasio

Tabel 2.
Struktur data penelitian

Sampel ke- i	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}
2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}
3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{35}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
n	x_{n1}	x_{n2}	x_{n3}	x_{n4}	x_{n5}

Tabel 3.
Statistika Deskriptif

Nama Variabel	Mean	Variance	Max	Min
pH Air (X_1)	7,216	0,0147	7,51	6,75
Klorin Aktif (X_2)	0,315	0,003	0,40	0,20
Kekeruhan (X_3)	3,118	0,749	8,80	1,90
Total Hardness (X_4)	7,955	0,085	9,60	7,20
Total Solid (X_5)	376,13	653,25	390	225

Tabel 4.
Hasil uji dependensi data karakteristik kualitas air higiene sanitasi

Output	Nilai
χ^2_{hitung}	635,549

Tabel 5.
Hasil uji normalitas multivariat data karakteristik kualitas air higiene sanitasi

Output	Nilai
P -value	0,000

PDAM Surabaya spesifikasi karakteristik kualitas air yang digunakan mengacu pada PERMENKES RI Noomor 492 Tahun 2010 dan PERMENKES RI Nomor 736 Tahun 2010. Karakteristik kualitas air higiene sanitasi di PT “X” meliputi tingkat pH air, konsentrasi klorin aktif, kekeruhan (*turbidity*), total *hardness*, dan total *solid*. Nilai pH air sendiri sangat erat kaitannya dengan faktor-faktor kimia pada air seperti faktor kesadahan atau total *hardness*. Proses pengendalian kualitas yang dilakukan tergolong masih konvensional dengan hanya melakukan pengecekan komposisi dari masing masing karakteristik kualitas dengan spesifikasi baku mutunya di laboratorium tanpa pengecekan karakteristik kualitas secara serentak, padahal secara teori terdapat hubungan antar setiap karakteristik kualitas air higiene sanitasi tersebut. Sehingga dibutuhkan pengendalian kualitas secara statistik menggunakan peta kendali multivariat terhadap produk air higiene sanitasi PT “X” dikarenakan pengendalian kualitas merupakan hal yang penting untuk keperluan konsumen ditambah pula air higiene sanitasi merupakan kebutuhan pokok masyarakat sekitar.

Peta kendali adalah teknik yang digunakan untuk mendeteksi suatu proses sehingga penyebab terjadinya pergeseran proses dapat dideteksi dengan cepat sebelum banyak produk yang tidak sesuai dengan spesifikasinya. Pada penelitian ini dilakukan monitoring *mean* proses air higiene sanitasi di PT “X” menggunakan peta kendali multivariat dengan pengamatan individu. Beberapa peta kendali multivariat dengan pengamatan individu yang sering digunakan untuk *monitoring mean* proses adalah peta kendali T^2 Hotteling, peta kendali *Multivariate Exponentially*

Tabel 6.

Data hasil transformasi dengan *multivariate spatial signed rank*

Sampel ke- i	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	0,047	-0,086	0,006	0,016	0,301
2	0,247	-0,541	0,030	0,136	0,363
3	0,055	-0,082	0,005	0,159	0,237
4	0,210	-0,063	0,419	0,078	0,210
5	0,248	-0,156	0,024	0,480	-0,077
6	0,055	-0,082	0,005	0,159	0,237
7	0,248	-0,378	-0,347	0,354	0,414
8	0,458	-0,367	-0,005	0,219	0,088
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
249	0,111	-0,244	0,017	0,350	0,414

Tabel 7.
Perbandingan pembobot peta kendali SSRM

Lambda (λ)	Jumlah <i>Out of Control</i>	Titik terjauh	BKA	Selisih
0,1	120	360,8	270,6	90,2
0,2	51	215,4	150,0	65,5
0,3	39	153,4	106,0	47,4
0,4	17	125,8	86,6	39,2
0,5	8	104,9	77,7	27,2
0,6	5	88,0	71,1	16,9
0,7	3	74,3	65,2	9,0
0,8	2	63,8	59,4	4,4
0,9	2	54,5	53,3	1,2

Tabel 8.
Perbandingan pembobot peta kendali SSRdM

Lambda (λ)	Jumlah <i>Out of Control</i>	Titik terjauh	BKA	Selisih
0,1	165	627,6	480,6	147,0
0,2	123	341,2	255,2	86,0
0,3	80	244,6	169,7	74,8
0,4	44	190,7	129,1	61,6
0,5	35	150,4	103,2	47,3
0,6	25	126,8	82,9	43,9
0,7	9	102,7	75,4	27,4
0,8	4	80,5	68,6	12,0
0,9	2	63,4	59,0	4,4

Weighted Moving Average (MEWMA), dan peta kendali *double Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (dMEWMA). Namun terdapat asumsi yang harus dipenuhi dalam penggunaan peta kendali, yaitu pada peta kendali T^2 Hotteling data haruslah berdistribusi normal multivariat sedangkan peta kendali MEWMA bersifat *robust to normality* [2]. Penelitian menggunakan peta kendali MEWMA untuk pegendalian kualitas air PDAM Surya Sembada Kota Surabaya menunjukkan bahwa data air PDAM tidak berdistribusi normal multivariat dan hasil *monitoring* proses rata-rata belum terkendali secara statistik [3].

Peta kendali MEWMA harus menggunakan pembobot tertentu agar bersifat *robust to normality*, sehingga peta kendali MEWMA akan sesuai apabila digunakan untuk data dari distribusi normal [2]. Pada penelitian sebelumnya, Alkahtani (2010) menemukan bahwa peta kendali dMEWMA lebih unggul daripada MEWMA dalam mendeteksi pergeseran kecil (δ) dan nilai pembobot (λ) yang lebih besar dari data berdistribusi normal [8]. Sedangkan di dalam dunia industri, data yang dianalisis tidak selalu berdistribusi normal sehingga peta kendali multivariat nonparametrik adalah metode alternatif yang dapat memainkan peran penting dalam pengendalian kualitas. Penelitian yang dilakukan oleh Haanchumpol, dkk (2020) menggunakan peta kendali multivariat nonparametrik jenis

baru untuk *monitoring mean* proses dengan mengintegrasikan peta kendali MEWMA dan dMEWMA dengan *spatial signed rank* dari data berdistribusi *gamma* [4]. Sehingga pada penelitian ini akan dilakukan pengujian kualitas air higiene sanitasi hasil *water treatment plant* pada PT “X” menggunakan *modern multivariate control chart using spatial signed rank for non-normal process* yang merupakan integrasi peta kendali MEWMA dan dMEWMA dengan *spatial signed rank* yang disebut peta kendali *Spatial Signed Rank* MEWMA (SSRM) dan *Spatial Signed Rank* dMEWMA (SSRdM) dikarenakan pengamatan diukur secara multivariat dan pengambilan pengamatan dilakukan secara individu. Diharapkan penelitian ini dapat *monitoring* proses produksi air higiene sanitasi PT “X” dengan baik dan menghasilkan produk yang berkualitas yang sesuai dengan spesifikasi. Hasil dari penelitian juga diharapkan dapat digunakan PT “X” untuk meningkatkan kualitas air higiene sanitasi.

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Statistika Deskriptif

Statistika deskriptif adalah suatu metode statistik yang berkaitan dengan pengumpulan dan penyajian suatu gugus data sehingga memberikan informasi yang berguna. Ukuran pemusatan data meliputi *mean*, *median*, dan *mode* sedangkan ukuran keragaman data meliputi *range*, varians, dan standar deviasi. *Mean* adalah indikator pusat yang paling umum digunakan yang berisi serangkaian pengukuran dari jumlah pengukuran dibagi dengan banyaknya angka pengamatan [5]. Penyusunan tabel, diagram, grafik, dan besaran-besaran lain termasuk dalam kategori statistika deskriptif. Perlu dimengerti bahwa statistika deskriptif tidak dapat menarik kesimpulan atau interpretasi apapun tentang gugus pada suatu data.

B. Uji Dependensi

Uji dependensi pada kasus multivariat digunakan untuk mengetahui apakah antar variabel saling berhubungan atau tidak. Uji dependensi yang digunakan adalah *Barlett’s test* dimana antar variabel dapat dikatakan independen (tidak terdapat hubungan) apabila matrik korelasi sama dengan matriks identitas. Hipotesis pada *Barlett’s test* adalah sebagai berikut.

Hipotesis:

$H_0 : R = I$ (Tidak terdapat hubungan antar variabel)

$H_1 : R \neq I$ (Terdapat hubungan antar variabel)

Statistik Uji:

$$\chi^2_{hitung} = -\left(n - 1 - \frac{2p+5}{6}\right) \ln|R| \tag{1}$$

dengan R dapat diestimasi menggunakan matriks korelasi sampel sebagai berikut,

$$R = \begin{pmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{1p} \\ r_{21} & 1 & \dots & r_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{p1} & r_{p1} & \dots & 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

dengan

$$r_{jh} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)(x_{ih} - \bar{x}_h)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 (x_{ih} - \bar{x}_h)^2}} \tag{3}$$

Tabel 9.

Perbandingan jumlah pengamatan *out of control* peta kendali dengan $\lambda = 0,1$

Peta Kendali	Jumlah Pengamatan <i>Out of Control</i>
Peta Kendali <i>Spatial Signed Rank</i> MEWMA (SSRM)	120
Peta Kendali <i>Spatial Signed Rank double</i> MEWMA (SSRdM)	165

Tabel 10.

Perbandingan jumlah pengamatan *out of control* peta kendali dengan $\lambda = 0,2$

Peta Kendali	Jumlah Pengamatan <i>Out of Control</i>
Peta Kendali <i>Spatial Signed Rank</i> MEWMA (SSRM)	51
Peta Kendali <i>Spatial Signed Rank double</i> MEWMA (SSRdM)	123

Tabel 11.

Perbandingan jumlah pengamatan *out of control* peta kendali dengan $\lambda = 0,3$

Peta Kendali	Jumlah Pengamatan <i>Out of Control</i>
Peta Kendali <i>Spatial Signed Rank</i> MEWMA (SSRM)	39
Peta Kendali <i>Spatial Signed Rank double</i> MEWMA (SSRdM)	80

Keterangan:

R : Matriks korelasi antar variabel

n : Banyak pengamatan yang dilakukan

p : Banyak karakteristik kualitas

r_{jh} : Nilai korelasi antara variabel ke- j dan variabel ke- h

x_{ij} : Sampel ke- i variabel ke- j ($j = 1, 2, \dots, p$)

x_{ih} : Sampel ke- i variabel ke- h ($h = 1, 2, \dots, p$)

\bar{x}_j : Rata-rata sampel variabel ke- j

\bar{x}_h : Rata-rata sampel variabel ke- h

i : Observasi ke- i ($i = 1, 2, \dots, n$)

Tolak H_0 jika $\chi^2_{hitung} > \chi^2_{\alpha, \frac{1}{2}p(p-1)}$ atau $p - value < \alpha$.

Nilai $p - value < \alpha$ menunjukkan bahwa ada korelasi yang cukup antar variabel atau dapat diartikan bahwa antar variabel saling berhubungan [3].

C. Uji Normalitas Multivariat

Uji normalitas multivariat merupakan pengujian pada lebih dari satu variabel terhadap distribusi normal. Dalam pengertian sederhana, normalitas multivariat memiliki arti bahwa setiap variabel secara individu berdistribusi normal dan secara kombinasi/multivariat juga berdistribusi normal sehingga apabila suatu variabel berdistribusi normal multivariat maka variabel tersebut juga normal secara univariat namun suatu variabel berdistribusi normal secara univariat belum tentu normal secara multivariat [6]. Suatu pengamatan $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p$ dengan parameter *mean* μ dan varians Σ memiliki distribusi normal multivariat dengan *probability density function* sebagai berikut.

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} |\Sigma|^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{(x-\mu)' \Sigma^{-1} (x-\mu)}{2}} \tag{4}$$

Uji normalitas multivariat dilakukan menggunakan *Shapiro-Wilk test* dengan hipotesis sebagai berikut.

$H_0 : F(x) = F_w^*(x)$ (Data berdistribusi normal multivariat)

$H_1 : F(x) \neq F_w^*(x)$ (Data tidak berdistribusi normal multivariat)

Statistik Uji:

$$W^* = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p W_{Z_i} \tag{5}$$

dengan,

$$W_{Z_i} = \frac{b^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})} \tag{6}$$

untuk n bernilai genap maka nilai b adalah sebagai berikut dengan nilai $m = \frac{n}{2}$.

$$b = \sum_{i=1}^m a_{n-i+1} (x_{n-1+1} - x_{ik}) \tag{7}$$

Sedangkan untuk n bernilai ganjil maka nilai b adalah sebagai berikut dengan nilai $m = \frac{(n-1)}{2}$

$$b = a_n(x_n - x_1) + \dots + a_{m+2}(x_{m+2} - x_m) \tag{8}$$

dengan x_{m+1} adalah nilai median dari nilai a yang merupakan koefisien dari tabel *normality test*.

W_{Z_i} adalah statistik *Shapiro-Wilk* berdasarkan observasi ke- i dari pengamatan transformasi Z_{i1}, \dots, Z_{in} dengan $i = 1, \dots, p$. Tolak H_0 apabila nilai $W^* < C_{\alpha;n,p}$ atau $p - value < \alpha$ dimana nilai $C_{\alpha;n,p}$ adalah nilai quantil statistik *Shapiro-Wilk*.

D. Transformasi dengan Multivariat Spatial Signed Rank

Sebelum membuat peta kendali *Spatial Signed Rank MEWMA* (SSRM) dan *Spatial Signed Rank dMEWMA* (SSRdM) perlu dilakukan transformasi data awal menggunakan *multivariate nonparametric test* yaitu *spatial signed rank*. Proses transformasi dilakukan karena antar karakteristik kualitas yang diamati saling berhubungan dan tidak berdistribusi normal multivariat. Tanda suatu pengamatan berupa vektor dengan dimensi satu pada dasarnya adalah arah (+1 atau -1) dari titik asal [7]. Dalam vektor dengan dimensi lebih dari satu, fungsi *spatial sign* didefinisikan sebagai berikut.

$$U(x) = \begin{cases} \|x\|^{-1}x, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} \tag{9}$$

yang mana pada vektor dua dimensi dapat dituliskan sebagai berikut,

$$U(x) = \begin{cases} \|x_j - x_h\|^{-1}(x_j - x_h), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

dengan $x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)'$ dengan nilai $i = 1, 2, 3, \dots, n$ dan $\|x\| = (x'x)^{\frac{1}{2}}$ adalah jarak *Euclidean* dari vektor x . Sedangkan *spatial rank* dari pengamatan adalah rata-rata *signs* dari perbedaan pengamatan tersebut dengan persamaan berikut.

$$R(x) = ave\{U(x - x_i)\} \tag{10}$$

Pada vektor dua dimensi persamaan 10 dapat dituliskan sebagai berikut.

$$R(x_j) = ave_h \left\{ \|x_j - x_h\|^{-1} (x_j - x_h) \right\}$$

Sehingga *spatial signed rank* pada pengamatan dapat dijelaskan pada persamaan dibawah ini:

$$Q(x) = \frac{[R_x(x) + R_{-x}(x)]}{2} \tag{11}$$

Dapat pula dituliskan sebagai berikut untuk vektor dua dimensi sebagai berikut

$$Q(x_j) = \frac{(R(x_j) + ave_h \{ \|x_j - x_h\|^{-1} (x_j - x_h) \})}{2}$$

Multivariate spatial signed rank dari pengamatan yang telah ditransformasi ($Q(x_i)$), adalah *standardized spatial signed rank* berdasarkan *inner standardization* [2].

E. Peta Kendali Spatial Signed Rank MEWMA (SSRM)

Peta kendali *Spatial Signed Rank MEWMA* (SSRM) adalah pengembangan dari peta kendali MEWMA yang efektif untuk mendeteksi pergeseran kecil dan tidak terfokus pada bentuk distribusi data tertentu pada rata-rata proses dikarenakan adanya proses standarisasi menggunakan *spatial signed rank* [4]. Statistik SSRM dijelaskan pada persamaan di bawah ini.

$$Q(y_i) = \lambda Q(x_i) + (1 - \lambda)Q(y_{i-1}) \tag{12}$$

dengan

i : 1,2,3, ..., n

n : Banyak pengamatan yang dilakukan

$Q(y_0)$: 0

$Q(x_i)$: Hasil *spatial signed rank* dari x_i

λ : Besar pembobot dengan nilai $0 < \lambda < 1$.

Selanjutnya untuk perhitungan titik pengamatan pada peta kendali SSRM adalah sebagai berikut,

$$Q_i^{SSRM} = Q(y_i)' \Sigma_{Q(y_i)}^{-1} Q(y_i) \tag{13}$$

dengan matriks kovarians dari $Q(y_i)$ adalah sebagai berikut

$$\Sigma_{Q(y_i)} = \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{2i}] \Sigma_{Q(x_i)} \tag{14}$$

dimana $\Sigma_{Q(x_i)}$ adalah matriks kovarians dari $Q(x_i)$. Apabila nilai $Q_i^{SSRM} > BKA$ maka menandakan adanya sinyal *out of control* dengan nilai BKB SSRM adalah 0. Nilai Batas Kendali Atas (BKA) untuk peta kendali SSRM didapatkan berdasarkan nilai pembobot dan hasil adaptasi ARL_0 .

F. Peta Kendali Spatial Signed Rank dMEWMA (SSRdM)

Peta kendali *Spatial Signed Rank dMEWMA* (SSRdM) adalah pengembangan dari peta kendali dMEWMA yang lebih sensitif dalam mendeteksi pergeseran kecil daripada peta kendali MEWMA dan dMEWMA [4]. Statistik SSRdM adalah sebagai berikut,

$$Q(z_i) = \lambda Q(y_i) + (1 - \lambda)Q(z_{i-1}) \tag{15}$$

dengan

i : 1,2,3, ..., n

n : Banyaknya pengamatan yang dilakukan

$Q(z_0)$: 0

λ : Besar pembobot dengan nilai $0 \leq \lambda \leq 1$.

Selanjutnya untuk perhitungan titik pengamatan pada peta kendali SSRdM adalah sebagai berikut,

$$Q_i^{SSRdM} = Q(z_i)' \Sigma_{Q(z_i)}^{-1} Q(z_i) \tag{16}$$

dengan matriks kovarians dari $Q(z_i)$ adalah sebagai berikut.

$$\Sigma_{Q(z_i)} = \left[\frac{\lambda^4}{(1 - (1 - \lambda)^2)^3} \right] (1 + (1 - \lambda)^2 - (i + 1)^2(1 - \lambda)^{2i} + (2i^2 + 2i - 1)(1 - \lambda)^{2i+2} - i^2(1 - \lambda)^{2i+4}) \Sigma_{Q(x_i)} \tag{17}$$

Notasi $\Sigma_{Q(x_i)}$ adalah matriks kovarians dari $Q(x_i)$. Apabila nilai $Q_i^{SSRM} > BKA$ maka menandakan adanya sinyal *out of control* dengan nilai BKB SSRM adalah 0. Nilai Batas Kendali Atas (BKA) untuk peta kendali SSRdM didapatkan berdasarkan nilai pembobot dan hasil adaptasi ARL_0 .

G. Air Higiene Sanitasi

Air higiene sanitasi adalah air yang digunakan oleh masyarakat untuk pemeliharaan kebersihan setiap individu seperti mandi, cuci, dan kakus yang mana standar baku mutu untuk air higiene sanitasi diatur dalam Peraturan Menteri Kesehatan Republik Indonesia No. 32 Tahun 2017 [1].

H. Water Treatment Plant PT. "X"

Water treatment plant pada PT "X" adalah unit yang bertugas dalam memproses air baku yang bersumber dari Sungai Bengawan Solo menjadi air bersih higiene sanitasi dengan tujuan sebagai unit pengolahan air industri, pemasok sumber air di beberapa daerah di kota tersebut, dan kebutuhan pemadam kebakaran. *Water treatment plant* mampu mendistribusikan air higiene sanitasi sebesar 300 m^3 per jam kepada masyarakat dengan tahapan pengolahan mulai dari prasedimentasi, koagulasi, flokulasi, sedimentasi, aerasi, filtrasi disinfeksi, penampungan, inspeksi dan distribusi.

III. METODOLOGI PENELITIAN

A. Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari hasil pengujian harian kualitas air higiene sanitasi PT "X" mulai dari tanggal 1 Januari 2021 hingga 31 Desember 2021.

B. Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah karakteristik kualitas dari air higiene sanitasi PT "X". Tabel 1 merupakan karakteristik kualitas yang mengacu pada PERMENKES RI No. 32 Tahun 2017.

C. Struktur Data

Struktur data yang digunakan pada penelitian ini dapat dilihat pada Tabel 2 dengan n adalah banyaknya jumlah pengamatan.

D. Langkah Analisis

Langkah-langkah analisis dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mendeskripsikan karakteristik kualitas air higiene sanitasi PT "X" menggunakan statistika deskriptif.
2. Melakukan pengujian korelasi antar karakteristik kualitas air higiene sanitasi PT "X" menggunakan *Bartlett's test*. Apabila tidak terdapat korelasi antar karakteristik kualitas air higiene sanitasi maka pengendalian kualitas air higiene sanitasi PT "X" menggunakan peta kendali univariat dan diambil kesimpulan serta saran.
3. Melakukan pengujian normal multivariat terhadap karakteristik kualitas air higiene sanitasi PT "X" menggunakan *Shapiro-Wilk test*. Apabila memenuhi asumsi normal multivariat maka dilanjutkan dengan analisis menggunakan peta kendali MEWMA dan dMEWMA serta diambil kesimpulan serta saran, namun

apabila tidak memenuhi asumsi normal multivariat maka dilanjutkan dengan langkah analisis selanjutnya.

4. Menghitung BKA untuk peta kendali SSRM dan SSRdM pada ARL_0 , hingga nilai ARL_0 mendekati 370. Berikut merupakan langkah-langkah menghitung BKA untuk peta kendali SSRM dan SSRdM: (a) Membuat *time series plot* untuk melihat pola data awal. (b) Membuat peta kendali MEWMA untuk data berpola stasioner yang dilihat melalui *time series plot* hingga didapatkan peta kendali MEWMA yang *in control* pada nilai pembobot optimum. (c) Mendapatkan data hasil transformasi menggunakan *multivariate spatial signed rank* pada data hasil peta kendali MEWMA yang telah *in control*. (d) Menghitung nilai statistik peta kendali SSRM dan SSRdM pada data *in control* yang telah ditransformasi menggunakan *multivariate spatial signed rank*. (e) Melakukan *resampling* nilai statistik peta kendali SSRM dan SSRdM sebanyak 15.000 kali menggunakan pendekatan *bootstrap*. (f) Membuat histogram dari data hasil *resampling* nilai statistik peta kendali SSRM dan SSRdM. (g) Menghitung persentil $(1 - \alpha)$ dari hasil *resampling* nilai statistik peta kendali SSRM dan SSRdM, dimana nilai $\alpha = 0,0027$ untuk nilai $ARL_0 = 370$.
5. Membuat peta kendali SSRM dengan langkah-langkah sebagai berikut: (a) Melakukan transformasi data awal air higiene sanitasi menggunakan *multivariate spatial signed rank*. (b) Menghitung vektor $Q(y_i)$. (c) Menghitung matriks kovarians berdasarkan $Q(y_i)$. (d) Menghitung nilai Q_i^{SSRM} pada setiap pengamatan. (e) Membuat *plot* Q_i^{SSRM} berdasarkan setiap λ dengan BKA dari ARL_0 yang telah didapatkan dan BKB = 0. (f) Mencari titik maksimum dari setiap Q_i^{SSRM} . (g) Melakukan pemilihan nilai λ yang optimum berdasarkan selisih terkecil dari selisih $|\max(Q_i^{SSRM}) - BKA|$ dan jumlah titik yang berada diluar batas kendali (*out of control*). (h) Peta kendali SSRM yang terpilih adalah peta kendali dengan λ optimum.
6. Membuat peta kendali SSRdM dengan langkah-langkah sebagai berikut: (a) Menghitung vektor $Q(z_i)$. (b) Menghitung matriks kovarians berdasarkan $Q(z_i)$. (c) Menghitung nilai Q_i^{SSRdM} pada setiap pengamatan. (d) Membuat *plot* Q_i^{SSRdM} berdasarkan setiap λ dengan BKA dari ARL_0 yang telah didapatkan dan BKB = 0. (e) Mencari titik maksimum dari setiap Q_i^{SSRdM} . (f) Melakukan pemilihan nilai λ yang optimum berdasarkan selisih terkecil dari selisih $|\max(Q_i^{SSRdM}) - BKA|$ dan jumlah titik yang berada diluar batas kendali (*out of control*). (g) Peta kendali SSRdM yang terpilih adalah peta kendali dengan λ optimum.
7. Melakukan deteksi karakteristik kualitas penyebab *out of control* pada pengendalian kualitas air higiene sanitasi.
8. Membuat kesimpulan dan saran dari hasil analisis yang telah dilakukan.

IV. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

A. Statistika Deskriptif

Analisis karakteristik data karakteristik kualitas air higiene sanitasi ditampilkan pada Tabel 3.

Dari Tabel 3 diketahui bahwa nilai tertinggi pada variabel kekeruhan adalah sebesar 8,8 NTU yang melebihi batas spesifikasi tingkat kekeruhan yaitu 5 NTU dan nilai tertinggi pada variabel klorin aktif sebesar 0,4 mg/liter, bernilai sama dengan batas spesifikasi tertinggi untuk klorin aktif yaitu sebesar 0,4 mg/liter. Seluruh variabel penelitian memiliki nilai rata-rata yang sesuai dengan batas spesifikasi.

B. Uji Dependensi

Sebelum melakukan pengendalian kualitas statistik pada karakteristik kualitas air higiene sanitasi di PT "X", perlu dilakukan uji dependensi untuk mengetahui apakah antar variabel saling berhubungan atau tidak. Oleh karena itu, dilakukan uji asumsi dependensi yang ditunjukkan pada Tabel 4.

Tabel 4 menunjukkan hasil uji dependensi atau X_{hitung}^2 hasil uji dependensi adalah 635,549. Selanjutnya X_{hitung}^2 dibandingkan dengan $\chi_{\alpha, \frac{1}{2}p(p-1)}^2$, dimana hasil perbandingan menunjukkan bahwa nilai $\chi_{hitung}^2 > \chi_{\alpha, \frac{1}{2}p(p-1)}^2$ yaitu 635,549 > 18,307 yang menghasilkan keputusan tolak H_0 maka dapat disimpulkan terdapat hubungan antar variabel penelitian. Sehingga pada penelitian ini dilakukan pengendalian kualitas statistik secara multivariat.

C. Uji Normalitas Multivariat

Uji normalitas multivariat digunakan untuk melihat data karakteristik kualitas air higiene sanitasi memenuhi asumsi distribusi normal multivariat atau tidak. Tabel 5 merupakan hasil uji normalitas multivariat data karakteristik kualitas air higiene sanitasi.

Informasi yang didapatkan dari Tabel 5 adalah data karakteristik kualitas air higiene sanitasi memiliki nilai p -value < α yaitu 0,00 < 0,05 maka keputusan yang diambil adalah tolak H_0 , dengan H_0 adalah data karakteristik kualitas air higiene sanitasi berasal dari populasi yang berdistribusi normal multivariat. Sehingga dapat disimpulkan bahwa data karakteristik kualitas air higiene sanitasi tidak berdistribusi normal multivariat.

D. Transformasi dengan Multivariate Spatial Signed Rank

Berdasarkan hasil pengujian asumsi yang dilakukan sebelumnya, dapat diketahui bahwa data yang digunakan pada penelitian ini memiliki variabel yang saling berhubungan atau berpengaruh satu sama lain dan tidak berdistribusi normal multivariat. Sehingga analisis dilanjutkan dengan melakukan transformasi data dengan *multivariate spatial signed rank*. Tabel 6 merupakan hasil transformasi data menggunakan *multivariate spatial signed rank*.

E. Pengendalian Kualitas Air Higiene Sanitasi dengan Peta Kendali Spatial Signed Rank MEWMA (SSRM)

Setelah data ditransformasi menggunakan *multivariate spatial signed rank*, tahapan selanjutnya adalah pengendalian kualitas air higiene sanitasi pada data hasil transformasi menggunakan peta kendali *Spatial Signed Rank MEWMA* (SSRM). Peta kendali SSRM adalah pengembangan dari peta kendali MEWMA yang efektif untuk mendeteksi pergeseran kecil pada rata-rata proses dan tidak terfokus pada bentuk distribusi data tertentu. Analisis peta kendali SSRM pada air

higiene sanitasi dilakukan dengan menggunakan nilai pembobot (λ) optimum yang diperoleh dari peta kendali SSRM dengan jumlah pengamatan *out of control* (OOC) terbanyak. Tabel 7 merupakan perbandingan nilai pembobot peta kendali SSRM pada data hasil transformasi menggunakan *multivariate spatial signed rank*.

Informasi yang diperoleh dari Tabel 7 menunjukkan peta kendali SSRM dengan nilai pembobot sebesar 0,1 hingga 0,9 dengan jumlah data *out of control* (OOC) terbanyak adalah peta kendali SSRM dengan nilai pembobot 0,1. Hal ini menunjukkan bahwa peta kendali SSRM yang paling sensitif terhadap pergeseran rata-rata proses pengendalian air higiene sanitasi adalah peta kendali SSRM dengan pembobot sebesar 0,1. Hasil peta kendali SSRM dengan nilai $\lambda = 0,1$ sebagai pembobot optimum disajikan pada Gambar 1.

Gambar 1 menunjukkan plot dari nilai statistik SSRM untuk masing-masing data produksi dengan nilai batas kendali yang sama. Nilai batas kendali atas untuk $\lambda = 0,1$ peta kendali SSRM yang didapatkan dengan pendekatan *bootstrap* adalah 270,6 dengan batas kendali bawah sebesar 0. Berdasarkan nilai pembobot tersebut, terdapat 120 pengamatan yang keluar dari batas kendali atas (*out of control*). Oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa proses belum terkendali secara statistik.

F. Pengendalian Kualitas Air Higiene Sanitasi dengan Peta Kendali Spatial Signed Rank double MEWMA (SSRdM)

Tahapan selanjutnya adalah pengendalian kualitas air higiene sanitasi pada data hasil transformasi menggunakan peta kendali *Spatial Signed Rank double MEWMA* (SSRdM). Peta kendali SSRdM adalah pengembangan dari peta kendali dMEWMA yang lebih sensitif dalam mendeteksi pergeseran kecil pada rata-rata proses daripada peta kendali MEWMA dan dMEWMA serta tidak terfokus pada bentuk distribusi data tertentu. Analisis peta kendali SSRdM pada air higiene sanitasi juga dilakukan dengan menggunakan nilai pembobot (λ) optimum yang diperoleh dari peta kendali SSRdM dengan jumlah data *out of control* (OOC) terbanyak. Tabel 8 berisi perbandingan nilai pembobot peta kendali SSRdM pada data hasil transformasi menggunakan *multivariate spatial signed rank*.

Tabel 8 menunjukkan bahwa peta kendali SSRdM dengan nilai pembobot sebesar 0,1 hingga 0,9 dengan jumlah pengamatan *out of control* (OOC) terbanyak adalah peta kendali SSRdM dengan nilai pembobot 0,1. Hal ini menunjukkan bahwa peta kendali SSRdM yang paling sensitif terhadap pergeseran rata-rata proses pengendalian air higiene sanitasi adalah peta kendali SSRdM dengan pembobot sebesar 0,1. Hasil peta kendali SSRdM dengan nilai $\lambda = 0,1$ sebagai pembobot optimum disajikan pada Gambar 2.

Dari Gambar 2 dapat diketahui rata-rata proses data produksi air higiene sanitasi belum terkendali secara statistik. Hal ini disebabkan karena peralatan uji yang digunakan telah memasuki periode untuk dikalibrasi. Terdapat 165 pengamatan yang keluar dari batas kendali atas (*out of control*). Nilai batas kendali atas untuk $\lambda = 0,1$ peta kendali SSRdM yang didapatkan dengan pendekatan *bootstrap* adalah 480,6 dengan batas kendali bawah sebesar 0.

G. Perbandingan Pengendalian Kualitas Air Higiene Sanitasi Hasil Water Treatment Plant di PT "X"

Pada subbab sebelumnya penelitian ini telah melakukan pengendalian kualitas air higiene sanitasi menggunakan peta kendali SSRM dan peta kendali SSRdM. Selanjutnya dilakukan perbandingan hasil pengendalian kualitas air higiene sanitasi terhadap masing-masing peta kendali dengan melihat jumlah pengamatan yang keluar dari batas kendali (*out of control*). Tabel 9, Tabel 10 dan Tabel 11 menyajikan informasi mengenai perbandingan jumlah pengamatan yang *out of control* pada setiap peta kendali.

Berdasarkan Tabel 9, Tabel 10, dan Tabel 11 terlihat bahwa pengendalian kualitas air higiene sanitasi menggunakan peta kendali SSRdM dengan nilai pembobot optimum 0,1 adalah hasil pengendalian kualitas melalui peta kendali dengan jumlah pengamatan *out of control* terbanyak. Hal tersebut juga menunjukkan bahwa pada nilai pembobot 0,1 hingga 0,3, peta kendali SSRdM adalah peta kendali yang lebih sensitif dibandingkan peta kendali SSRM dalam *monitoring* rata-rata proses produksi air higiene sanitasi hasil *water treatment plant* di PT "X" dengan kondisi karakteristik kualitas air higiene sanitasi saling berpengaruh satu sama lain dan data tidak berdistribusi normal multivariat. Sehingga dapat dikatakan bahwa untuk mendapatkan hasil *monitoring* rata-rata proses yang ketat, dapat menggunakan peta kendali SSRdM dengan nilai pembobot 0,1 sedangkan untuk mendapatkan hasil *monitoring* rata-rata proses yang lebih longgar, dapat menggunakan peta kendali SSRM dengan nilai pembobot 0,3.

H. Deteksi Penyebab Out of Control

Informasi yang dapat diperoleh dari penjelasan sebelumnya menjelaskan bahwa pengendalian kualitas air higiene sanitasi hasil *water treatment plant* di PT "X" belum terkendali secara statistik. Sehingga pada penelitian ini dilakukan deteksi penyebab *out of control* pada proses pengendalian kualitas air higiene sanitasi. Deteksi dilakukan dengan membuat peta kendali SSRdM dengan nilai pembobot 0,1 pada setiap kombinasi variabel. Peta kendali SSRdM dengan nilai pembobot 0,1 digunakan karena peta kendali tersebut lebih *sensitive* dibandingkan peta kendali SSRM. Hasil peta kendali SSRdM pada kombinasi 4 variabel, kombinasi 3 variabel, dan kombinasi 2 variabel masih menunjukkan adanya data pengamatan yang melebihi batas kendali atas (*out of control*). Sehingga dapat disimpulkan bahwa seluruh karakteristik kualitas air higiene sanitasi berperan dalam penyebab *out of control*. Hal ini dapat disebabkan oleh beberapa faktor seperti kesalahan yang dilakukan oleh operator/peneliti pada laboratorium, peralatan uji yang digunakan telah memasuki periode untuk dikalibrasi, dan kondisi lingkungan pengujian seperti pengaruh kelembapan ruang uji dan suhu udara pada ruang uji.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa hasil pengujian asumsi pada data produksi air higiene sanitasi hasil *water treatment plant* di PT "X" menunjukkan bahwa antar karakteristik kualitas air higiene sanitasi saling berpengaruh satu sama lain dan data tidak berdistribusi normal multivariat. Pengendalian kualitas air higiene sanitasi hasil *water treatment plant* di PT "X" menggunakan peta kendali SSRM dan peta kendali SSRdM dengan nilai pembobot optimum bernilai 0,1 belum terkendali secara statistik yang ditandai dengan adanya pengamatan yang *out of control*. Perbandingan hasil pengendalian kualitas air higiene sanitasi menunjukkan bahwa peta kendali SSRdM lebih sensitif dibandingkan peta kendali SSRM. Hal ini ditunjukkan dengan jumlah pengamatan *out of control* peta kendali SSRdM adalah yang terbanyak dibandingkan peta kendali lainnya.

Saran yang dapat diberikan kepada PT "X" adalah perlu mempertimbangkan dan melakukan perbaikan proses pengendalian kualitas menggunakan peta kendali dikarenakan masih terdapat data yang *out of control* pada data produksi air higiene sanitasi. Selain itu, peneliti menyarankan untuk melakukan pengendalian kualitas air higiene sanitasi hasil *water treatment plant* di PT "X" menggunakan peta kendali SSRdM apabila menginginkan pengendalian kualitas melalui *monitoring* rata-rata proses yang paling ketat dan menggunakan peta kendali SSRM untuk hasil pengendalian kualitas yang lebih longgar. Saran yang dapat diberikan untuk penelitian selanjutnya adalah menambahkan proses penanganan autokorelasi dalam melakukan *monitoring mean* proses pada air higiene sanitasi di PT "X".

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Menteri Kesehatan RI, "Peraturan Menteri Kesehatan No.32 tentang Standar Baku Mutu Kesehatan Air Keperluan Sanitasi, Kolam Renang, Solus Per Aqua, dan Pemandian Umum" Jakarta: Kementerian Kesehatan Republik Indonesia, 2017.
- [2] D. C. Montgomery, Introduction to Statistical Quality Control Eight Edition, New York: John Wiley & Sons, Inc., 2020.
- [3] N. D. Septiana, "Pengendalian Kualitas Air PDAM Surya Sembada Kota Surabaya pada Instalasi Ngagel II Menggunakan Peta Kendali Multivariate," Departemen Statistika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, 2018.
- [4] T. S.-n.-A. P. & s. C. Haanchumpol, "Modern multivariate control chart using spatial signed rank for non-normal process," *Engineering Science and Technology, an International Journal*, vol. 23, no. 4, pp. 859-869, 2020. doi: 10.1015/j.jestch.2019.12.001.
- [5] R. Johnson. and G. Bhattacharyya., *Statistics - Principles and Methods* 6th Edition, United States of America: John Wiley & Sons, Incorporated, 2010.
- [6] J. F. B. W. C. B. B. J. & A. R. E. Hair, *Multivariate Data Analysis Seventh Edition Pearson New International Edition*, Harlow: Pearson Education Limited., 2014.
- [7] R. H. Randles and H. Oja, "Multivariate nonparametric tests," *Statistical Science*, vol. 19, no. 4, pp. 598-605, 2004. doi: 10.1214/088342304000000558.
- [8] S. S. Alkahtani, "A double multivariate exponentially weighted moving average control chart for a process location monitoring," *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, vol. 41, no. 2, pp. 238-252, 2012. doi: 10.1080/03610918.2011.585004.