

# Magnetohidrodinamika Radiatif Ferrofluid yang Mengalir di Atas Permukaan Bola Berpori Bermagnet

Eirene Juwitaningtyas Pamela dan Basuki Widodo  
Departemen Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)  
*e-mail*: b\_widodo@matematika.its.ac.id

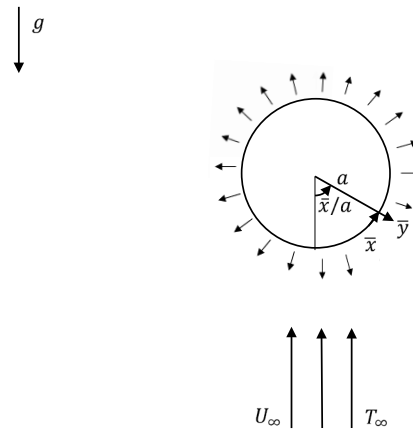
**Abstrak**—Di dalam pengaturan suhu pada aplikasi termonuklir, masih mengandalkan eksperimen berdasarkan pengalaman empiris. Oleh karena itu, keakuratan pengaturan suhu ini tergantung pada operatornya. Sehingga perlu dikembangkan model matematika untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Model matematika ini dikembangkan dengan menggunakan hukum kekekalan massa, momentum, dan energi. Model matematika tersebut selanjutnya disederhanakan menggunakan persamaan similaritas dengan memanfaatkan fungsi alir. Model yang diperoleh berupa sistem persamaan diferensial biasa nonlinier. Sistem persamaan ini selanjutnya diselesaikan dengan menggunakan metode numerik implisit dengan skema Keller-Box. Metode Keller-Box ini memiliki akurasi tinggi dan lebih efisien. Hasil simulasi menunjukkan bahwa profil kecepatan dan profil temperatur menurun saat parameter magnetik, parameter porositas, dan bilangan Prandtl meningkat. Sedangkan ketika parameter radiasi meningkat, maka profil temperatur juga meningkat, namun parameter radiasi tidak memberikan pengaruh terhadap profil kecepatan.

**Kata Kunci**—Bola Berpori, Keller-Box, Magnetohidrodinamika Radiatif Ferrofluid.

## I. PENDAHULUAN

DI dalam aplikasi termonuklir, dalam mengatur suhu, masih mengandalkan eksperimen berdasarkan pengalaman empiris. Sehingga akurasi dari pengaturan suhu tersebut tergantung pada operatornya. Karena itu dalam pengaturan suhu ini perlu dikembangkan teknik atau metode yang akurat berdasarkan perhitungan suhu yang ilmiah yang dapat diterima oleh semua kalangan dan pengalaman empiris operator. Dalam hal model matematika ini, telah ada model pendahuluan dari pengaturan suhu tersebut. Namun masih perlu dilakukan pengembangan lebih lanjut. Pemodelan matematika merupakan suatu proses merepresentasikan dan menjelaskan sistem-sistem fisik atau permasalahan yang ada pada dunia nyata ke dalam pernyataan matematis. Banyak permasalahan atau fenomena alam yang dapat dianalisis menggunakan model matematis, misalnya aliran panas pada konduktor, getaran, dan lain sebagainya.

Pemodelan matematika juga dapat digunakan dalam suatu aliran fluida. Fluida yang digunakan dalam penelitian ini adalah nanofluida magnetik atau yang lebih dikenal dengan ferrofluid, yang termasuk ke dalam fluida Newtonian. Ferrofluid ini mengandung partikel nano magnetik (ferropartikel) [1]. Magnetohidrodinamika merupakan suatu ilmu yang mempelajari tentang aliran fluida yang menghantarkan listrik akibat adanya induksi magnet pada fluida tersebut [2]. Pada penelitian kali ini, pengaruh magnetohidrodinamika ditimbulkan oleh adanya medan magnet dari bola berpori dan juga adanya pengaruh radiasi



Gambar 1. Sketsa aliran nano ferrofluid yang melalui bola berpori bermagnet.

dari ferrofluid.

Penelitian mengenai aliran magnetohidrodinamika ferrofluid pada berbagai permukaan telah banyak dilakukan, misalnya pada saluran persegi panjang oleh Aminfar, (2013) [3], di atas pelat miring oleh Ilias, et.al. (2017) [4], melalui rongga berventilasi berbentuk T oleh Jhumur, et.al. (2017) [5], melalui permukaan yang bergerak non-linier oleh Jamaludin, et.al. (2020) [6], serta melalui permukaan bola padat oleh Widodo, et.al. (2021) [7]. Dari literatur di atas, telah disebutkan bahwa fraksi volume ferropartikel berbasis air, radiasi termal dan parameter magnetik menjadi faktor utama dalam meningkatkan perpindahan panas pada fluida ferrofluid. Oleh karena itu, dalam penelitian ini, dikembangkan model matematika dalam menyelesaikan permasalahan magnetohidrodinamika radiatif ferrofluid yang mengalir di atas permukaan bola berpori bermagnet.

## II. URAIAN PENELITIAN

Pada penelitian ini, benda (*bluff body*) yang digunakan adalah bola berpori bermagnet, dapat dilihat pada Gambar 1.

Pada Gambar 1 diketahui nano ferrofluid mengalir dari bawah ke atas melawan arah gravitasi, serta memiliki kecepatan sebesar  $U_\infty$  dan suhu sebesar  $T_\infty$  jauh dari bola berpori bermagnet. Sedangkan  $T_w$  adalah temperatur pada permukaan bola berpori bermagnet. Untuk jarak  $x$  dan  $y$  diukur masing-masing terhadap garis vertikal yang melalui bola berpori bermagnet dan terhadap permukaan bola berpori bermagnet [8]. Pada penelitian ini daerah bahasan adalah pada depan titik stagnasi bawah dari bola berpori bermagnet.

### A. Pembentukan Persamaan Dimensional

Dalam penelitian ini sistem yang diteliti dalam keadaan *steady* dan *incompressible*, sehingga persamaan

dimensionalnya adalah sebagai berikut. Pertama, persamaan kontinuitas, diberikan pada Persamaan 1,

$$\frac{\partial(\bar{r}\bar{u})}{\partial\bar{x}} + \frac{\partial(\bar{r}\bar{v})}{\partial\bar{y}} = 0. \tag{1}$$

Kedua, persamaan momentum arah sumbu  $x$ , diberikan pada Persamaan 2,

$$\rho_{ff} \left( \bar{u} \frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{y}} \right) = -\frac{\partial\bar{p}}{\partial\bar{x}} + \mu_{ff} \left( \frac{\partial^2\bar{u}}{\partial\bar{x}^2} + \frac{\partial^2\bar{u}}{\partial\bar{y}^2} \right) + \sigma B_0^2 \bar{u} + \frac{\mu_{ff}}{K^*} \bar{u} + \rho_{ff} \beta (\bar{T} - T_\infty) g \sin \frac{\bar{x}}{a}. \tag{2}$$

Ketiga, persamaan momentum arah sumbu  $y$ , diberikan pada Persamaan 3,

$$\rho_{ff} \left( \bar{u} \frac{\partial\bar{v}}{\partial\bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial\bar{v}}{\partial\bar{y}} \right) = -\frac{\partial\bar{p}}{\partial\bar{y}} + \mu_{ff} \left( \frac{\partial^2\bar{v}}{\partial\bar{x}^2} + \frac{\partial^2\bar{v}}{\partial\bar{y}^2} \right) + \sigma B_0^2 \bar{v} + \frac{\mu_{ff}}{K^*} \bar{v} - \rho_{ff} \beta (\bar{T} - T_\infty) g \cos \frac{\bar{x}}{a}. \tag{3}$$

Keempat, persamaan energi, diberikan pada Persamaan 4,

$$\bar{u} \frac{\partial\bar{T}}{\partial\bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial\bar{T}}{\partial\bar{y}} = \alpha_{ff} \left( \frac{\partial^2\bar{T}}{\partial\bar{x}^2} + \frac{\partial^2\bar{T}}{\partial\bar{y}^2} \right) + \frac{1}{(\rho C_p)_{ff}} \frac{16\sigma^* T_\infty^3}{3k^*} \frac{\partial^2\bar{T}}{\partial\bar{y}^2}. \tag{4}$$

Dengan kondisi batas yang digunakan adalah  $\bar{u} = \bar{v} = 0$  dan  $\bar{T} = T_w$  untuk setiap  $\bar{y} = 0$ ,  $\bar{u} = \bar{u}_e(\bar{x})$  dan  $\bar{T} = T_\infty$  saat  $\bar{y} \rightarrow \infty$ .

Dimana  $\bar{u}$  dan  $\bar{v}$  masing-masing menunjukkan komponen kecepatan sepanjang sumbu  $\bar{x}$  dan  $\bar{y}$ . Selanjutnya, subskrip  $ff$  dan  $f$  masing-masing mengacu pada ferrofluid dan fluida dasar. Kemudian,  $B_0$  adalah medan magnet,  $\mu$  adalah viskositas dinamik,  $\rho$  adalah densitas,  $g$  adalah percepatan gravitasi,  $\sigma$  adalah konduktivitas listrik,  $\beta$  adalah ekspansi termal ferrofluid,  $T$  adalah suhu lokal,  $\rho C_p$  adalah kapasitas panas efektif, dan  $\alpha$  adalah difusivitas panas.

**B. Persamaan Non-dimensional**

Persamaan dimensional yang telah didapatkan kemudian ditransformasikan ke dalam persamaan non-dimensional. Variabel non-dimensional yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut [9],

$$x = \frac{\bar{x}}{a}, y = Re^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\bar{y}}{a} \right), r = \frac{\bar{r}}{a}, u = \frac{\bar{u}}{U_\infty}, v = Re^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\bar{v}}{U_\infty} \right), p = \frac{\bar{p}}{\rho_{ff} U_\infty^2}, T = \frac{\bar{T} - T_\infty}{T_w - T_\infty}.$$

Selanjutnya diberikan parameter non-dimensional sebagai berikut [7],[10],

$$M = \frac{\alpha \sigma B_0^2}{\rho_{ff} U_\infty}, \lambda = \frac{Gr}{Re^2}, Gr = \frac{g \beta (T_w - T_\infty) a^3}{\nu_{ff}^2}, Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f}, \phi = \frac{\alpha \mu_{ff}}{\rho_{ff} U_\infty K^*}, Nr = \frac{4 \sigma^* T_\infty^3}{k^* k_f}.$$

Dimana  $M$  merupakan parameter magnetik,  $\lambda$  merupakan parameter konveksi,  $Gr$  merupakan bilangan Grashof,  $Pr$  merupakan bilangan Prandtl,  $\phi$  merupakan parameter porositas, dan  $Nr$  merupakan parameter radiasi.

Dengan melakukan substitusi variabel non-dimensional dan parameter non-dimensional ke dalam Persamaan 1 sampai 4, maka diperoleh persamaan non-dimensional sebagai berikut. Pertama, persamaan kontinuitas, diberikan pada Persamaan 5,

$$\frac{\partial(ru)}{\partial x} + \frac{\partial(rv)}{\partial y} = 0. \tag{5}$$

Kedua, persamaan momentum arah sumbu  $x$ , diberikan pada Persamaan 6,

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \frac{\nu_{ff}}{\nu_f} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\nu_{ff}}{\nu_f} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (M + \phi)u + \lambda T \sin x. \tag{6}$$

Ketiga, persamaan momentum arah sumbu  $y$ , diberikan pada Persamaan 7,

$$\frac{1}{Re} \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re^2} \frac{\nu_{ff}}{\nu_f} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{Re} \frac{\nu_{ff}}{\nu_f} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{1}{Re} Mv + \frac{1}{Re} \phi v - \frac{1}{Re^{\frac{1}{2}}} \lambda T \cos x. \tag{7}$$

Keempat, persamaan energi, diberikan pada Persamaan 8,

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{Pr Re} \frac{\alpha_{ff}}{\alpha_f} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{Pr} \frac{\alpha_{ff}}{\alpha_f} \left( 1 + \frac{4}{3} \frac{k_f}{k_{ff}} Nr \right) \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \tag{8}$$

Dengan kondisi batas non-dimensionalnya adalah  $u = v = 0$  dan  $T = 1$  untuk setiap  $y = 0$ ,  $u = u_e(x)$  dan  $T = 0$  saat  $y \rightarrow \infty$ .

**C. Pendekatan Lapisan Batas**

Selanjutnya dilakukan pendekatan lapisan batas, dimana bilangan Reynolds mendekati tak hingga ( $Re \rightarrow \infty$ ) yang mengakibatkan  $\frac{1}{Re} = 0$  [11]. Selanjutnya, dengan melakukan substitusi  $\frac{1}{Re} = 0$  ke dalam Persamaan 5 sampai 8 maka diperoleh. Pertama, persamaan kontinuitas, diberikan pada Persamaan 9,

$$\frac{\partial(ru)}{\partial x} + \frac{\partial(rv)}{\partial y} = 0. \tag{9}$$

Kedua, persamaan momentum arah sumbu  $x$ , diberikan pada Persamaan 10,

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu_{ff}}{\nu_f} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (M + \phi)u + \lambda T \sin x. \tag{10}$$

Ketiga, persamaan momentum arah sumbu  $y$ , diberikan pada Persamaan 11,

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial y}. \tag{11}$$

Keempat, persamaan energi, diberikan pada Persamaan 12,

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{Pr} \frac{\alpha_{ff}}{\alpha_f} \left( 1 + \frac{4}{3} \frac{k_f}{k_{ff}} Nr \right) \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \tag{12}$$

Selanjutnya digunakan variabel-variabel yang berhubungan dengan nano ferrofluid dan fluida dasar didefinisikan sebagai berikut [9]. Pertama, densitas, didefinisikan pada persamaan berikut,

$$\rho_{ff} = (1 - \chi)\rho_f + \chi\rho_s.$$

Kedua, viskositas, didefinisikan pada persamaan berikut,

$$\mu_{ff} = \frac{\mu_f}{(1 - \chi)^{2.5}}.$$

Ketiga, kalor spesifik, didefinisikan pada persamaan berikut,

$$(\rho C_p)_{ff} = (1 - \chi)(\rho C_p)_f + \chi(\rho C_p)_s.$$

Keempat, konduktivitas termal, didefinisikan sebagai persamaan berikut,

Tabel 1.  
Nilai parameter magnetik

No.	Benda Bermagnet	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\sigma$ (sm <sup>-1</sup> )	$M$
1.	Besi ( <i>Fe</i> )	$7.87 \times 10^3$	$1.04 \times 10^7$	1.3
2.	Baja	$7.75 \times 10^3$	$1.61 \times 10^7$	2
3.	Tembaga ( <i>Cu</i> )	$8.94 \times 10^3$	$5.96 \times 10^7$	6.7
4.	Aluminium ( <i>Al</i> )	$2.7 \times 10^3$	$3.56 \times 10^7$	13.1

$$\frac{k_{ff}}{k_f} = \frac{(k_s+2k_f)-2\chi(k_f-k_s)}{(k_s+2k_f)+\chi(k_f-k_s)}$$

Dengan melakukan substitusi variabel-variabel tersebut ke dalam Persamaan 9 sampai 12, maka persamaannya menjadi sebagai berikut. Pertama, persamaan kontinuitas, diberikan pada Persamaan 13,

$$\frac{\partial(ru)}{\partial x} + \frac{\partial(rv)}{\partial y} = 0. \tag{13}$$

Kedua, persamaan momentum arah sumbu *x*, diberikan pada Persamaan 14,

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \left( \frac{1}{(1-\chi)^{2.5} \left( (1-\chi) + \chi \frac{\rho_s}{\rho_f} \right)} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (M + \phi)u + \lambda T \sin x. \tag{14}$$

Ketiga, persamaan momentum arah sumbu *y*, diberikan pada Persamaan 15,

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial y}. \tag{15}$$

Keempat, persamaan energi, diberikan pada Persamaan 16,

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{Pr} \left( \frac{(k_s+2k_f)-2\chi(k_f-k_s)}{[(k_s+2k_f)+\chi(k_f-k_s)][(1-\chi)+\chi(\rho C_p)_s/(\rho C_p)_f]} \right) + \frac{4}{3} \frac{1}{(1-\chi)+\chi(\rho C_p)_s/(\rho C_p)_f} Nr \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \tag{16}$$

Pada Persamaan 15, tekanan *p* tidak bergantung pada variabel *y*. Dengan demikian, persamaan momentum yang ada pada sistem hanya pada sumbu *x*. Selanjutnya diperoleh persamaan momentum di luar lapisan batas sebagai Persamaan 17,

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = u_e \frac{\partial u_e}{\partial x} + \frac{1}{(1-\chi)^{2.5} \left( (1-\chi) + \chi \frac{\rho_s}{\rho_f} \right)} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (M + \phi)(u - u_e) + \lambda T \sin x. \tag{17}$$

D. Persamaan Similaritas

Persamaan non-dimensional yang telah didapatkan selanjutnya diubah ke dalam persamaan similaritas, dengan menggunakan fungsi alir. Fungsi alir ini menyederhanakan sistem persamaan sehingga memudahkan komputasi. Untuk menyelesaikan persamaan non-dimensional tersebut, didefinisikan variabel seperti berikut [9],

$$\psi = xr(x)f(x, \eta), \quad T = \theta(x, \eta).$$

Dimana  $r(x) = \sin x$  dan  $\psi$  adalah fungsi alir yang dinyatakan sebagai,

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \quad \text{dan} \quad v = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

Kemudian substitusi fungsi alir ke dalam Persamaan 13,

16, dan 17 sehingga diperoleh Persamaan 18 dan 19,

$$0 = -(f')^2 + 2ff'' + \frac{9}{4} + \frac{1}{(1-\chi)^{2.5} \left( (1-\chi) + \chi \frac{\rho_s}{\rho_f} \right)} f''' + (M + \phi) \left( f' - \frac{3}{2} \right) + \lambda \theta. \tag{18}$$

$$0 = 2f\theta' + \frac{1}{Pr} \left( \frac{(k_s+2k_f)-2\chi(k_f-k_s)}{[(k_s+2k_f)+\chi(k_f-k_s)][(1-\chi)+\chi(\rho C_p)_s/(\rho C_p)_f]} \right) + \frac{4}{3} \frac{1}{(1-\chi)+\chi(\rho C_p)_s/(\rho C_p)_f} Nr \theta''. \tag{19}$$

Dengan kondisi batas yang digunakan adalah  $f(0) = f'(0) = 0$  dan  $\theta = 1$  untuk setiap  $\eta = 0$ ,  $f'(\infty) = 1$  dan  $\theta = 0$  saat  $\eta \rightarrow \infty$ .

E. Penyelesaian Numerik

Persamaan similaritas yang telah diperoleh kemudian diselesaikan dengan menggunakan metode Keller-Box. Dengan menggunakan prosedur yang dijelaskan oleh Cebeci dan Bradshaw, langkah-langkah dari metode ini adalah sebagai berikut [12] :

- 1) Mengubah persamaan orde dua atau orde tinggi menjadi persamaan diferensial orde satu.
- 2) Melakukan diskritisasi dengan menggunakan beda hingga pusat.
- 3) Melinearisasi persamaan yang telah didiskritisasi dan menuliskannya dalam bentuk matriks-vektor.
- 4) Menyelesaikan sistem linear dengan metode eliminasi-blok-tridiagonal.

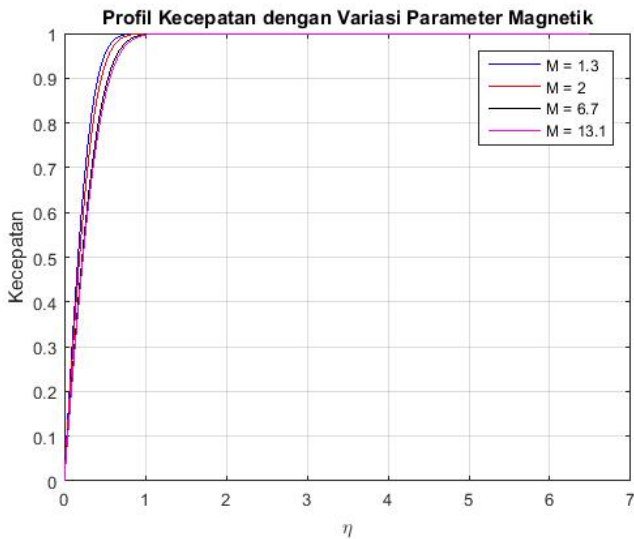
III. SIMULASI DAN ANALISIS HASIL

Simulasi dari model yang telah diselesaikan secara numerik dilakukan dengan menggunakan *software* MATLAB. Partikel nano yang digunakan dalam penelitian ini adalah  $Fe_2O_3$  dengan fluida dasar air. Hasil simulasi dari masing-masing variasi parameter diuraikan sebagai berikut.

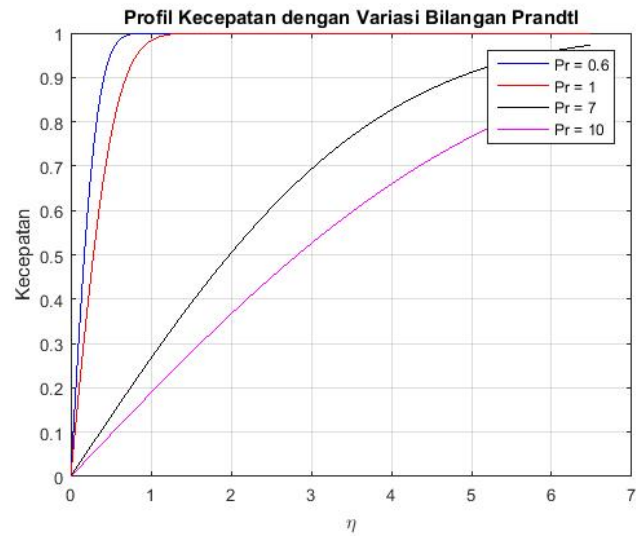
A. Pengaruh Parameter Magnetik

Hasil simulasi menunjukkan adanya pengaruh dari parameter magnetik. Variasi parameter magnetik yang digunakan pada simulasi ini dapat dilihat pada Tabel 1 [13].

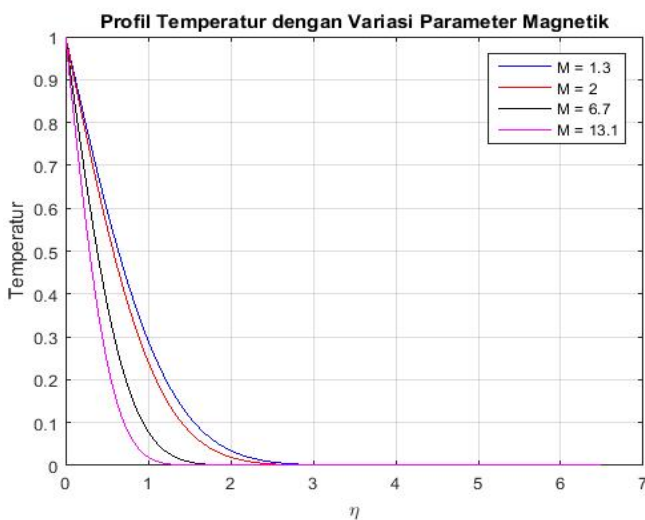
Parameter lain yang digunakan adalah parameter porositas  $\phi = 0.25$ , bilangan Prandtl  $Pr = 0.6$ , parameter radiasi  $Nr = 0.1$ , konveksi campuran  $\lambda = 1$ , dan *volume fraction*  $\chi = 0.1$ . Parameter magnetik berbanding lurus dengan konduktivitas listrik dan besar medan magnet, namun berbanding terbalik dengan densitas fluida. Pada Gambar 2 menunjukkan bahwa semakin besar parameter magnetik maka profil kecepatan pada aliran fluida akan semakin turun. Hal ini terjadi dikarenakan adanya gaya Lorentz pada bola bermagnet sehingga menyebabkan fluida yang melewati bola tersebut menerima gaya Lorentz. Oleh karena besarnya gaya Lorentz sebanding dengan parameter magnetik, maka ketika parameter magnetik meningkat, gaya Lorentz juga meningkat. Akibatnya gaya Lorentz yang terdapat pada sekitar bola bermagnet juga semakin meningkat, sehingga mempengaruhi penurunan kecepatan fluida di sekitar bola tersebut. Kemudian pada Gambar 3 menunjukkan bahwa profil temperatur pada fluida semakin menurun dengan



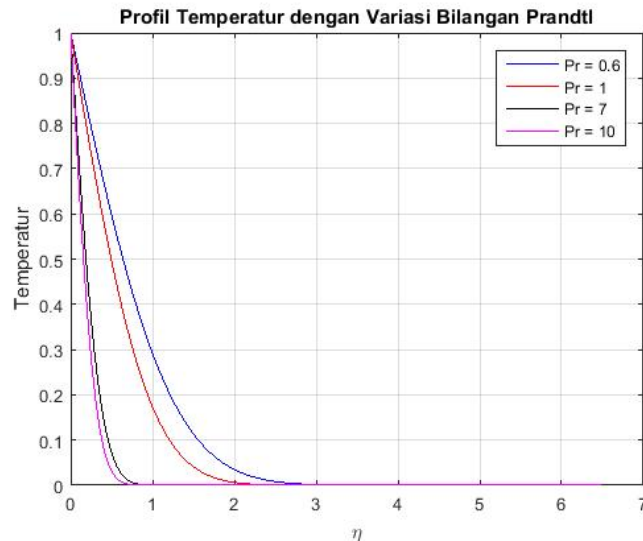
Gambar 3. Profil kecepatan dengan variasi parameter magnetik.



Gambar 1. Profil kecepatan dengan variasi bilangan prandtl.



Gambar 4. Profil temperatur dengan variasi parameter magnetik.



Gambar 2. Profil temperatur dengan variasi bilangan prandtl.

meningkatnya parameter magnetik. Hal ini disebabkan karena energi internal pada fluida menurun, karena pengaruh dari medan magnet dan densitas yang semakin berkurang. Ketika densitas berkurang maka kerapatan molekul fluida juga berkurang, sehingga menyebabkan distribusi panas antar fluida semakin berkurang. Dengan demikian, temperatur fluida mengalami penurunan.

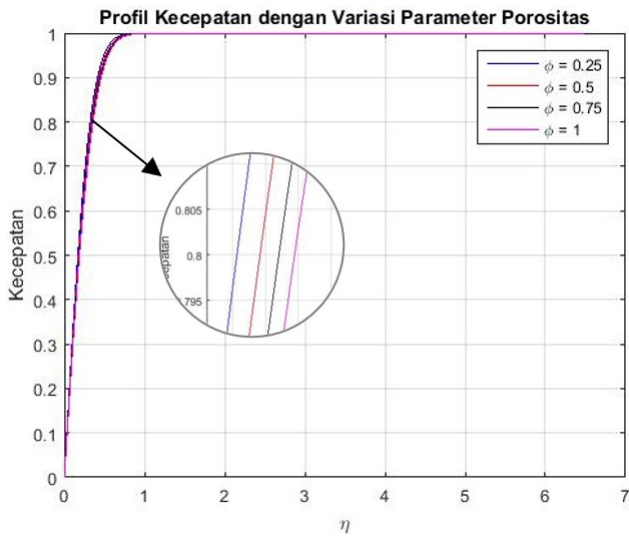
**B. Pengaruh Bilangan Prandtl**

Hasil simulasi menunjukkan adanya pengaruh dari bilangan Prandtl, yaitu dengan variasi  $Pr = 0.6, 1, 7, 10$  [14]. Parameter lain yang digunakan adalah parameter magnetik  $M = 1.3$ , parameter porositas  $\phi = 0.25$ , parameter radiasi  $Nr = 0.1$ , konveksi campuran  $\lambda = 1$ , dan volume fraction  $\chi = 0.1$ . Pada Gambar 4 menunjukkan bahwa semakin besar bilangan Prandtl maka profil kecepatan pada aliran fluida akan semakin menurun. Hal ini terjadi dikarenakan bilangan Prandtl berbanding terbalik dengan difusivitas termal namun berbanding lurus dengan viskositas kinematik. Dengan demikian, semakin besarnya bilangan Prandtl maka viskositas kinematik pada fluida juga akan semakin besar, sehingga kekentalan fluida akan semakin meningkat. Akibatnya, kecepatan fluida menjadi lambat atau semakin kecil. Kemudian pada Gambar 5 menunjukkan bahwa profil temperatur pada fluida semakin menurun dengan

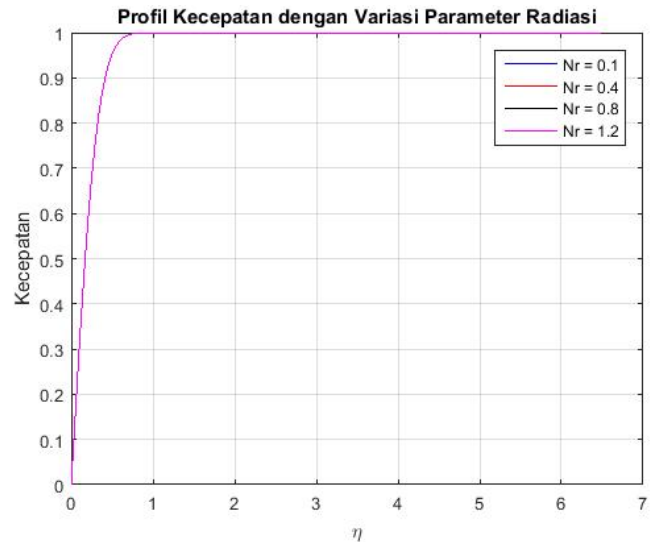
meningkatnya bilangan Prandtl. Hal ini disebabkan karena ketika bilangan Prandtl meningkat maka difusivitas termal menjadi turun, sehingga temperatur fluida menurun.

**C. Pengaruh Parameter Porositas**

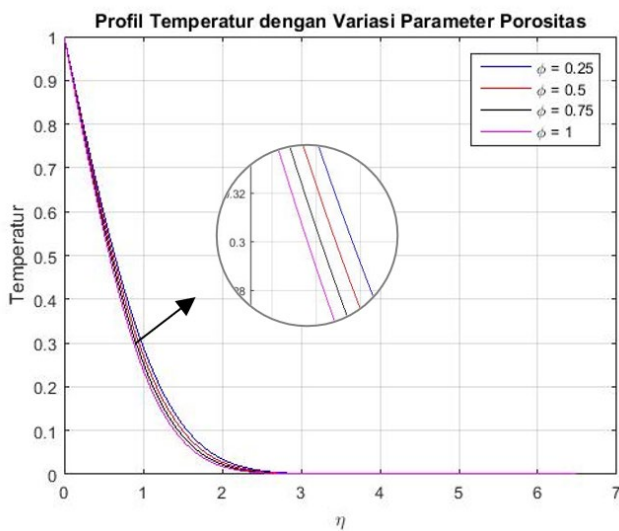
Hasil simulasi menunjukkan adanya pengaruh dari parameter porositas, yaitu dengan variasi  $\phi = 0.25, 0.5, 0.75, 1$  [15]. Parameter lain yang digunakan adalah parameter magnetik  $M = 1.3$ , bilangan Prandtl  $Pr = 0.6$ , parameter radiasi  $Nr = 0.1$ , konveksi campuran  $\lambda = 1$ , dan volume fraction  $\chi = 0.1$ . Pada Gambar 6 menunjukkan bahwa semakin besar parameter porositas maka profil kecepatan pada aliran fluida akan semakin menurun. Hal ini terjadi dikarenakan parameter porositas berbanding lurus dengan viskositas dinamik namun berbanding terbalik dengan densitas fluida. Dengan demikian, semakin besarnya parameter porositas maka viskositas dinamik pada fluida juga akan semakin besar. Akibatnya, kecepatan fluida menjadi lambat atau semakin kecil. Kemudian pada Gambar 7 menunjukkan bahwa profil temperatur pada fluida semakin menurun dengan meningkatnya parameter porositas. Hal ini terjadi karena ketika kecepatan fluida semakin berkurang maka gesekan kulit yang dihasilkan juga semakin berkurang, sehingga temperatur fluida mengalami penurunan.



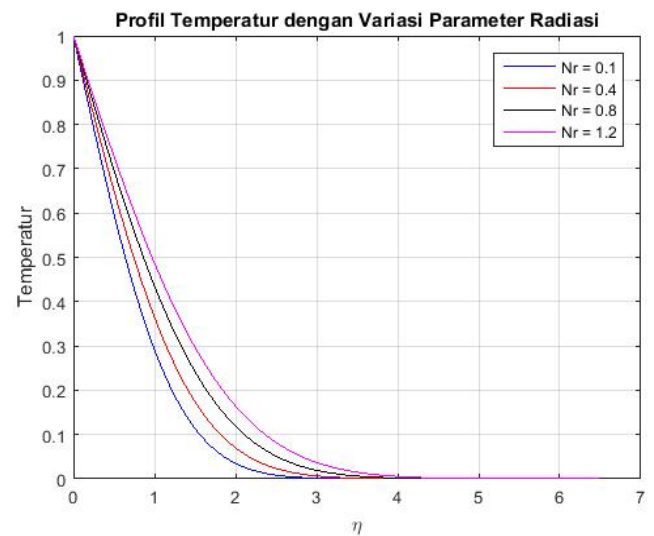
Gambar 7. Profil kecepatan dengan variasi parameter porositas.



Gambar 5. Profil kecepatan dengan variasi parameter radiasi.



Gambar 8. Profil temperatur dengan variasi parameter porositas.



Gambar 6. Profil temperatur dengan variasi parameter radiasi.

D. Pengaruh Parameter Radiasi

Variasi parameter radiasi yang diberikan yaitu  $Nr = 0.1, 0.4, 0.8, 1.2$  [16-17]. Parameter lain yang digunakan adalah parameter magnetik  $M = 1.3$ , bilangan Prandtl  $Pr = 0.6$ , parameter porositas  $\phi = 0.25$ , konveksi campuran  $\lambda = 1$ , dan volume fraction  $\chi = 0.1$ . Pada Gambar 8 menunjukkan bahwa parameter radiasi tidak berpengaruh pada profil kecepatan. Hal ini terjadi karena radiasi dominan mempengaruhi persamaan energi daripada persamaan momentum, sehingga parameter radiasi ini hanya berpengaruh pada perubahan temperatur fluida saja. Kemudian pada Gambar 9 menunjukkan bahwa semakin besar parameter radiasi, maka profil temperatur pada fluida juga semakin meningkat. Hal ini terjadi karena peningkatan nilai parameter radiasi memiliki kecenderungan untuk meningkatkan efek konduksi serta memberikan tingkat dominasi sumber panas, sehingga menyebabkan temperatur fluida mengalami peningkatan.

dan parameter radiasi pada partikel nano ferrofluid  $Fe_2O_3$  diperoleh kesimpulan-kesimpulan.

Pertama, pada saat parameter magnetik meningkat, maka profil kecepatan dan profil temperatur mengalami penurunan. Dengan variasi parameter magnetik yang diberikan adalah  $M = 1.3, 1.8, 2, 2.3$ .

Kedua, pada saat bilangan Prandtl meningkat, maka profil kecepatan dan profil temperatur mengalami penurunan. Dengan variasi bilangan Prandtl yang diberikan adalah  $Pr = 1, 1.5, 2.5, 3$ .

Ketiga, pada saat parameter porositas meningkat, maka profil kecepatan dan profil temperatur mengalami penurunan. Dengan variasi parameter porositas yang diberikan adalah  $\phi = 1, 1.5, 2, 2.5$ .

Keempat, pada saat parameter radiasi meningkat, maka profil temperatur mengalami peningkatan, namun radiasi tidak memberikan pengaruh untuk profil kecepatan karena radiasi dominan mempengaruhi persamaan energi daripada persamaan momentum. Dengan variasi parameter radiasi yang diberikan adalah  $Nr = 0.5, 0.9, 1, 1.5$ .

IV. KESIMPULAN

Berdasarkan analisis dan pembahasan yang telah dilakukan dengan menggunakan beberapa variasi parameter, yaitu parameter magnetik, bilangan Prandtl, parameter porositas,

DAFTAR PUSTAKA

[1] K. Raj and R. J. Boulton, "Ferrofluids properties and applications," *Mater. Des.*, vol. 8, no. 4, pp. 233–236, 1987.  
 [2] R. E. Rosensweig, *Ferrohydrodynamics*. Massachusetts: Courier

- Corporation, 2013.
- [3] H. Aminfar, M. Mohammadpourfard, and S. A. Zonouzi, "Numerical study of the ferrofluid flow and heat transfer through a rectangular duct in the presence of a non-uniform transverse magnetic field," *J. Magn. Mater.*, vol. 327, pp. 31–42, 2013, doi: 10.1016/j.jmmm.2012.09.011.
- [4] M. R. Ilias and N. A. Rawi, "Steady aligned MHD free convection of ferrofluids flow over an inclined plate," *J. Mech. Eng.*, vol. 14, no. 2, pp. 1–15, 2017.
- [5] N. C. Jhumur and S. Saha, "Unsteady MHD mixed convection in a T-shaped ventilated cavity filled with ferrofluid (Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>–water)," *7th BSME Int. Conf. Therm. Eng.*, vol. 1851, no. 1, 2017, doi: 10.1063/1.4984655.
- [6] A. Jamaludin, K. Naganthran, R. Nazar, and I. Pop, "Thermal radiation and MHD effects in the mixed convection flow of Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>–water ferrofluid towards a nonlinearly moving surface," *Processes*, vol. 8, no. 1, p. 95, 2020, doi: 10.3390/pr8010095.
- [7] M. Y. S. Hanani, M. M. K. Anuar, I. Zulkhibri, B. Widodo, and S. M. Zuki, "Numerical method approach for magnetohydrodynamic radiative ferrofluid flows over a solid sphere surface," *Therm. Sci.*, vol. 25, no. 2, pp. 379–385, 2021, doi: 10.2298/TSCI21S2379M.
- [8] L. Mardianto, B. Widodo, and D. Adzkiya, "Aliran konveksi campuran magnetohidrodinamik yang melewati bola bermagnet," *Limits J. Math. Its Appl.*, vol. 17, no. 1, pp. 9–18, 2020, doi: 10.12962/limits.v17i1.6752.
- [9] F. A. Alwawi, H. T. Alkawasbeh, A. M. Rashad, and R. Idris, "MHD natural convection of Sodium Alginate Casson nanofluid over a solid sphere," *Results Phys.*, vol. 16, p. 102818, 2020, doi: 10.1016/j.rinp.2019.102818.
- [10] B. Widodo, M. Abu, and C. Imron, "Unsteady nano fluid flow through magnetic porous sphere under the influence of mixed convection," *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 1153, p. 012053, 2019, doi: 10.1088/1742-6596/1153/1/012053.
- [11] M. Thahiruddin, B. Widodo, and C. Imron, "Unsteady Magnetohydrodynamics of Nano Fluid Over Porous Sliced Magnetic Sphere," in *AIP Conference Proceedings*, 2020, pp. 1–9. doi: 10.1063/5.0007931.
- [12] T. Cebeci and P. Bradshaw, *Physical and Computational Aspects of Convective Heat Transfer*. New York: Springer-Verlag, 2012.
- [13] M. Fauziyah, "Karakterisasi Magnetohidrodinamik Fluida Mikrokatub Tak Tunak Yang Melewati Bola Dipengaruhi Konveksi Campuran Menggunakan Skema Implisit Euler," Departemen Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, 2018.
- [14] T. Eviloka and B. Widodo, "Aliran magnetohidrodinamika fluida viskoelastik melewati bola teriris yang dipengaruhi konveksi campuran," *J. Ris. dan Apl. Mat.*, vol. 6, no. 1, pp. 23–230, 2022, doi: 10.26740/jram.v6n1.p23-30.
- [15] R. O. Putri, "Magnetohidrodinamik Tak Tunak dengan Konveksi Paksa pada Fluida Micropolar yang Melalui Bola Berpori," Departemen Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, 2018.
- [16] S. A. Shehzad, A. Alsaedi, and T. Hayat, "Influence of thermophoresis and joule heating on the radiative flow of jeffrey fluid with mixed convection," *Brazilian J. Chem. Eng.*, vol. 30, no. 4, pp. 897–908, 2013, doi: 10.1590/S0104-66322013000400021.
- [17] W. Jamshed and K. S. Nisar, "Computational single-phase comparative study of a Williamson nanofluid in a parabolic trough solar collector via the Keller box method," *Int. J. Energy Res.*, vol. 45, no. 7, pp. 10696–10718, 2021, doi: 10.1002/er.6554.