Estimasi Ukuran Risiko Aset Tunggal dan Portofolio Saham Perusahaan Pertambangan Emas Menggunakan Simulasi Monte Carlo dengan Pendekatan *Extreme Value Theory*

Rizky Lathifah Cahyaningrum, Soehardjoepri, dan Prilyandari Dina Saputri
Departemen Aktuaria, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)
e-mail: djoepri.its@gmail.com

***Abstrak*—Dalam berinvestasi semakin tinggi *return* yang diharapkan, maka semakin tinggi tingkat risiko yang dihadapi. Risiko investasi dapat diukur menggunakan *value at risk* (VaR) dan *expected shortfall* (ES). Pada penelitian ini dilakukan estimasi ukuran risiko aset tunggal dan portofolio saham perusahaan pertambangan emas menggunakan simulasi Monte Carlo dengan pendekatan *extreme value theory*. Perhitungan bobot pada pembentukan portofolio dilakukan menggunakan metode *mean variance efficient portfolio* (MVEP). Metode *extreme value theory* memiliki dua pendekatan, yaitu *block maxima* dan *peaks over threshold*. Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data harga penutupan (*closing price*) harian periode 29 Januari 2016–1 Februari 2023 dari saham perusahaan pertambangan emas yang terdaftar dalam IDX30 periode Februari-Juli 2023. Pada penelitian ini didapatkan portofolio investasi yang tersusun dari masing-masing aset tunggal dengan proporsi saham ANTM sebesar 13,15%, saham MDKA sebesar 29,54%, saham MEDC sebesar 11,78%, dan saham UNTR sebesar 45,53%. Distribusi terbaik yang terpilih untuk perhitungan estimasi risiko dari seluruh data saham, baik aset tunggal maupun portofolio adalah distribusi GEV. Didapatkan hasil bahwa saham MEDC memiliki tingkat risiko kerugian yang tertinggi dibandingkan saham aset tunggal lain baik untuk *confidence interval* 0,05 maupun 0,01. Sedangkan portofolio investasi pada *confidence interval* 0,05 dan 0,01 memiliki tingkat risiko kerugian yang terendah dibandingkan saham penyusunnya.**

***Kata Kunci*—*Extreme Value Theory*, MVEP, Pertambangan Emas, Ukuran Risiko.**

I. PENDAHULUAN

INVESTASI adalah komitmen terhadap sejumlah uang atau sumber daya lainnya yang dilakukan saat ini dengan harapan bisa mendapatkan keuntungan di kemudian hari. Investasi dapat dilakukan pada aset real seperti tanah, emas, properti, maupun pada aset finansial yang berbentuk surat berharga seperti saham, obligasi atau reksa dana. Dalam berinvestasi sudah sewajarnya investor mengharapkan *return* yang tinggi, namun semakin tinggi *return* yang diharapkan, maka akan semakin tinggi tingkat risiko yang akan dihadapi [1].

Untuk mengurangi risiko investasi dapat dilakukan dengan membentuk portofolio yang efisien [2]. Investor akan memilih portofolio optimal jika memiliki beberapa pilihan portofolio yang efisien. Salah satu metode yang bisa digunakan untuk membentuk portofolio optimal adalah metode *mean variance efficient portfolio* (MVEP) [3].

Menurut McNeil, dkk. (2005) suatu data runtun waktu pada pasar finansial memiliki ekor distribusi yang lebih gemuk (*heavy tail*) sehingga menyebabkan peluang terjadinya nilai ekstrem [4]. Metode yang dapat digunakan untuk mengatasi nilai ekstrem pada masalah finansial adalah *extreme value theory* (EVT). Terdapat dua pendekatan dalam EVT, yaitu distribusi GEV (metode *Block Maxima*), dan distribusi GPD (metode *Peaks Over Threshold*) [5].

Ketika melakukan investasi, investor akan mendapatkan risiko yang bisa saja menyebabkan kerugian. Metode yang dapat digunakan untuk mengukur risiko adalah *value at risk* (VaR) yang merupakan estimasi kerugian terburuk atau maksimum yang akan didapatkan pada periode waktu tertentu pada kondisi pasar yang normal dengan tingkat kepercayaan tertentu, maupun *expected shortfall* (ES) yang mengestimasi ukuran potensi kerugian yang melebihi *value at risk* [2] [6].

Dalam perhitungan estimasi ukuran risiko, sebagai pendekatan pada kondisi yang sebenarnya dapat dilakukan melalui simulasi untuk mengestimasi *return* [7]. Salah satu metode simulasi yang sering digunakan adalah simulasi Monte Carlo yang memiliki kelebihan bisa digunakan pada semua jenis asumsi distribusi dan dapat digunakan untuk jenis distribusi *fat tails* [8]. Penentuan distribusi yang digunakan (GEV atau GPD) untuk simulasi Monte Carlo pada penelitian ini ditentukan berdasarkan nilai AIC yang terendah.

Penelitian ini dilakukan untuk mengetahui estimasi ukuran risiko investasi pada saham perusahaan pertambangan emas menggunakan simulasi Monte Carlo dengan pendekatan *extreme value theory*. Data saham yang digunakan adalah saham perusahaan pertambangan emas yang terdaftar pada IDX30 periode Februari–Juli 2023, yaitu saham PT Aneka Tambang Tbk (ANTM), PT Merdeka Copper Gold Tbk (MDKA), PT Medco Energi Internasional Tbk (MEDC), dan PT United Tractors Tbk (UNTR) periode 29 Januari 2016–1 Februari 2023.

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Return dan Risiko Investasi

Return saham adalah hasil yang diperoleh dari investasi berupa *capital gain* (keuntungan) atau *capital loss* (kerugian) dan dividen [9]. Risiko merupakan kemungkinan perbedaan antara *return* aktual yang diterima dengan *return* yang diharapkan [10]. Berikut merupakan persamaan untuk menghitung nilai *return* saham [11].

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (1)$$

dengan R_t adalah *return* saham pada waktu ke-t, P_t adalah harga saham pada periode ke-t, dan P_{t-1} adalah harga saham pada periode ke-(t-1).

B. Mean-Variancence Efficient Portfolio (MVEP)

Untuk mengurangi risiko investasi, investor dapat melakukan diversifikasi risiko dengan cara membentuk portofolio saham yang merupakan gabungan atau kombinasi dari beberapa saham [3]. Pada portofolio saham, *return* portofolio dapat diperoleh melalui persamaan berikut [12].

$$R_{p,t} = \sum_{i=1}^{N} w_i R_{i,t} \tag{2}$$

dengan $R_{p,t}$ adalah *return* portofolio saham pada waktu ke-t, N adalah banyaknya aset dalam portofolio, $R_{i,t}$ adalah *return* aset ke-i pada periode ke-t, dan w_i adalah besarnya komposisi/proporsi aset ke-i dalam portofolio, dengan $\sum_{i=1}^{N} w_i = 1$.

Dalam pembentukan portofolio, untuk menghitung bobot (proporsi) masing-masing saham dapat menggunakan metode *mean variance efficient portfolio* (MVEP) [13]. Dalam MVEP akan dicari vektor pembobotan $\mathbf{w}$ agar portofolio yang dibentuk memiliki varian yang minimum berdasarkan dua batasan, yaitu spesifikasi awal dari *mean return* (μ_p) atau $\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\mu}$, dan jumlah proporsi dari portofolio yang terbentuk sama dengan 1($\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{1}_N = 1$). Dengan $\mathbf{1}_N$ adalah vektor satu dengan dimensi $N \times 1$. Optimalisasi pada MVEP dapat diselesaikan menggunakan fungsi Lagrange sebagai berikut [3],

$$L = \mathbf{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{w} + \lambda_1(\mu_p - \mathbf{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\mu}) + \lambda_2(1 - \mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{1}_{\mathrm{N}}) \tag{3}$$

dengan L merupakan fungsi Lagrange dan λ adalah faktor pengali Lagrange.

Untuk mendapatkan penyelesaian dari nilai $\boldsymbol{w}$, persamaan diatas diturunkan secara parsial terhadap $\boldsymbol{w}$, kemudian hasilnya disamakan dengan nol. Diperoleh persamaan untuk bobot MVEP adalah sebagai berikut [14],

$$\boldsymbol{w} = \frac{\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{1}_N}{\mathbf{1}_N{}^T\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{1}_N} \tag{4}$$

dengan $\mathbf{w}$ adalah bobot saham,$\boldsymbol{\Sigma}^{-1}$adalah invers matriks varian kovarian, dan $\mathbf{1}_N$ adalah matriks kolom dengan elemen 1.

C. Extreme Value Theory (EVT)

Extreme value theory merupakan teori yang berfokus pada perilaku ekor (*tail*) dari suatu distribusi yang lebih bersifat *fat*/*heavy tail* sehingga kejadian tersebut tidak dapat dimodelkan dengan pendekatan biasa seperti menggunakan distribusi normal. Metode ini biasanya digunakan untuk memodelkan kejadian-kejadian yang bersifat ekstrem yang biasanya jarang terjadi namun memiliki dampak yang sangat besar [15]. Pada penelitian ini data akan dilanjutkan menggunakan *fitting* distribusi EVT stasioner karena pada umumnya data *return* memiliki karakteristik yang stasioner [5][16]. Terdapat dua pendekatan yang bisa digunakan dalam mengidentifikasi pergerakan data ekstrem, yaitu metode *block maxima* yang mengikuti distribusi GEV dan metode *peaks over threshold* yang mengikuti distribusi GPD [5].

D. Generalized Extreme Value (GEV)

Block maxima merupakan metode dalam mengidentifikasi nilai ekstrem berdasarkan nilai maksimum data pengamatan yang dikelompokkan berdasarkan periode tertentu. Dalam metode ini data pengamatan dibagi ke dalam blok-blok. Kemudian ditentukan besarnya pengamatan maksimum untuk setiap bloknya, di mana nilai tersebut merupakan nilai ekstrem untuk setiap blok dan digunakan sebagai sampel dalam metode *block maxima* [17]. Metode *block maxima* mengikuti distribusi GEV [5]. Dengan *cummulative distribution function* (CDF) dari distribusi GEV adalah sebagai berikut [18],

$$F(x;\mu,\sigma,\xi) = \begin{cases} \exp\left\{-\left[1+\xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right]^{\frac{-1}{\xi}}\right\}, -\infty < \xi < \infty, \left(x : 1+\xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) > 0\right) \\ \exp\left[-\exp\left\{-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right\}\right], -\infty < x < \infty, \xi = 0 \end{cases} \tag{9}$$

dengan μ adalah parameter lokasi, σ adalah parameter skala, dan ξ adalah parameter bentuk. Terdapat tiga tipe dalam distribusi GEV, yaitu: distribusi Gumbell (tipe I) jika $\xi = 0$, distribusi Fréchet (Tipe II) jika $\xi > 0$, dan distribusi Weibull (Tipe III) jika $\xi < 0$. Estimasi parameter pada distribusi GEV dapat ditaksir dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) [19].

E. Generalized Pareto Distribution (GPD)

Peaks over threshold merupakan metode dalam EVT yang mengidentifikasi nilai ekstrem berdasarkan nilai ambang batas (*threshold* (u)). Semua data pengamatan yang berada di atas nilai *threshold* (u) didefinisikan sebagai nilai ekstrem. Metode ini distribusinya akan mengikuti distribusi GPD. Dengan *cummulative density function* (CDF) dari distribusi GPD adalah sebagai berikut [4],

$$G(x;\xi,\sigma) = \begin{cases} 1-\left(1+\xi\frac{x}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\xi}}, \text{jika } \xi \neq 0 \\ 1-\exp\left(-\frac{x}{\sigma}\right), \text{jika } \xi = 0 \end{cases} \tag{10}$$

dengan ξ adalah parameter bentuk (*shape*), σ adalah parameter skala (*scale*). Terdapat tiga tipe distribusi GPD, yaitu distribusi eksponensial jika nilai $\xi = 0$, distribusi Pareto jika nilai $\xi > 0$, dan distribusi Pareto tipe II/beta jika nilai $\xi < 0$.

Metode yang dapat digunakan dalam menentukan nilai *threshold* untuk distribusi GPD adalah metode *mean residual life plot* (MRLP) [20]. Metode MRLP ini didasarkan pada rata-rata *generalized Pareto distribution*. Jika X $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ adalah pengamatan yang lebih dari nilai ambang batas (*threshold*) u_0 dan berdistribusi GPD, Himpunan titik-titik plot pada MRL dapat ditulis sebagai berikut [18],

$$\left\{\left(u, \frac{1}{n_u}\sum_{i=1}^{n_u}\left(x_{(i)} - u\right)\right) : u < x_{max}\right\} \tag{11}$$

dengan u merupakan nilai *threshold*, n_u adalah banyaknya pengamatan yang lebih besar dari nilai *threshold*, dan x_{max} adalah nilai maksimum dari $X_{(i)}$.

Pemilihan titik pada MRLP sebagai *threshold* untuk distribusi GPD dengan cara melihat nilai u yang mendekati linier. Hasil yang diperoleh pada metode MRLP berupa interval grafik yang cenderung linier terhadap u. Nilai *threshold* dipilih berdasarkan nilai AIC terkecil dari percobaan nilai *threshold* dalam interval tersebut [20]. Dengan jumlah data di atas nilai *threshold* adalah sekitar 10% dari total data. Estimasi parameter pada distribusi GPD dapat ditaksir dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) [21].

F. Uji Kesesuaian Distribusi (Goodness of Fit Test)

Salah satu metode yang dapat digunakan dalam *goodness of fit test* adalah Uji Kolmogorov-Smirnov. Uji Kolmogorov-Smirnov merupakan pengujian yang memperhatikan tingkat kesesuaian antara distribusi empirik ($F_n(x)$) dengan suatu distribusi teoritis tertentu ($F_0(x)$) [17]. Hipotesis pada uji Kolmogorov-Smirnov adalah sebagai berikut.

$H_0: F_n(x) = F_n(x) = F_0(x)$ (data telah mengikuti distribusi teoritis $F_0(x)$)
$H_1: F_n(x) \neq F_0(x)$ (data tidak mengikuti distribusi teoritis $F_0(x)$)

Statistik uji pada uji kesesuaian distribusi, yaitu:

$$D_{\text{hitung}} = \text{Sup}|F_n(x) - F_0(x)| \tag{15}$$

Keputusan Tolak H_0 apabila *p-value* < α atau $D_{\text{hitung}} > D_\alpha$. Nilai D_α diperoleh dari tabel Kolmogorov-Smirnov, dimana untuk jumlah data yang lebih besar dari 40 ($n > 40$) dan $\alpha = 0{,}05$ nilainya dapat dihitung melalui pendekatan dengan persamaan sebabagai berikut [22].

$$D_\alpha = \frac{1{,}36}{\sqrt{n}} \tag{16}$$

G. *Akaike's Information Criterion (AIC)*

Pada tahun 1973, Akaike memperkenalkan *information criterion* dengan mendefinisikannya seperti pada persamaan berikut [23],

$$\text{AIC} = (-2)\log(L) + 2(\text{k}) \tag{17}$$

dengan L adalah nilai maksimum dari fungsi *likelihood* suatu model dan k adalah jumlah parameter yang diestimasi. Pada metode ini model dengan AIC terkecil adalah model yang lebih baik.

H. *Simulasi Monte Carlo*

Metode simulasi Monte Carlo dilakukan dengan membangkitkan bilangan acak sesuai dengan karakteristik dari data yang akan dibangkitkan, dengan data baru tersebut yang akan digunakan untuk mengestimasi ukuran risikonya [3]. Simulasi Monte Carlo memiliki kelebihan dapat digunakan untuk semua asumsi distribusi serta dapat digunakan untuk jenis distribusi *fat tails*. Simulasi ini juga dapat digunakan untuk menentukan ekspektasi kerugian yang melebihi *value at risk* [8]. Secara umum algoritma sederhana simulasi Monte Carlo untuk mengestimasi ukuran risiko adalah sebagai berikut [24]: (1) Menentukan nilai parameter sesuai dengan distribusi dari *return* investasi. (2) Melakukan simulasi dengan membangkitkan secara acak *return* investasi menggunakan parameter dari langkah 1 sebanyak n buah. (3) Menghitung nilai ukuran risiko (VaR/ES) pada tingkat kepercayaan (1-α). (4) Mengulangi langkah 2 sampai langkah 3 sebanyak m kali iterasi. (5) Menghitung rata-rata pada hasil dari langkah 5 untuk menstabilkan nilai ukuran risiko (VaR /ES).

Perbandingan metode simulasi Monte Carlo kelompok saham Jakarta Islamic Index. Pada simulasi Monte Carlo tidak memiliki batas untuk jumlah iterasi yang akan dilakukan. Untuk menentukan jumlah iterasi yang diperlukan untuk mencapai persentase kesalahan maksimum yang ditentukan dari tingkat kepercayaan tertentu, dapat menggunakan pendekatan persentase kesalahan terhadap *mean*. Dengan mempertimbangkan persentase kesalahan maksimum rata-rata sama dengan setengah nilai *confidence interval*, persentase kesalahan rata-rata dapat dihitung melalui persamaan sebagai berikut,

$$E = \frac{100 Z_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} S_x}{\bar{x}\sqrt{m}} \tag{18}$$

dengan E adalah persentase kesalahan maksimum, m adalah jumlah iterasi, Z adalah distribusi kumulatif normal standar, S_x adalah standar deviasi sampel, dan $\bar{x}$ adalah *mean* sampel.

I. *Value at Risk (VaR)*

Value at risk adalah ukuran potensi kerugian yang akan didapatkan selama periode tertentu dalam kondisi pasar yang normal dengan tingkat kepercayaan tertentu [12]. Dengan F adalah disribusi kerugian X dari suatu investasi keuangan dalam jangka waktu tertentu, VaR dapat didefinisikan sebagai kuartil ke-q dari distribusi F. Perhitungan *value at risk* untuk distribusi GEV dapat diperoleh menggunakan persamaan berikut [18].

$$\widehat{\text{VaR}}_{\text{q(GEV)}} = \begin{cases} \hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}}\left[1 - \{-\log(1-q)\}^{-\hat{\xi}}\right], \hat{\xi} \neq 0 \\ \hat{\mu} - \hat{\sigma}\log\{-\log(1-q)\}, \hat{\xi} = 0 \end{cases} \tag{19}$$

Persamaan perhitungan *value at risk* untuk distribusi GPD adalah sebagai berikut [25].

$$\widehat{\text{VaR}}_{\text{q(GPD)}} = \begin{cases} u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}}\left\{\left(\frac{n}{n_u} q\right)^{-\hat{\xi}} - 1\right\}, \hat{\xi} \neq 0 \\ u - \hat{\sigma}\log\left(\frac{n}{n_u}(1-q)\right), \hat{\xi} = 0 \end{cases} \tag{20}$$

J. *Expected Shortfall (ES)*

Expected shortfall (ES) adalah ukuran risiko yang mengestimasi ukuran potensi kerugian yang melebihi *value at risk* [6]. Perhitungan *expected shortfall* untuk distribusi GEV seperti pada persamaan berikut [26].

$$\widehat{\text{ES}}_{\text{q(GEV)}} = E\{X|X > \text{VaR}_{\text{q}}\} = \frac{1}{1-\alpha}\int_{\text{VaR}_q}^{\infty} Xf(X)dx \tag{21}$$

Perhitungan nilai *expected shortfall* untuk distribusi GPD seperti pada persamaan berikut [25].

$$\widehat{\text{ES}}_{\text{q(GPD)}} = E\{X|X > \text{VaR}_{\text{q}}\} = \frac{\widehat{\text{VaR}}_{\text{q(GPD)}}}{1-\hat{\xi}} - \frac{\hat{\sigma} - \hat{\xi}u}{1-\hat{\xi}} \tag{22}$$

III. METODOLOGI PENELITIAN

Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data sekunder berupa harga penutupan saham harian periode 29 Januari 2016 sampai dengan 1 Februari 2023 sebanyak 1.756 pengamatan dari saham ANTM, MDKA, MEDC, dan UNTR yang merupakan saham perusahaan pertambangan emas yang terdaftar dalam IDX30 periode Februari-Juli 2023. Data tersebut diperoleh melalui situs web finance.yahoo.com.

Adapun tahapan yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut: (1) Menghitung nilai *return* saham aset tunggal. (2) Membentuk portofolio saham investasi menggunakan metode *mean-variance efficient portfolio* (MVEP). (3) Menghitung nilai *return* portofolio saham investasi. (4) Melakukan analisa statistika deskriptif. (5) *Fitting* distribusi *generalized extreme value*. (6) *Fitting* distribusi *generalized Pareto distribution*. (7) Memilih distribusi terbaik untuk masing-masing aset tunggal dan portofolio. (8) Melakukan simulasi Monte Carlo berdasarkan distribusi yang terpilih dari langkah 7 untuk perhitungan *value at risk* dan *expected shortfall* menggunakan tingkat kepercayaan 95% dan 99%. (9) Analisis perbandingan hasil estimasi ukuran risiko aset tunggal dan portofolio.

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. *Analisis Deskriptif Data Return Saham*

Data yang digunakan untuk estimasi risiko investasi adalah data *return* saham. Untuk mengetahui karakteristik *return*

Tabel 1.
Statistika Deskriptif Data *Return* Saham Aset Tunggal

Saham	*Mean*	Standar Deviasi	Varians	Maks.	Min.
ANTM	0,00161	0,03149	0,000992	0,24837	-0,15102
MDKA	0,00187	0,02969	0,000882	0,23661	-0,13947
MEDC	0,00199	0,03675	0,001351	0,24667	-0,19549
UNTR	0,00049	0,02452	0,000601	0,17857	-0,10026

Tabel 2.
Proporsi Masing-masing Saham dalam Portofolio Investasi

Kode Saham	Bobot/Proporsi Saham
w_{ANTM}	13,15%
w_{MDKA}	29,54%
w_{MEDC}	11,78%
w_{UNTR}	45,53%

Tabel 3.
Statistika Deskriptif Data *Return* Portofolio Investasi

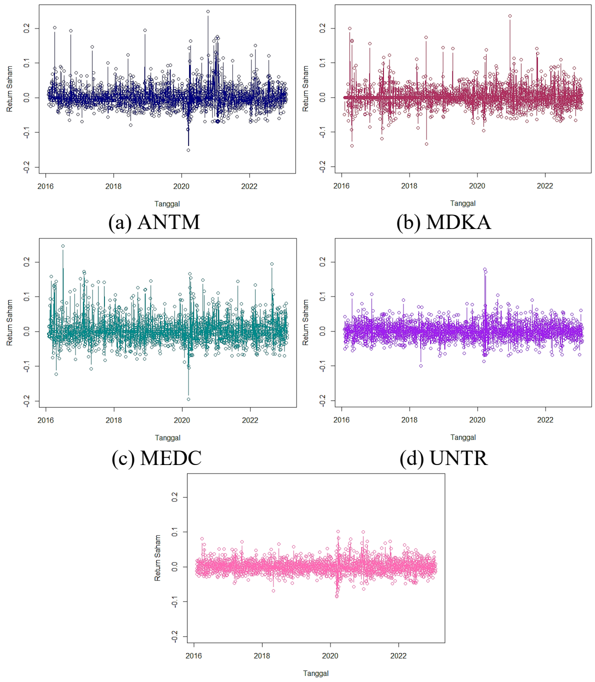
Saham	*Mean*	Standar Deviasi	Varians	Maks.	Min.
Portofolio	0,00122	0,01882	0,00035	0,10173	-0,0858

investasi, berikut merupakan hasil perhitungan untuk analisis statistika deskriptif dari seluruh data yang digunakan.

Tabel 1 menunjukkan bahwa nilai rata-rata *return* saham yang tertinggi adalah saham MEDC dan yang terendah adalah saham UNTR. Saham yang memiliki nilai varians dan standar deviasi terkecil atau ukuran penyebaran data terkecil adalah saham UNTR, sehingga dapat dikatakan saham UNTR memiliki tingkat risiko yang terkecil daripada aset tunggal lainnya serta tidak mengalami perubahan harga yang signifikan dari waktu ke waktu. Selain itu, saham UNTR juga memiliki rentang nilai *return* yang paling kecil atau nilai *return* yang relatif stabil daripada aset tunggal lainnya. Sedangkan saham yang memiliki nilai varians dan standar deviasi (ukuran penyebaran data) tertinggi adalah saham MEDC sehingga saham MEDC memiliki kemungkinan risiko yang paling besar dan mengalami perubahan harga yang signifikan dari waktu ke waktu.

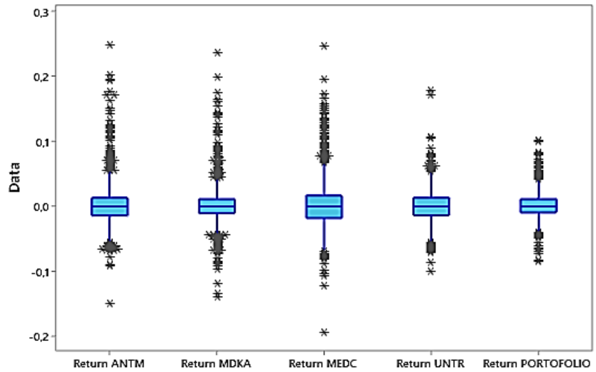
B. Pembentukan Portofolio Investasi berdasarkan Mean Variance Efficient Portfolio (MVEP)

Perhitungan proporsi saham berdasarkan metode MVEP dilakukan menggunakan nilai *return* data harga penutupan harian dari 4 saham yang digunakan. Langkah awal dalam metode ini adalah dengan menghitung nilai rata-rata, varians dan kovarians dari seluruh aset tunggal untuk mendapatkan matriks varians-kovarians dari 4 saham yang digunakan. Selanjutnya dicari nilai invers dari matriks tersebut. Setelah dilakukan perhitungan menggunakan persamaan 4, didapatkan bobot/proporsi masing-masing saham dalam portofolio investasi. Berdasarkan bobot masing-masing aset tunggal yang telah didapatkan pada Tabel 2, selanjutnya bisa digunakan untuk menghitung nilai *return* portofolio seperti pada Persamaan (2). Tabel 3 menunjukkan bahwa portofolio investasi memiliki ukuran penyebaran atau penyimpanan data berupa standar deviasi sebesar 0,018824 dan varians sebesar 0,000354, yang jika dibandingkan dengan ukuran penyebaran data saham penyusunnya merupakan yang terkecil sehingga dapat dikatakan portofolio investasi memiliki tingkat risiko yang terkecil daripada aset tunggal penyusunnya serta tidak mengalami perubahan harga yang signifikan dari waktu ke waktu. Selain itu, portofolio investasi juga memiliki rentang nilai *return* yang paling kecil jika dibandingkan aset tunggal



(a) ANTM (b) MDKA (c) MEDC (d) UNTR (e) Portofolio

Gambar 1. Plot data *return* saham.



Gambar 2. *Box-plot* data *return* saham.

penyusunnya sehingga dapat dikatakan memiliki nilai *return* yang relatif stabil daripada aset tunggal penyusunnya.

C. Identifikasi Nilai Ekstrem

Pada penelitian ini, data *return* saham diestimasi menggunakan pendekatan EVT. Adanya indikasi nilai ekstrem pada data *return* dapat diidentifikasi menggunakan plot, *box-plot* dan histogram seperti Gambar 1 memperlihatkan bahwa pada masing-masing plot terdapat beberapa data yang terletak jauh dari kumpulan data lainnya yang menunjukkan adanya indikasi adanya nilai ekstrem pada data *return* saham. Adanya nilai ekstrem juga dapat diidentifikasi menggunakan *boxplot* seperti pada Gambar 2 terdapat titik-titik hitam di atas dan di bawah *boxplot return* saham yang merupakan nilai ekstrem dari data, sehingga dapat dikatakan bahwa seluruh data *return* memiliki beberapa nilai yang ekstrem. Suatu data *return* yang mempunyai nilai ekstrem memiliki pola ekor distribusi yang lebih gemuk bisa diidentifikasi menggunakan histogram seperti pada histogram Gambar 3 dapat dilihat bahwa seluruh data *return* memiliki ekor distribusi yang turun secara lambat yang menunjukkan data *return* tidak berdistribusi normal dan terdapat nilai ekstrem pada data. Hasil uji Kolmogorov Smirnov untuk menguji apakah data *return* sesuai tidak mengikuti distribusi normal disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4.
Hasil Uji Kolmogorov Smirnov (Distribusi Normal)

Saham	D_{hitung}	D_α	*p-value*	Keputusan
ANTM	0,122	0,032	< 0,001	Tolak H_0
MDKA	0,142	0,032	< 0,001	Tolak H_0
MEDC	0,125	0,032	< 0,001	Tolak H_0
UNTR	0,059	0,032	< 0,001	Tolak H_0
Portofolio	0,057	0,032	< 0,001	Tolak H_0

Tabel 5.
Uji Kolmogorov Smirnov (Distribusi GEV)

Saham	D_{hitung}	D_α	*p-value*	Keputusan
ANTM	0,041	0,073	0,610	Gagal tolak H_0
MDKA	0,057	0,073	0,202	Gagal tolak H_0
MEDC	0,058	0,073	0,186	Gagal tolak H_0
UNTR	0,037	0,073	0,722	Gagal tolak H_0
Portofolio	0,024	0,073	0,988	Gagal tolak H_0

Tabel 6.
Hasil Estimasi Parameter Distribusi GEV

Saham	Parameter Lokasi (μ)	Parameter Skala (σ)	Parameter Bentuk (ξ)
ANTM	0,01986342	0,02121962	0,16988473
MDKA	0,01888277	0,01881086	0,25724084
MEDC	0,02661003	0,02870442	0,02070004
UNTR	0,02011187	0,01640216	0,02066966
Portofolio	0,01515066	0,01234560	0,05231966

Tabel 4 menjelaskan bahwa seluruh data *return* saham memiliki hasil keputusan pengujian tolak H_0 karena memiliki nilai $D_{\text{hitung}} > D_\alpha$ dan *p-value* < 0,05. Keputusan tolak H_0 ini berarti masing-masing data *return* saham yang digunakan baik pada aset tunggal maupun portofolio investasi tidak berdistribusi normal.

D. Fitting Distribusi Generalized Extreme Value (GEV)

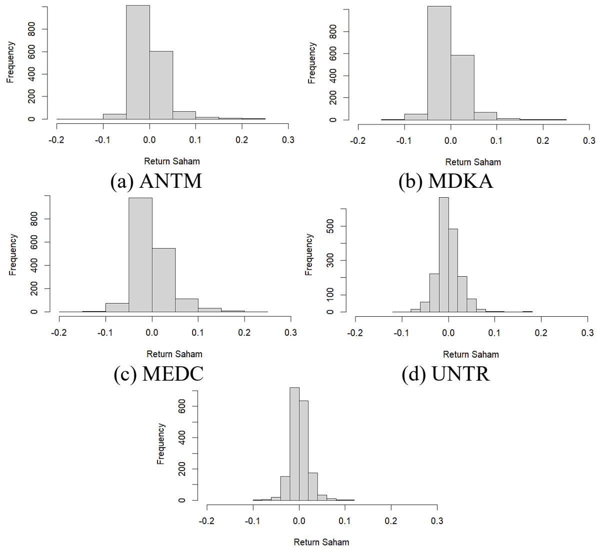
Dalam memodelkan nilai *return* saham menggunakan metode *block maxima* perlu diidentifikasi nilai ekstrem dari setiap bloknya. Pada penelitian ini jumlah data dalam setiap bloknya adalah 5 data *return,* sehingga akan didapatkan 351 blok yang berasal dari total 1.755 data *return* saham. Nilai ekstrem yang didapatkan dari masing-masing blok yang digunakan sebagai analisis pada metode *block maxima*.

1) Estimasi Parameter Distribusi GEV

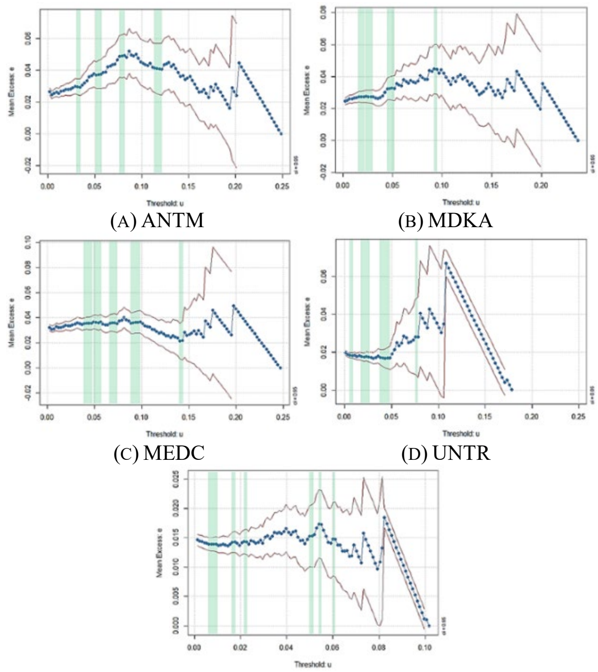
Masing-masing data *return* saham dari metode *block maxima* yang berjumlah 351 data dilakukan *fitting* distribusi untuk mendapatkan estimasi parameternya. Dengan bantuan *software* RStudio dan menggunakan metode MLE, didapatkan nilai estimasi parameter lokasi (μ), skala (σ), dan bentuk (ξ) seperti pada Tabel 6 menunjukkan bahwa hasil estimasi nilai parameter lokasi (μ) atau letak titik pemusatan data *return* saham nilainya antara 0,01 sampai 0,02. Nilai estimasi parameter skala (σ) yang menyatakan keragaman data nilainya berkisar antara 0,012 sampai 0,028. Estimasi parameter bentuk nilainya berkisar antara 0,02 sampai 0,16. Nilai parameter bentuk (ξ) menyatakan perilaku ekor distribusi, di mana semakin besar nilai parameter bentuk (ξ) maka distribusinya akan memiliki ekor yang semakin berat yang menunjukkan peluang terjadinya nilai ekstrem semakin besar. Sehingga dapat dikatakan bahwa saham ANTM memiliki peluang terjadinya nilai ekstrem pada *return* saham yang lebih besar dibandingkan data saham lainnya.

2) Uji Kesesuaian Distribusi GEV

Setelah didapatkan nilai estimasi parameter untuk seluruh data *return* saham dari metode *block maxima*, dilakukan uji


(a) ANTM (b) MDKA (c) MEDC (d) UNTR (e) Portofolio

Gambar 3. Histogram data *return* saham.


(A) ANTM (B) MDKA (C) MEDC (D) UNTR (e) Portofolio

Gambar 3. *Mean residual life plot* data *return* saham.

kesesuaian distribusi untuk mengetahui apakah data *return* saham tersebut benar mengikuti distribusi GEV dengan parameter sesuai dengan yang didapatkan. Pengujian kesesuaian distribusi ini dilakukan dengan menggunakan uji Kolmogorov Smirnov dengan hasil seperti pada Tabel 5 menunjukkan keputusan hasil statistik uji dari seluruh data *return* saham metode *block maxima* adalah gagal tolak H_0 karena masing-masing saham memiliki hasil *p-value* > 0,05 serta nilai $D_{\text{hitung}} < D_\alpha$. Keputusan gagal tolak H_0 ini memiliki arti bahwa masing-masing aset tunggal dan portofolio investasi dari data *return* metode *block maxima* mengikuti distribusi *generalized extreme value* (GEV).

E. Fitting Distribusi Generalized Pareto Distribution (GPD)

Pada metode *Peaks Over Threshold* nilai ekstremnya diidentifikasi berdasarkan nilai *threshold.* Data yang nilainya melebihi nilai *threshold* merupakan data ekstrem yang digunakan dalam analisis penelitian.

Tabel 7.
Nilai *Threshold* Distribusi GPD

Saham	Nilai *Threshold*	Jumlah Data di Atas *Threshold*
ANTM	0,0340	194
MDKA	0,0300	211
MEDC	0,0410	194
UNTR	0,0260	213
Portofolio	0,0225	184

Tabel 8.
Hasil Estimasi Parameter Distribusi GPD

Saham	Parameter Skala (σ)	Parameter Bentuk (ξ)
ANTM	0,02019246	0,33106307
MDKA	0,02284875	0,16432001
MEDC	0,03753646	-0,04503321
UNTR	0,01678295	0,06179249
Portofolio	0,01392643	0,02918728

Tabel 9.
Uji Kolmogorov-Smirnov (Distribusi GPD)

Saham	D_{hitung}	D_{α}	*p-value*	Keputusan
ANTM	0,056	0,0976	0,575	Gagal tolak H_0
MDKA	0,117	0,0936	0,006	Tolak H_0
MEDC	0,119	0,0976	0,008	Tolak H_0
UNTR	0,119	0,0932	0,005	Tolak H_0
Portofolio	0,093	0,1003	0,082	Gagal tolak H_0

1) Penentuan Nilai Threshold

Penentuan nilai *threshold* dilakukan menggunakan metode MRLP. Pemilihan nilai *threshold* pada metode MRLP dilakukan dengan memilih titik atau nilai pada interval grafik yang cenderung linier. Hasil MRLP yang digunakan untuk menentukan nilai *threshold* pada penelitian ini disajikan pada Gambar 4. Gambar 4 menunjukkan hasil MRLP dari masing-masing data *return* saham. Berdasarkan hasil MRLP akan diambil nilai *threshold* yang berada pada selang nilai di dalam plot tersebut yang membentuk garis linier (ditandai dengan garis berwarna hijau) seperti pada Tabel 7. Beberapa nilai di dalam interval selang tersebut dilakukan *fitting* distribusi GPD menggunakan *software* RStudio dengan metode MLE, kemudian dianalisis untuk memilih nilai *threshold* yang terbaik. Nilai *threshold* dipilih berdasarkan hasil *fitting* distribusi yang menghasilkan nilai AIC terkecil dengan jumlah data di atas nilai *threshold* sekitar 10% dari total data.

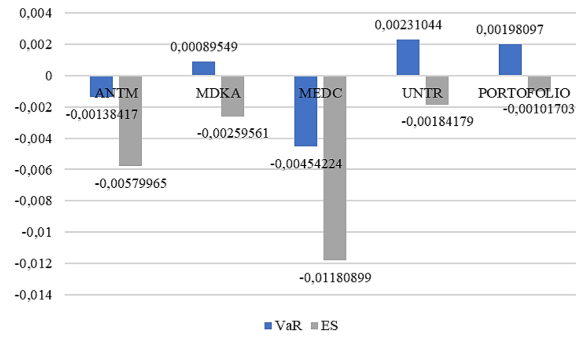
2) Estimasi Parameter Distribusi GPD

Data di atas nilai *threshold* dari masing-masing data *return* saham tersebut kemudian digunakan untuk mendapatkan nilai estimasi parameter berdasarkan *fitting* distribusi GPD. Didapatkan hasil estimasi parameter bentuk (ξ) dan parameter skala (σ) sebagai pada Tabel 8 menunjukkan bahwa pada nilai parameter skala (σ) yang menyatakan keragaman nilai ekstrem pada data dengan nilai keragaman data terbesar adalah saham MEDC. Nilai estimasi parameter bentuk terbesar dimiliki oleh saham ANTM, sehingga dapat dikatakan bahwa data *return* saham ANTM memiliki peluang kemungkinan terjadinya nilai *return* ekstrem yang lebih besar di antara saham lainnya.

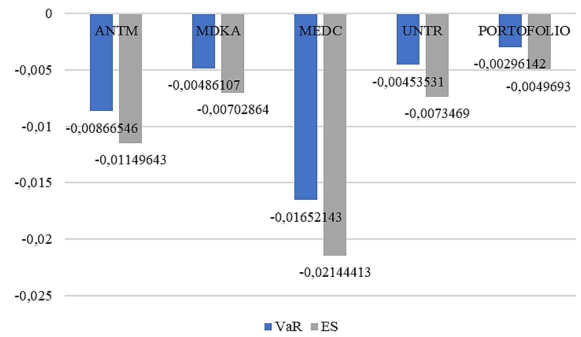
3) Uji Kesesuaian Distribusi GPD

Dilakukan uji kesesuaian distribusi untuk mengetahui apakah data *return* saham benar mengikuti distribusi GPD. Hasil pengujian kesesuaian distribusi GPD dari data *return* saham menggunakan uji Kolmogorov-smirnov disajikan di Tabel 9.

Dari Tabel 9 dapat diketahui keputusan pengujian untuk saham ANTM dan portofolio investasi adalah gagal tolak H_0 karena saham ANTM dan portofolio investasi memiliki hasil



Gambar 5. *Value at risk* dan *expected shortfall* (*confident interval* 0,05).



Gambar 6. *Value at risk* dan *expected shortfall* (*confident interval* 0,01).

p-value > α serta nilai $D_{\text{hitung}} < D_{\alpha}$. Sedangkan untuk saham MDKA, MEDC, dan UNTR memiliki keputusan pengujian tolak H_0 karena hasil *p-value* < α serta nilai $D_{\text{hitung}} > D_{\alpha}$. Sehingga dapat diartikan bahwa untuk nilai ekstrem saham ANTM dan portofolio investasi dari metode POT mengikuti distribusi GPD, sedangkan nilai ekstrem saham MDKA, MEDC dan UNTR dari metode POT yang digunakan tidak mengikuti distribusi GPD.

F. Penentuan Distribusi Terbaik

Dilakukan pemilihan distribusi terbaik dari distribusi GEV dan GPD yang selanjutnya akan digunakan dalam analisis estimasi risiko data *return* saham. Distribusi yang dipilih adalah distribusi yang memenuhi uji kesesuaian distribusi serta nilai AIC lebih kecil. Berdasarkan Tabel 10 dapat diketahui bahwa saham ANTM dan portofolio investasi keduanya memenuhi uji kesesuaian distribusi GEV dan GPD. Namun distribusi terbaik yang terpilih distribusi GEV, karena nilai AIC distribusi GEV lebih kecil jika dibandingkan nilai AIC distribusi GPD. Sedangkan untuk saham MDKA, MEDC, dan UNTR data nilai ekstrem pada masing-masing saham tersebut tidak memenuhi uji kesesuaian distribusi GPD, sehingga distribusi terbaik yang terpilih distribusi GEV. Sehingga dapat disimpulkan bahwa distribusi yang akan digunakan untuk analisis estimasi risiko untuk semua data saham adalah distribusi GEV.

G. Hasil Estimasi Ukuran Risiko Berdasarkan Simulasi Monte Carlo

1) Penentuan Jumlah Iterasi untuk Simulasi Monte Carlo

Pada simulasi Monte Carlo tidak ada batas ketentuan untuk jumlah iterasi yang digunakan. Dalam penelitian ini, jumlah iterasi untuk perhitungan ukuran risiko ditentukan berdasarkan persentase kesalahan maksimum yang ditentukan. Dengan menggunakan Persamaan (18), hasil perhitungan jumlah iterasi untuk masing-masing saham disajikan di Tabel 11.

Tabel 10.
Penentuan Distribusi Terbaik

Saham	Distribusi GEV		Distribusi GPD		Distribusi Terpilih
	Uji Kesesuaian Distribusi	AIC	Uji Kesesuaian Distribusi	AIC	
ANTM	Memenuhi	-1522,19	Memenuhi	-993,69	GEV
MDKA	Memenuhi	-1573,15	Tidak memenuhi	-1099,34	GEV
MEDC	Memenuhi	-1371,78	Tidak memenuhi	-899,06	GEV
UNTR	Memenuhi	-1770,00	Tidak memenuhi	-1284,89	GEV
Portofolio	Memenuhi	-1950,70	Memenuhi	-1190,08	GEV

Tabel 11.
Jumlah Iterasi untuk Simulasi Monte Carlo

Saham	Jumlah Iterasi
ANTM	591.008
MDKA	387.854
MEDC	528.566
UNTR	3.725.835
Portofolio	363.779

2) Hasil Estimasi Value at Risk dan Expected Shortfall

Penerapan perhitungan *value at risk* dan *expected shortfall* menggunakan simulasi Monte Carlo dilakukan dengan bantuan *software* RStudio. Dimana simulasi ini dilakukan dengan membangkitkan data acak sebanyak sampel data *return* (1.755 data) berdasarkan distribusi terbaik yang terpilih menggunakan parameter hasil estimasi yang diperoleh. Selanjutnya dicari nilai VaR dan ES dari hasil pembangkitan data acak tersebut. Langkah tersebut dilakukan sebanyak jumlah iterasi yang didapatkan. Berikut hasil nilai estimasi risiko yang didapatkan dari rata-rata seluruh hasil iterasi.

Nilai hasil perhitungan yang diperoleh dari Gambar 5 dapat diartikan pada saham ANTM dengan tingkat kepercayaan sebesar 95%, risiko kerugian maksimum yang akan diterima investor dalam jangka waktu satu hari ke depan adalah sebesar $0{,}00138417 \approx 0{,}138\%$ atau terdapat kemungkinan sebesar 5% investor akan mengalami kerugian sebesar 0,138% atau lebih buruk. Dengan nilai ES atau rata-rata kerugian yang melebihi VaR pada kondisi ekstrem adalah sebesar $0{,}00579965 \approx 0{,}58\%$. Begitu pula pada saham MEDC. Namun, pada saham MDKA, UNTR, dan portofolio investasi untuk tingkat kepercayaan sebesar 95%, besar risiko maksimum yang mungkin akan diterima investor dalam jangka waktu satu hari kemudian tidak sampai bernilai negatif atau masih memiliki keuntungan yang kecil. Dari Gambar 5 dapat diketahui bahwa pada tingkat kepercayaan 95%, saham yang memiliki nilai estimasi risiko kerugian terbesar (nilai VaR maupun ES bernilai negatif dengan nilai terbesar) adalah saham MEDC. Sedangkan untuk nilai VaR bernilai positif dengan nilai terbesar (tingkat risiko terkecil) dimiliki oleh saham UNTR dan nilai ES terkecil yang bernilai negatif (tingkat risiko terkecil) dimiliki oleh portofolio investasi.

Gambar 6 menunjukkan bahwa untuk saham ANTM dengan tingkat kepercayaan sebesar 99%, nilai risiko kerugian maksimum yang akan diterima investor untuk jangka waktu satu hari ke depan adalah sebesar $0{,}00866546 \approx 0{,}867\%$, atau terdapat kemungkinan sebesar 1% investor akan mengalami kerugian sebesar 0,867% atau lebih besar. Dengan nilai ES atau rata-rata kerugian yang melebihi VaR pada kondisi ekstrem sebesar $0{,}01149643 \approx 1{,}15\%$. Begitu pula untuk hasil estimasi risiko pada data saham yang lainnya. Berdasarkan Gambar 6 dapat diketahui bahwa pada tingkat kepercayaan sebesar 99%, saham yang memiliki nilai estimasi risiko kerugian terbesar baik untuk nilai VaR maupun ES-nya adalah saham MEDC. Sedangkan saham yang memiliki nilai estimasi kerugian terkecil untuk kedua nilai VaR dan ES-nya adalah portofolio investasi.

IV. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan dari penelitian yang telah dilakukan, didapatkan beberapa kesimpulan sebagai berikut. (1) Portofolio investasi berdasarkan metode *mean variance efficient portfolio* tersusun dari masing-masing aset tunggal dengan proporsi saham ANTM sebesar 13,15%, saham MDKA sebesar 29,54%, saham MEDC sebesar 11,78%, dan saham UNTR sebesar 45,53%. (2) Data *return* saham ANTM, MDKA, MEDC, UNTR, serta portofolio investasi memiliki karakteristik data, yaitu saham yang memiliki rentang serta perubahan harga saham tertinggi adalah saham UNTR. Nilai *return* rata-rata tertinggi dimiliki oleh saham MEDC, sedangkan yang terendah dimiliki oleh saham UNTR. Saham yang memiliki nilai *return* maksimal tertinggi adalah saham ANTM sedangkan *return* minimum terendah dimiliki oleh saham MEDC. Saham yang memiliki tingkat penyebaran data *return* yang paling tinggi (nilai varians dan standar deviasi tertinggi) adalah saham MEDC, sehingga dapat dikatakan bahwa saham MEDC memiliki tingkat risiko yang terbesar di antara saham yang lain. Sedangkan portofolio investasi yang memiliki tingkat penyebaran terendah. Selain itu, data *return* untuk seluruh aset tunggal serta portofolio investasi terindikasi memiliki nilai ekstrem. (3) Nilai hasil perhitungan estimasi risiko (*value at risk* dan *expected shortfall)* untuk masing-masing aset tunggal yang berasal dari distribusi GEV (distribusi terbaik yang terpilih) yang bernilai negatif dan terbesar baik untuk *confidence interval* 0,05 maupun 0,01 dimiliki oleh saham MEDC. Hal ini menunjukkan bahwa saham MEDC memiliki tingkat risiko kerugian yang paling tinggi di antara saham aset tunggal lainnya. (4) Pada portofolio investasi, dengan menggunakan distribusi terbaik yang terpilih, yaitu distribusi GEV serta pada *confidence interval* 0,05 didapatkan hasil estimasi risiko berupa ES yang bernilai negatif dan memiliki nilai yang terkecil jika dibandingkan dengan masing-masing aset tunggal penyusunnya. Sedangkan untuk nilai estimasi risiko pada *confidence interval* 0,01 didapatkan nilai VaR dan ES untuk saham portofolio investasi bernilai negatif dengan nilai yang terkecil di antara masing-masing saham aset tunggal penyusunnya, sehingga dapat dikatakan bahwa portofolio investasi memiliki tingkat risiko kerugian yang terkecil daripada saham penyusunnya.

Saran yang dapat diberikan untuk penelitian selanjutnya, yaitu menggunakan acuan atau metode lain untuk menentukan nilai *threshold* seperti *Measure of Surprise*, menggunakan jumlah iterasi lain seperti 10.000 iterasi untuk simulasi Monte Carlo supaya mengurangi waktu pengolahan data. Sedangkan untuk investor jika ingin berinvestasi pada saham perusahaan pertambangan emas dapat menggunakan portofolio investasi yang terbentuk karena memiliki nilai risiko yang lebih kecil dari saham penyusunnya, dan jika ingin berinvestasi pada salah satu aset tunggal bisa berinvestasi pada saham UNTR karena memiliki nilai risiko investasi yang lebih kecil daripada saham aset tunggal lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Z. Puspitaningtyas, *Prediksi Risiko Investasi Saham*. Yogyakarta: Pandiva Buku, 2015. ISBN: 978-602-14113-6-0.

[2] Syariah dan N. Pratiwi, "Pengukuran value at risk (VaR) portofolio optimal pada investasi saham bank badan usaha milik negara (BUMN) menggunakan metode varian covarian dan metode simulasi monte carlo," *J. Stat. Ind. dan Komputasi*, vol. 5, no. 1, hal. 1–10, 2020.

[3] D. A. I. Maruddani dan A. Purbowati, "Pengukuran value at risk pada aset tunggal dan portofolio dengan simulasi monte carlo," *Media Stat.*, vol. 2, no. 2, hal. 93–104, 2009, doi: https://doi.org/10.14710/medstat.2.2.93-104.

[4] A. J. McNeil, R. Frey, dan P. Embrechts, *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques, and Tools*. New Jersey: Princeton University Press, 2005. ISBN: 9780691122557.

[5] A. K. Singh, D. E. Allen, dan P. J. Robert, "Extreme market risk and extreme value theory," *Math. Comput. Simul.*, vol. 94, hal. 310–328, Agu 2013, doi: 10.1016/j.matcom.2012.05.010.

[6] M. Gilli dan E. Këllezi, "An application of extreme value theory for measuring financial risk," *Comput. Econ.*, vol. 27, hal. 207–228, 2006, doi: 10.1007/s10614-006-9025-7.

[7] E. M. Wijaya, "Estimasi Risiko Portofolio Optimal Model Markowitz dan Mean Absolute Deviation dengan Simulasi Monte Carlo," Departemen Sains Aktuaria, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, 2022.

[8] S. Ningsih dan A. Arsal, "Penerapan simulasi monte carlo untuk pengukuran value at risk (VaR)," *Res. Math. Nat. Sci.*, vol. 1, no. 2, hal. 8–16, 2022, doi: 10.55657/rmns.v1i2.62.

[9] Afriyeni dan D. Marlius, "Analisis pengaruh harga saham perdana terhadap abnormal return yang diterima investor studi pada Bursa Efek Indonesia," *Akad. Keuang. dan Perbank. Padang*, hal. 1–19, 2019, doi: https://doi.org/10.31219/osf.io/8z7hx.

[10] I. Y. Rohidin, N. Satyahadewi, dan S. W. Rizki, "Perbandingan metode simulasi monte carlo kelompok saham Jakarta Islamic Index," *Bimaster Bul. Ilm. Mat. Stat. dan Ter.*, vol. 11, no. 2, hal. 293–298, 2022, doi: http://dx.doi.org/10.26418/bbimst.v11i02.53441.

[11] J. Franke, W. K. Härdle, dan C. M. Hafner, *Statistics of Financial Markets: An Introduction*, 5th ed. Cham, Switzerland: Springer, 2008. ISBN: 978-3-030-13751-9.

[12] P. Jorion, *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*. New York, USA: McGraw-Hill, 2007. ISBN: 978-0071464956.

[13] L. Nurani dan M. F. Qudratullah, "Analisis portofolio syariah optimal menggunakan model mean variance efficient portfolio (MVEP) dengan pendekatan data envelopment analysis (DEA)," *J. Fourier*, vol. 5, no. 1, hal. 41, 2016, doi: 10.14421/fourier.2016.51.41-47.

[14] I. P. Sanggup, N. Satyahadewi, dan E. Sulistianingsih, "Perhitungan nilai ekspektasi return dan risiko dari portofolio dengan menggunakan mean - variance efficient portfolio," *Bul. Ilm. Math. Stat. dan Ter.*, vol. 03, no. 1, hal. 51–56, 2014, doi: http://dx.doi.org/10.26418/bbimst.v3i01.5185.

[15] K. Dharmawan, "Estimasi nilai VaR dinamis indeks saham menggunakan peak-over threshold dan block maxima," *J. Mat.*, vol. 2, no. 2, hal. 1–12, 2012, doi: https://doi.org/10.24843/JMAT.2012.v02.i02.p24.

[16] J. N. C. Yong, S. M. Ziaei, dan K. R. Szulczyk, "The impact of covid-19 pandemic on stock market return volatility: Evidence from Malaysia and Singapore," *Asian Econ. Financ. Rev.*, vol. 11, no. 3, hal. 191–204, 2021, doi: 10.18488/journal.aefr.2021.113.191.204.

[17] D. Rahmayani dan S. Sutikno, "Analisis curah hujan ekstrim non-stasioner dengan pendekatan block maxima di Surabaya dan Mojokerto," *J. Sains dan Seni ITS*, vol. 8, no. 2, hal. 2337–3520, 2020.

[18] S. Coles, *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*. Bristol: Springer, 2001. ISBN: 978-184996-874-4.

[19] S. M. Rohmah, "Estimasi value at risk dalam investasi saham subsektor perbankan di Bursa Efek Indonesia dengan pendekatan extreme value theory," *J. Sains dan Seni ITS*, vol. 6, no. 2, 2017, doi: 10.12962/j23373520.v6i2.24983.

[20] M. I. Maulana dan A. Sofro, "Aplikasi extreme value theory pada kasus kecepatan angin di Jawa Timur," *J Stat. J. Ilm. Teor. dan Apl. Stat.*, vol. 12, no. 1, hal. 1–6, 2019, doi: 10.36456/jstat.vol12.no1.a1992.

[21] Y. D. W. Sari dan S. Sutikno, "Estimasi parameter generalized pareto distribution pada kasus identifikasi perubahan iklim di sentra produksi padi jawa timur," *J. Sains dan Seni Pomits*, vol. 2, no. 2, hal. 141–146, 2013, doi: https://dx.doi.org/10.12962/j23373520.v2i2.4506.

[22] L. H. Miller, "Table of percentage points of Kolmogorov statistics," *J. Am. Stat. Assoc.*, vol. 51, no. 273, hal. 111–121, 1956, doi: https://doi.org/10.1080/01621459.1956.10501314.

[23] H. Akaike, *A Bayesian Analysis of the Minimum AIC Procedure*. New York, NY: Springer, 1998. ISBN: 978-1-4612-7248-9.

[24] L. Mawarti, Sugiman, dan M. Kharis, "Perbandingan uji hasil simulasi Monte Carlo dan simulasi bootstrap dalam analisis saham untuk menghitung nilai VaR data," *UNNES J. Math.*, vol. 7, no. 2, hal. 253–261, 2019, doi: 10.15294/ujm.v7i2.14109.

[25] K. Chinhamu, C.-K. Huang, C.-S. Huang, dan D. Chikobvu, "Extreme risk, value-at-risk and expected shortfall in the gold market," *Int. Bus. Econ. Res. J.*, vol. 14, no. 1, hal. 107–122, 2015.

[26] V. Khokhlov, "Conditional value-at-risk for uncommon distributions," *SSRN*, vol. 2, no. 6, hal. 70–79, 2016, doi: https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3200629.