Peramalan Jumlah Kasus Kredit Bermasalah di Koperasi XYZ Kota Tebing Tinggi dengan Menggunakan *Poisson Generalized Autoregressive Moving Average* (GARMA)

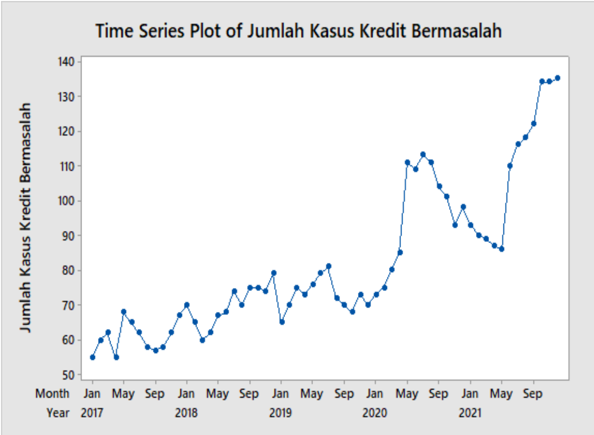
David Mikhael Simanjuntak, dan Laksmi Prita Wardhani
Departemen Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)
e-mail: laksmi_pw@matematika.its.ac.id

***Abstrak*—Kredit bermasalah merupakan suatu kondisi dimana terjadinya cidera janji dalam repayment kredit yang mengakibatkan adanya tunggakan atau potensi kerugian sehingga memungkinkan timbulnya risiko pada usaha kreditur di kemudian hari. Berdasarkan publikasi yang dilakukan oleh Otoritas Jasa Keuangan (OJK), jumlah kredit bermasalah di Indonesia mengalami peningkatan yang signifikan dan mengalami fluktuasi dalam beberapa tahun terakhir. Hal ini sejalan dengan peningkatan jumlah kasus kredit bermasalah koperasi di Kota Tebing Tinggi. Berdasarkan hal ini perlu dilakukan peramalan pada data jumlah kasus kredit bermasalah koperasi di Kota Tebing Tinggi. Data jumlah kasus kredit bermasalah merupakan data *count*. Salah satu model peramalan yang umum digunakan yaitu *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA), namun metode ini tidak selalu tepat digunakan untuk data count. *Generalized Linear Model* (GLM) merupakan solusi yang digunakan untuk menganalisis data count. Penelitian terus dilakukan dan menghasilkan pengembangan model peramalan yaitu *Generalized Autoregressive Moving Average* (GARMA) untuk data yang mengikuti distribusi *non–Gaussian* seperti distribusi Poisson. Dalam mengestimasi parameter model Poisson GARMA digunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan pendekatan optimasi *Iteratively Reweighted Least Square* (IRLS). Hasil yang didapat pada penelitian ini adalah model Poisson GARMA (1,2) merupakan model terbaik untuk data tersebut dengan pemilihan model terbaik berdasarkan nilai RMSE dan MAPE terkecil. Nilai RMSE Poisson GARMA (1,2) sebesar 26,17369640 dan MAPE sebesar 16%. Poisson GARMA (1, 2) diimplementasikan pada data jumlah kasus kredit bermasalah koperasi di Kota Tebing Tinggi dan didapatkan hasil peramalan pada tahun 2023 cenderung mengalami penurunan jumlah kasus dari bulan Januari – April 2023 dan peningkatan jumlah kasus dari bulan April – Desember 2023.**

***Kata Kunci*—Kredit Bermasalah, Data *Count*, Poisson GARMA, IRLS.**

I. PENDAHULUAN

KEBUTUHAN masyarakat terus meningkat sesuai dengan perkembangan zaman, namun pada waktu yang bersamaan masyarakat diperhadapkan dengan sumber pendapatan yang tidak mencukupi sehingga kredit (pinjaman) menjadi salah satu alternatif yang paling diminati masyarakat dalam usaha memenuhi kebutuhan sehari-hari. Dalam proses pelunasannya, kredit harus dibayarkan kembali kepada pihak kreditur secara berkala dalam rentang waktu tertentu. Apabila sedang dalam kondisi finansial yang ideal, maka debitur dapat melakukan pelunasan kredit dalam rentang waktu yang sudah ditentukan. Namun sebaliknya, apabila debitur sedang mengalami permasalahan dari sisi finansial maka akan mengakibatkan terjadinya tunggakan pada kredit atau lebih dikenal kredit bermasalah. Kredit bermasalah atau *Non-Performing Loan* (NPL) adalah suatu permasalahan dimana terjadinya cidera janji dalam *repayment* kredit mengakibatkan adanya tunggakan atau potensi kerugian yang terjadi pada usaha debitur sehingga memiliki kemungkinan timbulnya risiko di kemudian hari [1].



Gambar 1. Plot *time series* data.

Terdapat beberapa lembaga keuangan yang memberikan layanan kredit dan koperasi menjadi salah satu lembaga keuangan yang diminati oleh masyarakat Indonesia yang membutuhkan kredit baik untuk kebutuhan produktif maupun konsumtif. Pihak kreditur perlu untuk melakukan evaluasi mengenai kredit bermasalah agar dapat mengantisipasi permasalahan ini menjadi semakin buruk. Salah satu caranya adalah melakukan peramalan pada data jumlah kasus kredit bermasalah.

Peramalan adalah metode untuk memperkirakan suatu nilai di masa depan dengan menggunakan data historis yang ada. Data yang digunakan biasanya adalah data *time series*. Salah satu model peramalan untuk data *time series* yang paling umum digunakan yaitu *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA). Model ARIMA banyak digunakan dengan memperhatikan asumsi data yang berdistribusi normal dan stasioner, tetapi pada beberapa kasus ditemukan data yang tidak berdistribusi normal dan tidak stastioner. Hal semacam ini biasanya terjadi pada data *count*. Pada umumnya data *count* ditemukan pada suatu kasus atau sampel percobaan [2]. Jenis data ini biasanya menyebabkan data tidak berdistribusi normal, sehingga data count kurang cocok digunakan pada penerapan model ARIMA.

Generalized Linear Models (GLM) adalah model yang dapat digunakan untuk menganalisis data *count*. Terdapat

Tabel 1.
Struktur data jumlah kasus kredit bermasalah

Tahun	Bulan	Jumlah Kasus Kredit Bermasalah (Y_t)
2017	Januari	Y_1
2018	Februari	Y_2
⋮	⋮	⋮
	Desember	Y_{12}
2017	Januari	Y_{13}
2018	Februari	Y_{14}
⋮	⋮	⋮
	Desember	Y_{24}
2017	⋮	⋮
	Januari	Y_{61}
2018	Februari	Y_{62}
	⋮	⋮
	Desember	Y_{72}

Tabel 2.
Statistika deskriptif data jumlah kasus kredit bermasalah

Variabel	Rata-Rata	Standar Deviasi	Varians	Min	Maks
Jumlah kasus kredit bermasalah (Y_t)	92,806	31,713	1005,7	55	168

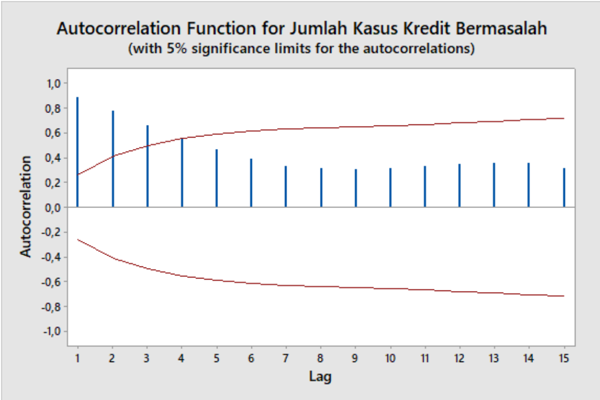
Tabel 3.
Hasil distribusi data menggunakan *software easyfit*

Distribution	Parameter
D. Uniform	a=38 b=147
Geometric	p=0,01066
Logarithmic	θ=0,99832
Neg. Binomial	n=9 p=0,09228
Poisson	λ=92,806
Bernoulli	No fit (data max > 1)
Binomial	No fit
Hypergeometric	No fit

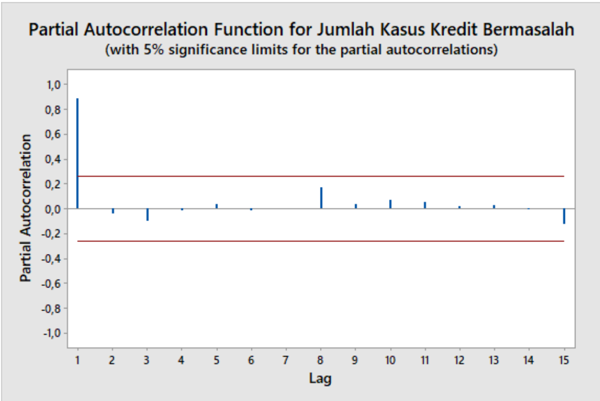
beberapa fungsi distribusi yang termasuk dalam keluarga eksponensial, salah satunya yaitu distribusi Poisson.

Benjamin et al. (2003) mengembangkan model *Generalized Autoregressive Moving Average* (GARMA) untuk data yang mengikuti distribusi *non-Gaussian* seperti distribusi Poisson dan Binomial Negatif. Model GARMA merupakan model yang dikembangkan dari perluasan *Generalize Linear Models* (GLM) berupa model gabungan GLM dengan *Autoregressive Moving Average* (ARMA) [3].

Beberapa penelitian dengan menggunakan model GARMA telah dilakukan, di antaranya yaitu penelitian yang dilakukan oleh Asrirawan et al. (2014). Pada penelitian ini, Asriawan et al. menggunakan model GARMA dengan menggunakan efek musiman yaitu peramalan jumlah kasus Demam Berdarah Dengue (DBD) di Surabaya dengan menggunakan model *Generalized Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average* (GSARIMA) dan *Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average* (SARIMA) [4]. Selain itu, penelitian menggunakan model GARMA juga dilakukan oleh Wardhani et al., (2020) mengenai peramalan tindakan kriminalitas pencurian di Kepolisian Resor (Polres) Surabaya menggunakan model Poisson GARMA dan Binomial Negatif GARMA [5]. Berdasarkan uraian diatas, penelitian yang akan dilakukan adalah peramalan jumlah kasus kredit bermasalah dengan menggunakan model Poisson GARMA. Data yang digunakan adalah data *count* (jumlahan) berupa data jumlah kasus kredit bermasalah di sebuah koperasi dengan data yang tidak musiman sesuai plot *time series* dari data tersebut dan data tersebut berdistribusi Poisson.



Gambar 2. Plot *autocorrelation function* (ACF).



Gambar 3. Plot *partial autocorrelation function* (PACF).

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. *Model ARMA*

Model *Autoregressive Moving Average* (ARMA) adalah model yang dibentuk dari gabungan model *Autoregressive* (AR) dan *Moving Average* (MA) untuk data yang bersifat stasioner. Bentuk umum persamaan model ARMA (p,q) adalah sebagai berikut:

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \cdots - \theta_q e_{t-q} \quad (1)$$

dengan,

Y_t : data pengamatan *time series* ke-t

Y_{t-p} : data pengamatan *time series* ke-$(t-p)$

δ : suatu konstanta

ϕ_p : parameter *Autoregressive* (AR) ke-p ; $p = 1,2,3,\dots,n$

θ_q : parameter *Moving Average* (MA) ke-q; $q = 1,2,3,\dots,n$

e_t : nilai *error* ke- t; $t = 0,1,2,\dots,n$ dan $e_t \sim N(0,\sigma^2)$

e_{t-q} : nilai *error* ke-$(t-q)$; $t = 0,1,2,\dots,n$ dan $e_{t-q} \sim N(0,\sigma^2)$

B. *Model Poisson untuk Data Count*

Distribusi bersyarat dari hasil observasi y_t , untuk $t = 1,2,3,\dots.,n$ diberikan pada himpunan $H_t = \{x_t,\dots,x_1,y_{t-1},\dots,y_1,\mu_{t-1},\dots,\mu 1\}$, yang merupakan keluarga eksponensial. Fungsi kepadatan peluang untuk distribusi Poisson dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$f(y_t;\mu_t) = \frac{e^{-\mu_t}\mu_t^{y_t}}{y_t!}; y_t = 0,1,2,\dots,n \quad (2)$$

Tabel 5.
Persamaan model poisson GARMA $(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q})$

Model Poisson GARMA (p, q)	Persamaan Model Poisson GARMA (p, q)
(1,3)	$\mu_t = \exp\left(\beta_0 + \phi_1\{\ln(y^*_{t-1}) - \beta_0\} + \theta_1\left\{\ln\left(\frac{y^*_{t-1}}{\mu_{t-1}}\right)\right\} + \theta_2\left\{\ln\left(\frac{y^*_{t-2}}{\mu_{t-2}}\right)\right\} + \theta_3\left\{\ln\left(\frac{y^*_{t-3}}{\mu_{t-3}}\right)\right\}\right)$
(0,1)	$\mu_t = \exp\left(\beta_0 + \theta_1\left\{\ln\left(\frac{y^*_{t-1}}{\mu_{t-1}}\right)\right\}\right)$
(0,2)	$\mu_t = \exp\left(\beta_0 + \theta_1\left\{\ln\left(\frac{y^*_{t-1}}{\mu_{t-1}}\right)\right\} + \theta_2\left\{\ln\left(\frac{y^*_{t-2}}{\mu_{t-2}}\right)\right\}\right)$
(0,3)	$\mu_t = \exp\left(\beta_0 + \theta_1\left\{\ln\left(\frac{y^*_{t-1}}{\mu_{t-1}}\right)\right\} + \theta_2\left\{\ln\left(\frac{y^*_{t-2}}{\mu_{t-2}}\right)\right\} + \theta_3\left\{\ln\left(\frac{y^*_{t-3}}{\mu_{t-3}}\right)\right\}\right)$
(1,0)	$\mu_t = \exp(\beta_0 + \phi_1\{\ln(y^*_{t-1}) - \beta_0\})$
(1,1)	$\mu_t = \exp\left(\beta_0 + \phi_1\{\ln(y^*_{t-1}) - \beta_0\} + \theta_1\left\{\ln\left(\frac{y^*_{t-1}}{\mu_{t-1}}\right)\right\}\right)$
(1,2)	$\mu_t = \exp\left(\beta_0 + \phi_1\{\ln(y^*_{t-1}) - \beta_0\} + \theta_1\left\{\ln\left(\frac{y^*_{t-1}}{\mu_{t-1}}\right)\right\} + \theta_2\left\{\ln\left(\frac{y^*_{t-2}}{\mu_{t-2}}\right)\right\}\right)$

dengan,
$e = 2.71828 \ldots$
$t = 1,2, \ldots, n$
$E(Y_t) = \mu_t$
$Var[Y_t] = \mu_t$

Model Poisson untuk data *count* diperoleh dari bentuk eksponensial distribusi Poisson yang dinyatakan dalam persamaan berikut [6]:

$$f(y_t; \mu_t | H_{t-1}) = \exp\{(y_t \ln \mu_t - \mu_t) - \ln y_t!\} \quad (3)$$

dengan,
$t = 1,2, \ldots, n$
$E(Y_t | H_{t-1} = Var(\mu_t) = \mu_t$
$b(\theta_t) = \mu_t = \exp(\theta_t)$

C. *Model GARMA*

Model GARMA diperkenalkan oleh Benjamin et al. pada tahun 2003. Bentuk model GARMA (p, q) dinyatakan dalam persamaan berikut ini [3]:

$$g(\mu_t) = \boldsymbol{X}'_t\boldsymbol{\beta} + \tau_t \quad (4)$$

dengan,

$$\tau_t = \sum_{j=1}^{p} \phi_j A(y_{t-j}, x_{t-j}, \beta) + \sum_{j=1}^{q} \theta_j M(y_{t-j}, \mu_{t-j}) \quad (5)$$

τ_t : komponen AR dan MA
A : fungsi yang merepresentasikan bentuk *AR*
M : fungsi yang merepresentasikan bentuk MA
ϕ_j : parameter *Autoregressive* (AR) pada saat ke$-j$
θ_j : parameter *Moving Average* (MA) pada saat ke$-j$

Didefinisikan bentuk sub model parsimoni dari model GARMA dengan persamaan berikut [3]:

$$g(\mu_t) = \boldsymbol{X}'_t\boldsymbol{\beta} + \sum_{j=1}^{p} \phi_j\{g(y_{t-j}) - X'_{t-j}\beta\}$$

$$+ \sum_{j=1}^{q} \theta_j\{g(y_{t-j}) - \eta_{t-j}\beta\} \quad (6)$$

D. *Model Poisson GARMA* (p, q)

Model Poisson GARMA (p, q) merupakan pengembangan dari model GARMA (p, q) dengan pendekatan variabel respon yang berdistribusi Poisson. Dalam membuat suatu model GARMA diperlukan suatu fungsi link (*link function*) untuk menyatakan hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor. Fungsi link kanonik pada model Poisson GARMA (p, q) merupakan bentuk fungsi logaritma. Berdasarkan persamaan 6 diperoleh bentuk persamaan seperti yang tertera pada persamaan 7 sebagai berikut [5]:

Tabel 4.
Hasil estimasi parameter model poisson GARMA $(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q})$

Model Poisson GARMA (p, q)	Parameter	SE
(1,3)	$\beta_0 = 2{,}920$	0,442
	$\phi_1 = 1{,}114$	0.039
	$\theta_1 = -0{,}807$	0,081
	$\theta_2 = -0{,}178$	0,099
	$\theta_3 = -0{,}061$	0,091
(0,1)	$\beta_0 = 0{,}479$	0,444
	$\theta_1 = 0{,}330$	0,132
(0,2)	$\beta_0 = 4{,}423$	0,022
	$\theta_1 = 0{,}798$	0,055
	$\theta_2 = 0{,}581$	0,058
(0,3)	$\beta_0 = 4{,}373$	0,021
	$\theta_1 = 1{,}080$	0,052
	$\theta_2 = 0{,}192$	0,067
	$\theta_3 = 0{,}325$	0,061
(1,0)	$\beta_0 = 0{,}352$	1,791
	$\phi_1 = 0{,}516$	0,219
(1,1)	$\beta_0 = 2{,}918$	0,764
	$\phi_1 = 1{,}117$	0,066
	$\theta_1 = -0{,}926$	0,049
(1,2)	$\beta_0 = 3{,}139$	0,330
	$\phi_1 = 1{,}135$	0,042
	$\theta_1 = -0{,}780$	0,083
	$\theta_2 = -0{,}227$	0,093

$$\ln(\mu_t) = \boldsymbol{X}'_t\boldsymbol{\beta} + \sum_{j=1}^{p} \phi_j\{\ln(y^*_{t-j}) - \boldsymbol{X}'_{t-j}\boldsymbol{\beta}\}$$

$$+ \sum_{j=1}^{q} \theta_j \left\{\ln\left(\frac{y^*_{t-j}}{\mu_{t-j}}\right)\right\} \quad (7)$$

dimana $y^*_{t-j} = \max(y_{t-j}, c)$ dan $0 < c < 1$. Apabila terdapat y_{t-j} yang bernilai 0 maka akan diganti dengan c yang merupakan koefisien *treshold*.

E. *Maximum Likelihood Estimation (MLE)*

Metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) adalah metode estimasi atau pendugaan dengan memaksimumkan fungsi *likelihood*. Pada penelitian ini metode MLE digunakan untuk menduga parameter distribusi Poisson. Adapun fungsi *likelihood* $L(\theta)$ dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$L(\theta) = \prod_{t=1}^{n} f(x_i | \theta) \quad (8)$$

Apabila diketahui populasi $X \sim f(x_i | \theta)$, maka langkah-langkah metode MLE sebagai berikut:

1. Mengambil n sampel acak (*random*) $x_1, x_2, \ldots, x_n$ yang berdistribusi sama dengan X.
2. Membuat fungsi *likelihood* yaitu fungsi distribusi peluang bersama dari $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sebagai berikut:

$$L(x_1, x_2, \ldots, x_n | \theta) = \prod_{t=1}^{n} f(x_i | \theta)$$

3. Menentukan fungsi ln dari $L(\theta)$ atau dapat ditulis $\ln L(\theta)$.
4. Memaksimumkan fungsi $\ln L(\theta)$ dengan cara mencari turunan parsial pertama dari parameter yang diestimasi, kemudian disamadengankan dengan nilai nol. Setelah itu dilanjutkan dengan menyelesaikan persamaan untuk mendapatkan estimator yang diinginkan

Tabel 6.
Hasil uji signifikansi model poisson GARMA $(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q})$

Model Poisson GARMA (p,q)	Parameter	SE	Uji Signifikansi
(1,3)	$\beta_0 = 2{,}920$	0,442	Signifikan
	$\phi_1 = 1{,}114$	0.039	Signifikan
	$\theta_1 = -0{,}807$	0,081	Signifikan
	$\theta_2 = -0{,}178$	0,099	Tidak Signifikan
	$\theta_3 = -0{,}061$	0,091	Tidak Signifikan
(0,1)	$\beta_0 = 0{,}479$	0,444	Tidak Signifikan
	$\theta_1 = 0{,}330$	0,132	Signifikan
(0,2)	$\beta_0 = 4{,}423$	0,022	Signifikan
	$\theta_1 = 0{,}798$	0,055	Signifikan
	$\theta_2 = 0{,}581$	0,058	Signifikan
(0,3)	$\beta_0 = 4{,}373$	0,021	Signifikan
	$\theta_1 = 1{,}080$	0,052	Signifikan
	$\theta_2 = 0{,}192$	0,067	Signifikan
	$\theta_3 = 0{,}325$	0,061	Signifikan
(1,0)	$\beta_0 = 0{,}352$	1,791	Tidak Signifikan
	$\phi_1 = 0{,}516$	0,219	Signifikan
(1,1)	$\beta_0 = 2{,}918$	0,764	Signifikan
	$\phi_1 = 1{,}117$	0,066	Signifikan
	$\theta_1 = -0{,}926$	0,049	Signifikan
(1,2)	$\beta_0 = 3{,}139$	0,330	Signifikan
	$\phi_1 = 1{,}135$	0,042	Signifikan
	$\theta_1 = -0{,}780$	0,083	Signifikan
	$\theta_2 = -0{,}227$	0,093	Signifikan

Untuk mempermudah perhitungan secara matematis, umumnya digunakan fungsi *log – likelihood* seperti yang dapat dilihat pada persamaan 9 sebagai berikut:

$$l(\theta) = \ln L(\theta) = \sum_{i=1}^{n} \ln f(x_i|\theta) \qquad (9)$$

Jika pada penggunaan metode MLE menghasilkan bentuk yang tidak *close form*, maka untuk memaksimumkan persamaan dilanjutkan dengan iterasi numerik yaitu dengan pendekatan optimasi algoritma *Iteratively Reweighted Least Squares* (IRLS).

F. Algoritma Iteratively Reweighted Least Squares (IRLS)

Estimasi model GARMA menggunakan *Iteratively Reweighted Least Squares* (IRLS) telah dilakukan oleh Benjamin et al. Misalkan parameter yang akan diestimasi yaitu $\gamma = \beta, \phi, \theta$, kemudian ketiga parameter tersebut diestimasi dengan menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Apabila bentuk yang dihasilkan tidak *close form*, maka optimasi parameter dilanjutkan dengan menggunakan algoritma IRLS.

Adapun langkah-langkah yang dilakukan untuk mendapatkan taksiran parameter dengan menggunakan algoritma IRLS adalah sebagai berikut:

1. Inisialisasi nilai awal parameter untuk iterasi ke $k = 0$.

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(0)} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{Y}_t^*$$

X dan Y didefinisikan sebagai berikut:

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{k1} \\ 1 & x_{12} & \cdots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix} \text{ dan } \boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} \ln y_0^* \\ \ln y_1^* \\ \vdots \\ \ln y_{T-1}^* \end{bmatrix}$$

2. Menghitung nilai $\widehat{\boldsymbol{\mu}}_t^{(0)}$ yakni sebagai berikut:

$$\widehat{\boldsymbol{\mu}}_t = \exp\,(\boldsymbol{X}_t'\boldsymbol{\beta})$$

3. Menghitung nilai bobot $\boldsymbol{W}$ yakni sebagai berikut:

Tabel 7.
Persamaan model poisson GARMA $(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q})$

Model Poisson GARMA (p,q)	Persamaan Model Poisson GARMA (p,q) dengan Nilai Estimasi Parameter
(0,2)	$\mu_t = \exp\left(4{,}423 + 0{,}798\left\{\ln\left(\frac{y_{t-1}^*}{\mu_{t-1}}\right)\right\} + 0{,}581\left\{\ln\left(\frac{y_{t-2}^*}{\mu_{t-2}}\right)\right\}\right)$
(0,3)	$\mu_t = \exp\left(4{,}513 + 0{,}531\left\{\ln\frac{y_{t-1}^*}{\mu_{t-1}}\right\} + 0{,}672\left\{\ln\frac{y_{t-2}^*}{\mu_{t-2}}\right\} + 0{,}918\left\{\ln\frac{y_{t-3}^*}{\mu_{t-3}}\right\}\right)$
(1,1)	$\mu_t = \exp\left(2{,}918 + 1{,}117\{\ln(y_{t-1}^*) - 2{,}918\} + (-0.926)\left\{\ln\left(\frac{y_{t-1}^*}{\mu_{t-1}}\right)\right\}\right)$
(1,2)	$\mu_t = \exp\left(3{,}139 + 1{,}135\{\ln(y_{t-1}^*) - 3{,}139\} + (-0.780)\left\{\ln\left(\frac{y_{t-1}^*}{\mu_{t-1}}\right)\right\} + (-0{,}227)\left\{\ln\left(\frac{y_{t-2}^*}{\mu_{t-2}}\right)\right\}\right)$

$$\boldsymbol{W}^{(1)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\widehat{\boldsymbol{\mu}}_0{}^{(0)}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\widehat{\boldsymbol{\mu}}_1{}^{(0)}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\widehat{\boldsymbol{\mu}}_{T-1}{}^{(0)}} \end{bmatrix}$$

4. Menghitung nilai *working space* z yakni sebagai berikut:

$$z_t^{(1)} = \boldsymbol{\eta}_t^{(1)} + \frac{y_t + \widehat{\boldsymbol{\mu}}_0}{\widehat{\boldsymbol{\mu}}_0}$$

$$\boldsymbol{\eta}_t^{(1)} = \exp\,(\boldsymbol{X}\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(0)})$$

5. Menghitung estimasi yakni sebagai berikut:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(k+1)} = \left(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}^{(k+1)}\boldsymbol{X}\right)^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{W}^{(k+1)}z^{(k+1)}$$

6. Ulangi langkah-langkah tersebut sampai dengan langkah ke-5 menggunakan nilai $\hat{\beta}^{(1)}$ sehingga akan diperoleh nilai baru $\hat{\beta}^{(2)}$.
7. *Update* k ke $k+1$ dan ulangi langkah 6 sampai diperoleh estimasi parameter yang konvergen sebagai berikut:

$$\left|\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(t)} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(t-1)}\right| < \varepsilon_\beta$$

III. METODOLOGI PENELITIAN

A. Sumber Data

Pada tahap ini dilakukan studi literatur yaitu pengumpulan referensi yang mendukung penelitian dan pendalaman tentang metode yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang ada dalam penelitian tugas akhir ini. Referensi yang digunakan yaitu buku, jurnal ilmiah, artikel, dan penelitian sebelumnya yang berhubungan dengan permasalahan dalam penelitian ini.

Data yang digunakan pada penelitian tugas akhir ini adalah data sekunder, yaitu data jumlah kasus kredit bermasalah di sebuah koperasi Kota Tebing Tinggi periode Januari 2017–2022 yang diperoleh dari Kantor Pusat Koperasi Kredit Hidup Baru Tebing Tinggi. Jumlah data yang digunakan pada penelitian ini sebanyak 72 data dengan pembagian 60 data sebai data *in sample* yang dimulai dari bulan Januari 2017 – Desember 2022 dan 12 data sebagai data *out sample* mulai dari bulan Januari 2022 – Desember 2022. Struktur data yang digunakan seperti pada Tabel 1.

Tabel 8.
Perbandingan hasil peramalan *out sample*

Bulan ke-*t*	Data Aktual	Poisson GARMA (0,2)	Poisson GARMA (0,3)	Poisson GARMA (1,1)	Poisson GARMA (1,2)
61	138	164,47	176,78	105,92	116,39
62	136	168,77	179,08	107,20	115,75
63	150	166,42	175,84	109,46	116,45
64	165	173,7	189,66	111,79	122,55
65	168	194,97	208,75	114,97	127,84
66	163	207,32	221,73	118,36	128,91
67	153	200,52	213,31	117,75	130,43
68	149	181,28	197,19	117,41	127,34
69	142	169,81	183,62	117,45	127,36
70	135	157,81	168,43	119	123,96
71	137	147	155,77	118,44	124,56
72	139	143,49	152,92	118,62	125,90
RMSE		28,1742	39,8965	35,3521	26,1736
MAPE		17%	25%	22%	16%

B. *Langkah Analitis*

Langkah-langkah analisis pada penelitian ini diantaranya yaitu sebagai berikut:

1. Melakukan analisis deskriptif terhadap data yang digunakan.
2. Melakukan identifikasi model.
3. Melakukan estimasi parameter pada dugaan model sementara.
4. Melakukan peramalan model Poisson GARMA (p, q) pada data jumlah kasus kredit bermasalah di sebuah koperasi Kota Tebing Tingi untuk satu tahun ke depan.

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. *Analisis Deskriptif*

Analisis deskriptif pada penelitian ini dijelaskan melalui plot *time series* dan statistika deskriptif yang terdiri dari rata-rata (*mean*), standar deviasi, varians, nilai minimum, dan nilai maksimum. Data yang digunakan adalah data jumlah kasus kredit bermasalah di sebuah koperasi Kota Tebing Tinggi periode Januari 2017 – Desember 2022 yaitu sebanyak 72 data dengan pembagian 60 data sebagai data *in sampl*e yang dimulai dari bulan Januari 2017 – Desember 2022 dan 12 data sebagai data *out sample* mulai dari bulan Januari 2022 – Desember 2022. Langkah pertama yang dilakukan adalah melihat plot *time series* dari data yang diamati. Gambar 1 merupakan plot *time series* jumlah kasus kredit bermasalah.

Langkah selanjutnya yaitu melihat statistika deskriptif yang bertujuan untuk memberikan gambaran tentang variabel yang akan diteliti. Statistika deskriptif terdiri dari rata-rata, standar deviasi (simpangan baku), varians, nilai minimum, dan nilai maksimum yang terdapat pada Tabel 2.

Distribusi data jumlah kasus kredit bermasalah di sebuah koperasi Kota Tebing Tinggi telah dianalisis menggunakan *software EasyFit* dan diperoleh hasil seperti pada Tabel 3.

B. *Identifikasi Model*

Dalam proses identifikasi model pada data jumlah kasus kredit bermasalah maka hal yang harus dilakukan adalah membentuk model ARMA sementara. Orde model ARMA (p, q) dapat dilihat berdasarkan plot *Autocorrelation Function* (ACF) dan *Partial Autocorrelation Function* (PACF). Berdasarkan plot ACF yang terdapat pada Gambar 2 menunjukkan bahwa terdapat tiga *lag yang* melewati *significance limit* dengan kata lain *lag* ini disebut sebagai *significance lag*. Berdasarkan plot PACF yang terdapat pada Gambar 3 menunjukkan bahwa terdapat satu *lag* yang melewati *significance limit*. Dalam menentukan order ARMA (p, q) digunakan plot ACF sebagai order q dan plot PACF sebagai order p, sehingga diperoleh dugaan model sementara ARMA $(1,3)$. Ada beberapa kemungkinan model lainnya yaitu ARMA $(0,1)$, ARMA $(0,2)$, ARMA $(0,3)$, ARMA $(1,0)$, ARMA $(1,1)$, dan ARMA $(1,2)$.

Tabel 9.
Hasil peramalan jumlah kasus kredit bermasalah di sebuah koperasi kota tebing tinggi tahun 2023

Periode (Bulan)	Hasil Peramalan
Januari 2023	128
Februari 2023	123
Maret 2023	125
April 2023	124
Mei 2023	125
Juni 2023	125
Juli 2023	126
Agustus 2023	126
September 2023	128
Oktober 2023	126
November 2023	129
Desember 2023	128

C. *Model Poisson GARMA (p,q) Tanpa Prediktor*

Model Poisson GARMA (p, q) merupakan pengembangan dari model GARMA (p, q) dengan menggunakan pendekatan variabel respon yang berdistribusi Poisson. Pada persamaan 7 terdapat persamaan model Poisson GARMA (p, q) yang melibatkan variabel prediktor X_t' tetapi variabel prediktor X_t' tidak dilibatkan dalam penilitian ini, sehingga menurut Marinho G. Andrade dan Ricardo (2015) $X_t'\beta$ dapat digantikan dengan sebuah konstanta β_0 [7]. Oleh karena itu diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\ln(\mu_t) = \beta_0 + \sum_{j=1}^{p} \phi_j \{\ln(y_{t-j}^*) - \beta_0\} + \sum_{j=1}^{q} \theta_j \left\{\ln\left(\frac{y_{t-j}^*}{\mu_{t-j}}\right)\right\} \quad (10)$$

dengan $y_{t-j}^* = \max(y_{t-j}, c)$ dan $0 < c < 1$. Apabila ingin mencari nilai μt, persamaan 10 dapat diubah menjadi persamaan 11.

$$\mu_t = \exp\left[\beta_0 + \sum_{j=1}^{p} \phi_j \{\ln(y_{t-j}^*) - \beta_0\} + \sum_{j=1}^{q} \theta_j \left\{\ln\left(\frac{y_{t-j}^*}{\mu_{t-j}}\right)\right\}\right] \quad (11)$$

Berdasarkan semua kemungkinan model ARMA yang terbentuk yaitu ARMA $(1,3)$, ARMA $(0,1)$, ARMA $(0,2)$, ARMA $(0,3)$, ARMA $(1,0)$, ARMA $(1,1)$, dan ARMA $(1,2)$, maka akan dijabarkan model Poisson GARMA (p, q) dengan menggunakan model ARMA tersebut. Semua model Poisson GARMA (p, q) yang telah terbentuk dapat dilihat pada Tabel 4.

D. *Estimasi Parameter*

Estimasi parameter model Poisson GARMA (p, q) bertujuan untuk memperoleh nilai parameter yang terdapat pada model Poisson GARMA (p, q) yakni β_0, ϕ, dan θ, dimana β_0 adalah konstanta, ϕ adalah parameter *autoregressive*, dan θ adalah parameter *moving average*. Metode yang digunakan untuk mencari nilai estimasi parameter model yaitu metode yang memaksimumkan fungsi *likelihood* atau sering disebut metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan dilanjutkan dengan *Iteratively Reweighted Least Squares* (IRLS) jika hasil yang diperoleh tidak *close form*. Berikut merupakan turunan parsial pertama terhadap parameter β_0, ϕ_j, dan θ_j.

$$\frac{\partial l}{\partial \beta_0} = \sum_{t=1}^{n} y_t \left[1 - \sum_{j=1}^{p} \phi_j\right] - \sum_{t=1}^{n} \left(1 - \sum_{j=1}^{p} \phi_j\right)$$

$$\left[\exp\left(\beta_0 + \sum_{j=1}^{p} \phi_j \{\ln(y_{t-j}^*) - \beta_0\} + \sum_{j=1}^{q} \theta_j \left\{\ln\left(\frac{y_{t-j}^*}{\mu_{t-j}}\right)\right\}\right)\right] \quad (12)$$

$$\frac{\partial l}{\partial \phi_j} = \sum_{t=1}^{n} y_t \left[\sum_{j=1}^{p} \ln(y_{t-j}^*) - \beta_0\right] - \sum_{t=1}^{n} \left[\sum_{j=1}^{p} \ln(y_{t-j}^*) - \beta_0\right]$$

$$\left[\exp\left(\beta_0 + \sum_{j=1}^{p} \phi_j \{\ln(y_{t-j}^*) - \beta_0\} + \sum_{j=1}^{q} \theta_j \left\{\ln\left(\frac{y_{t-j}^*}{\mu_{t-j}}\right)\right\}\right)\right] \quad (13)$$

$$\frac{\partial l}{\partial \theta_j} = \sum_{t=1}^{n} y_t \left[\sum_{j=1}^{q} \ln\left(\frac{y_{t-j}^*}{\mu_{t-j}}\right)\right] - \sum_{t=1}^{n} \left[\sum_{j=1}^{q} \ln\left(\frac{y_{t-j}^*}{\mu_{t-j}}\right)\right]$$

$$\left[\exp\left(\beta_0 + \sum_{j=1}^{p} \phi_j \{\ln(y_{t-j}^*) - \beta_0\} + \sum_{j=1}^{q} \theta_j \left\{\ln\left(\frac{y_{t-j}^*}{\mu_{t-j}}\right)\right\}\right)\right] \quad (14)$$

Langkah terakhir yaitu memaksimalkan fungsi partial *log-likelihood* dengan cara turunan pertama dari masing-masing parameter harus disamakan dengan nol.

$$\frac{\partial l}{\partial \beta_0} = 0; \frac{\partial l}{\partial \phi_j} = 0; \frac{\partial l}{\partial \theta_j} = 0 \quad (15)$$

Hasil persamaan 12, 13, dan 14 apabila disamakan dengan nilai nol maka akan menghasilkan bentuk yang tidak *closed form* atau dengan kata lain tidak dapat diselesaikan secara analitik sehingga perlu dilakukan optimasi dengan menggunakan algoritma *Iteratively Reweighted Least Square* (IRLS) untuk mendapatkan nilai estimasi parameternya seperti yang ditampilkan pada Tabel 5.

Setelah mendapatkan hasil estimasi parameter, selanjutnya dilakukan uji signifikansi terhadap setiap parameter tersebut. Uji signifikansi menggunakan uji t atau $t\ test$ dengan selang kepercayaan $\alpha = 5\%$. Pengujian signifikansi parameter dapat dinyatakan sebagai berikut [3].

Hipotesis:
H_0 : $\beta = 0$ (Parameter model tidak signifikan)
H_1 : $\beta \neq 0$ (Parameter model signifikan)
Statistik uji:

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\beta}}{SE(\hat{\beta})}\ , untuk\ SE(\hat{\beta} \neq 0) \quad (16)$$

dengan,
$\hat{\beta}$: estimator dari parameter β
$SE(\hat{\beta})$: *standar error* estimator dari parameter β
Kriteria pengujian:
H_0 akan ditolak apabila nilai statistika uji $|t_{hitung}| > t_{a/2,(n-1)}$, dengan kata lain parameter model signifikan, dimana n adalah jumlah data dan α adalah taraf signifikansi. Persamaan 16 berlaku untuk semua parameter. Tabel 6 merupakan rangkuman dari hasil dari uji signifikansi parameter.

Hasil uji signifikansi parameter dari semua model Poisson GARMA (p, q) yang terbentuk menunjukkan bahwa model yang layak digunakan ke dalam tahap peramalan yaitu model Poisson GARMA (0,2), Poisson GARMA (0,3), Poisson GARMA (1,1), dan Poisson GARMA (1,2). Kemudian, parameter-parameter tersebut disubstitusikan ke dalam persamaan model Poisson GARMA yang telah diidentifikasi pada tahap sebelumnya. Persamaan model Poisson GARMA (p, q) dengan nilai estimasi parameternya masing-masing telah didapatkan dan dapat dilihat pada Tabel 7.

E. Peramalan Model Poisson GARMA (p,q)

Setelah melakukan estimasi parameter dan uji signifikansi parameter model Poisson GARMA (p, q), maka langkah selanjutnya adalah melakukan peramalan dengan menggunakan model yang terpilih yaitu Poisson GARMA (0,2), Poisson GARMA (0,3), Poisson GARMA (1,1), dan Poisson GARMA (1,2). Pada tahap peramalan dilakukan penerapan persamaan model Poisson GARMA (p, q) yang telah diperoleh dengan nilai estimasi parameternya pada data jumlah kasus kredit bermasalah. Peramalan dilakukan pada data yang dibagi menjadi dua bagian yaitu data *in sample* sebanyak 60 data dan data *out sample* sebanyak 12 data dengan menggunakan bantuan *Microsoft Excel.*

Data *in sample* digunakan untuk pembentukan model sedangkan data *out sample* digunakan untuk melakukan peramalan. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data jumlah kasus kredit bermasalah di sebuah koperasi Kota Tebing Tinggi yang termasuk ke dalam data *count* sehingga hasil peramalan yang telah didapatkan kemudian dibulatkan pada bilangan bulat terdekat. Dari hasil peramalan data *out sample* dihitung tingkat akurasi peramalan dengan menggunakan *Root Mean Square Error* (RMSE) dan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) untuk menentukan model terbaik yang akan digunakan dalam peramalan jumlah kasus kredit bermasalah satu tahun ke depan. Berikut merupakan Perbandingan hasil peramalan data *out sample* pada model Poisson GARMA (0,2), Poisson GARMA (0,3), Poisson GARMA (1,1), dan Poisson GARMA (1,2).

Pada Tabel 8 menunjukkan bahwa peramalan *out sample* menggunakan model Poisson GARMA (1,2) adalah model yang memiliki nilai RMSE dan MAPE terkecil, dengan nilai RMSE sebesar 26,17369640 dan MAPE sebesar 16% yang mengindikasikan bahwa peramalan jumlah kasus kredit bermasalah menggunakan Poisson GARMA (1,2) memiliki hasil yang lebih akurat. Oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa model Poisson GARMA (1,2) merupakan model terbaik yang akan digunakan dalam penelitian ini untuk meramalkan data jumlah kasus kredit bermasalah satu tahun ke depan. Tabel 9 merupakan hasil peramalan jumlah kasus kredit bermasalah di sebuah koperasi Kota Tebing Tinggi tahun 2023.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan yang dapat diambil berdasarkan hasil analisis yaitu pertama, model Poisson GARMA (p, q) terbaik untuk meramalkan data jumlah kasus kredit bermasalah di sebuah koperasi Kota Tebing Tinggi tahun 2023 adalah model Poisson GARMA (1,2) dengan persamaan sebagai berikut:

$$\mu_t = \exp\Big(3{,}139 + 1{,}135\{\ln(y_{t-1}^*) - 3{,}139\} + (-0.780)\left\{\ln\left(\frac{y_{t-1}^*}{\mu_{t-1}}\right)\right\} + (-0{,}227)\left\{\ln\left(\frac{y_{t-2}^*}{\mu_{t-2}}\right)\right\}\Big)$$

Model tersebut menyatakan bahwa rata-rata jumlah kasus kredit bermasalah di sebuah koperasi Kota Tebing Tinggi pada bulan ke-t merupakan eksponensial dari 3,139 ditambah dengan 1,135 dikalikan ln jumlah kasus kredit bermasalah pada bulan sebelumnya dikurang 3,139, kemudian dikurang 0,780 dikalikan ln jumlah kasus kredit bermasalah pada bulan sebelumnya dibagi rata-rata jumlah kasus kredit bermasalah pada bulan sebelumnya, kemudian dikurang 0,227 dikalikan ln jumlah kasus kredit bermasalah pada dua bulan sebelumnya dibagi rata-rata jumlah kasus kredit bermasalah pada dua bulan sebelumnya di sebuah koperasi Kota Tebing Tinggi.

Kedua, hasil peramalan jumlah kasus kredit bermasalah di sebuah koperasi Kota Tebing Tinggi untuk periode bulan Januari 2023 sampai dengan Desember 2023 dengan menggunakan model Poisson GARMA $(1,2)$ menunjukkan bahwa jumlah kasus kredit bermasalah di sebuah koperasi Kota Tebing Tinggi tahun 2023 cenderung mengalami penurunan dari bulan Januari – April 2023 dan peningkatan dari bulan April – Desember 2023 dengan selisih terbesar adalah 5 kasus. Hasil peramalan jumlah kasus kredit bermasalah tahun 2023 secara kumulatif berada di urutan kedua dengan jumlah kasus keseluruhan mencapai 1.513 kasus, dengan jumlah kasus tertinggi diperkirakan terjadi pada bulan November 2023 sebanyak 129 kasus dan terendah diperkirakan terjadi pada bulan Januari 2023 sebanyak 123 kasus.

DAFTAR PUSTAKA

[1] A. Firmansyah and J. Fernos, “Analisis kredit bermasalah dilihat dari standar non performing loan (NPL) pada pt. bank perkreditan rakyat (BPR) prima mulia anugrah cabang padang,” *Journal OSF Prepints*, vol. 1, no. 1, pp. 1–13, Jan. 2019, doi: 10.31227/osf.io/gcj94.

[2] A. C. Cameron and P. K. Trivedi, *Regression Analysis of Count Data*. Cambridge University Press, 2013. doi: 10.1017/CBO9781139013567. ISBN: 9781107667273.

[3] M. A. Benjamin, R. A. Rigby, and D. M. Stasinopoulos, “Generalized autoregressive moving average models,” *J Am Stat Assoc*, vol. 98, no. 461, pp. 214–223, Mar. 2003, doi: 10.1198/016214503388619238.

[4] Asrirawan, “Model generalized seasonal autoregressive integrated moving average (GSARIMA) untuk peramalan jumlah penderita demam berdarah dengue (DBD) di kota Surabaya,” Departemen Statistika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, 2014.

[5] L. P. Wardhani, D. Indrawati, N. Wahyuningsih, Setiawan, Suhartono, and H. Kuswanto, “The theft criminality forecasting in the surabaya district police region using poisson GARMA model and negative binomial GARMA model,” *J Phys Conf Ser*, vol. 1490, no. 1, p. 012015, Mar. 2020, doi: 10.1088/1742-6596/1490/1/012015.

[6] B. K. Ray, “Regression models for time series analysis,” *Technometrics*, vol. 45, no. 4, pp. 364–364, Nov. 2003, doi: 10.1198/tech.2003.s166.

[7] B. Silveira de Andrade, M. G. Andrade, and R. S. Ehlers, “Bayesian GARMA models for count data,” *Commun Stat Case Stud Data Anal Appl*, vol. 1, no. 4, pp. 192–205, Oct. 2015, doi: 10.1080/23737484.2016.1190307.