Analisis Model Penyebaran Penyakit Menular Tipe *Seirs* yang Berkaitan dengan Transportasi Antar-Dua Kota

Devi Yolanda , Erna Apriliani
Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)
Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111 Indonesia
e-mail: april@matematika.its.ac.id

***Abstrak*—Transportasi antar dua kota merupakan salah satu factor utama yang mempengaruhi penyebaran penyakit menular. Untuk mengetahui dampaknya, sebuah model penyebaran penyakit menular dengan tipe *SEIRS* diformulasikan dan dianalisis. Analisis model kestabilan secara bebas penyakit dan endemic dengan menunjukkan kestabilan asimtotik local pada keduanya. Hasilnya mengatakan bahwa hubungan transportasi dapat membuat keadaan menjadi endemic pada masing-asing wilayah sehingga orang yang terinfeksi akan seakin bertambah dengan melakukan perpindahan antar dua kota. Tujuannya adalah untuk memberikan informasi untuk mencegah penyebaran lebih luas lagi.**

***Kata Kunci*—Kestabilan, model penyebaran SEIRS, penyebaran terkait transportasi, titik kesetimbangan.**

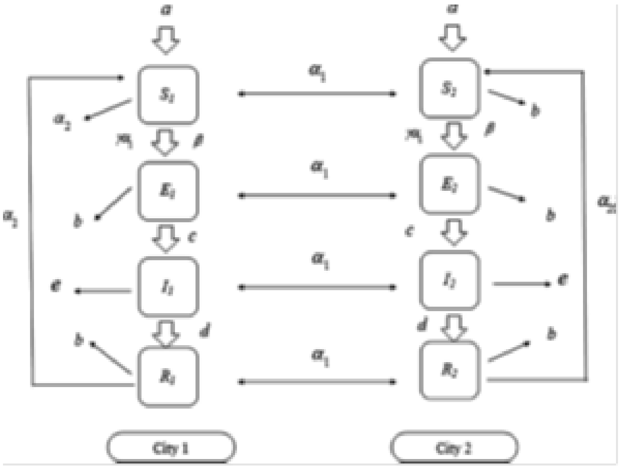
I. PENDAHULUAN

Penyakit menular pada manusia merupakan masalah penting yang dapat terjadi sewaktu-waktu terutama di Negara berkembang. Keadaan lingkungan serta cara hidup manusia yang membuang sampah sembarangan menjadi sumber penyakit. Juga sifat manusia yang tidak pernah puas untuk memperoleh kehidupan yang lebih baik seperti keinginan belajar di ibu kota, memperoleh pekerjaan layak di ikota besar, ingin wisata ke kota maupun Negara lain. Penularan penyakit dari satu orang ke orang lain dapat terjadi secara kontak langsung dengan bersentuhan maupun penyakit secara tak langsung yaitu melalui air dan udara[1]. Penulaan penyakit secara tak langsung dapat juga terjadi jika kita berpindah dari suatu tempat ke tempat lain. Dengan kata lain perpindahan dengan menggunakan transportasi menjadi factor utama dalam penyebaran penyakit. Penyebaran penyakit menular dapat dilihat perilakunya dengan model matematika. Model matematika sangat penting untuk menganalisis penyebaran, kestabilan penyebaran serta dapat pula mengontrol penyebaran penyakit. Contoh kasus penyebaran penyakt secara meluas adalah SARS. Model epidemic peneybaran penyakit, kali pertama dikemukakan oleh Kenarck dan McKendrik[2].

Peneliti sebelumnya telah membahas penyebaran penyakit menular berkaitan dengan transportasi antar dua kota diantaranya adalah Agis Nisa membahas model penyebaran *SI*[3], M. Fathoni membahas penyebaran dengan model *SEIS*[4], Kartikasari membahas model *SIRS* dengan menggunakan metode Runge-Kutta*[5]*. Peneliti –peneliti tersebut menganalisis penyebaran penyakit menular dan dilihat kestabilan dari penyebaran penyakit. Artikel ini membahas model penyebaran penyakit menular dengan tipe *SEIRS* berdasarkan[6]

II. URAIAN PENELITIAN

A. Model Penyebaran Penyakit Menular Tipe SEIRS yang Berkaitan Dengan Transportasi



Gambar. 1. Diagram Kompartemen Penyebaran Penyakit Menular Tipe *SEIRS*

Model epidemic SEIRS adalah model matematika dari penyakit menular yang terdiri dari *susceptible* (individu yang rentan), *exposed (*individu yang menampakkan gejala), *infected* (kelompok individu yang dapat menyebabkan infeksi), *recovered* (kelompok individu yang sembuh dari sakit) dimana individu yang telah sembuh memiliki system imun sementara sehingga dapat tertular kembali.

Pada individu Susceptible, populasi individu ini bertambah seiring adanya tingkat kelahiran a, individu Recoverd menjadi sembuh dengan tingkat α_2 kemudian adanya perpindahan individu Susceptible dari kota i ke kota $j(j \neq i, i = 1,2)$ dengan tingkat α_1. Kelompok individu Susceptible dapat berkurang jika adanya kematian secara alami dengan tingkat b kemudian adanya perpindahan individu dari kota j ke kota i dengan tingkat α_1, adanya kontak dalam antara individu rentan dengan terinfeksi dengan tingkat $\frac{\beta S_i I_i}{N_i}$, adanya perpindahan individu dari kota j ke i dan penyebaran penyakit antar kota dilambangkan dengan $\frac{\gamma \alpha_1 S_j I_j}{N_j}$. Persamaan dari individu *Susceptible* ialah

$$\frac{dS_i}{dt} = a - bS_i - \frac{\beta S_i I_i}{N_i} + \alpha_2 R_i - \alpha_1 S_i + \alpha_1 S_j - \frac{\gamma \alpha_1 S_j I_j}{N_j} \qquad (2.1a)$$

Bertambahnya individu *Exposed* disebabkan oleh kontak antar individu rentan dan terinfeksi dalam kota sehingga individu rentan menampakkan gejala dengan tingkat $\frac{\beta S_i I_i}{N_i}$, dan perpindahan individu dari kota i ke j beserta penualran penyakitnya dengan tingkat $\frac{\gamma \alpha_1 S_j I_j}{N_j}$

serta perpindahan individu Exposed dari kota j ke i dengan tingkat α_1. Kelompok individu Exposed akan berkurang dengan adanya perubahan individu Exposed menjadi Infected dengan tingkat c, adanya kematian alami dengan tingkat b, adanya perpindahan individu ke kota lain dengan tingkat α_1. Persamaan individu Exposed:

$$\frac{dE_i}{dt} = \frac{\beta S_i I_i}{N_1} - (b + c + \alpha_1)E_i + \alpha_1 E_j + \frac{\gamma \alpha_1 S_j I_j}{N_j} \quad (2.1b)$$

Populasi pada individu Infected di kota i akan bertambah jika individu Exposed berubah menjadi individu Infected dengan laju c, dan saat individu Infected di kota i berpindah ke kota j dengan tingkat α_1. Dapat pula berkurang populasi inidvidu Infected jika adanya kematian baik alai maupun karena penyakit dengan tingkat e. Juga ketika individu Infected dari kota i berpindah ke kota j dengan tingkat α_1, maka persamaan individu Infected yang didapat:

$$\frac{dI_i}{dt} = cE_i - (e + d + \alpha_1)I_i + \alpha_1 I_j \quad (2.1c)$$

Pada populasi individu Recovered. Individu Recovered dapat bertambah dengan sembuhnya individu terinfeksi dengan tingkat d, kemudian juga adanya perpindahan individu Recovered dari kota j ke kota i dengan tingkat α_1. Indivdiu Recovered dapat berkurang dengan adanya kematian alami dari individu dengan tingkat b, adanya perpindahan individu Recovered dari kota i ke kota j dengan tingkat α_1 juga adanya individu sembuh dan menjadi rentan dengan tingkat α_2. Maka persamaannya adalah sebagai berikut

$$\frac{dR_i}{dt} = dI_i - (b + \alpha_1 + \alpha_2)R_i + \alpha_1 R_j \quad (2.1d)$$

Model penyebaran penyakit akan dibagi menjadi tiga dalam penganalisisan yaitu model tanpa adanya perpindahan individu, model dengan hanya individu *Susceptible* dan *Exposed* yang berpindah, serta seluruh individu yang berpindah

B. Model Penyebaran Tanpa Adanya Perpindahan Individu

Tidak adanya perpindahan individu maka $\alpha_1 = 0$. Persamaannya menjadi:

$$\dot{S} = a - bs - \frac{\beta SI}{N} + \alpha_2 R \quad (2.2a)$$

$$\dot{E} = \frac{\beta SI}{N} - (b + c)E \quad (2.2b)$$

$$\dot{I} = cE - (e + d)I \quad (2.2c)$$

$$\dot{R} = dI - (b + \alpha_2)R \quad (2.2d)$$

Titik kesetimbangan sistem diperoleh jika $\dot{S} = \dot{E} = \dot{I} = \dot{R} = 0$. Terdapat dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakitnya $P_1(S^0, E^0, I^0, R^0) = \left(\frac{a}{b}, 0,0,0\right)$. Dan titik kesetimbangan endemic $P_2(S^*, E^*, I^*, R^*)$ dengan

$$S^* = \frac{acd - R^*[(b + \alpha_2)(be + bd + ce) + bcd]}{bcd}$$

$$E^* = \frac{(e + d)I^*}{c} = \frac{(b + \alpha_2)(e + d)}{cd} R^*$$

$$I^* = \frac{(b + \alpha_2)}{d} R^*$$

Kestabilan titik kesetimbangan ditentukan dengan terlebih dahulu melakukan linearisasi sistem (2.2) di sekitar titik kesetimbangan. Matriks Jacobian untuk sistem (2.2) adalah

$$J(P_o) = \begin{bmatrix} -b - \psi_1 & \psi_2 & -\psi_3 & \psi_2 + \alpha_2 \\ \psi_1 & -\psi_2 - b - c & \psi_3 & -\psi_2 \\ 0 & c & -e - d & 0 \\ 0 & 0 & d & -b - \alpha_2 \end{bmatrix}$$

Dengan $\psi_1 = \left(\frac{\beta I^*(N^* - S^*)}{N^{*2}}\right)$, $\psi_2 = \frac{\beta SI}{N^2}$, $\psi_3 = \left(\frac{\beta S(N - I)}{N^2}\right)$
Nilai eigen $J(P_o)$ dapat diketahui dengan menganalisis nilai eigen dari $det(J(P_o) - \lambda I) = 0$. Kestabilan titik kesetimbangan bebas penyakit dapat disimpulkan bahwa jika $\frac{\beta c}{(b+c)(e+d)} < 1$ titik kesetimbangan stabil.

Kemudian untuk titik kesetimbangan *endemic* dikatakan bahwa jika $\frac{\beta c}{(b+c)(e+d)} > 1$ maka titik kesetimbangan *endemic* stabil.

C. Model Penyebaran Penyakit Menular dengan Hanya IndividuSusceptible dan Exposed berpindah

Pada model penyebaran ini tidak ada model penyebaran individu maka $\alpha_1 = \gamma = 0$. Persamaannya menjadi

$$\dot{S}_1 = a - bS_1 - \frac{\beta S_1 I_1}{N_1} - \alpha_2 R_1 - \alpha_1 S_1 + \alpha_1 S_2 \quad (2.3a)$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\beta S_1 I_1}{N_1} - (b + c + \alpha_1)E_1 + \alpha_1 E_2 \quad (2.3b)$$

$$\dot{E}_1 = cE_1 - (e + d)I_1 \quad (2.3c)$$

$$\dot{R}_1 = dI_1 - (b + \alpha_2)R_1 \quad (2.3d)$$

$$\dot{S}_2 = a - bS_2 - \frac{\beta S_2 I_2}{N_2} - \alpha_2 R_2 - \alpha_1 S_2 + \alpha_1 S_1 \quad (2.3e)$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\beta S_2 I_2}{N_2} - (b + c + \alpha_1)E_2 + \alpha_1 E_1 \quad (2.3f)$$

$$\dot{E}_2 = cE_2 - (e + d)I_2 \quad (2.3g)$$

$$\dot{R}_2 = dI_2 - (b + \alpha_2)R_2 \quad (2.3h)$$

Titik kesetimbangan diperoleh ketika $\dot{S}_i = \dot{E}_i = \dot{I}_i = \dot{R}_i = 0$ dengan $i = 1,2$. Titik kesetimbangan bebas penyakit dari sistem (2.3) diperoleh $P_1(\frac{a}{b}, 0,0,0, \frac{a}{b}, 0,0,0)$. Kemudian titik kesetimbangan endemic untuk sistem (2.3) adalah $P_1(S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*, S_2^*, E_2^*, I_2^*, R_2^*)$ dengan

$$S_1^* = \frac{1}{(b + \alpha_1)}\left[a + \alpha_2 R_1^* + \alpha_1 S_2^* - \frac{(b + \alpha_2)(b + c)(e + d)R_1^*}{cd}\right]$$

$$E_1^* = \frac{(e + d)I_1^*}{c} = \frac{(b + \alpha_2)(e + d)}{cd} R_1^*$$

$$I_1^* = \frac{(b + \alpha_2)}{d} R_1^*$$

$$S_2^* = \frac{1}{(b + \alpha_1)}\left[a + \alpha_2 R_2^* + \alpha_1 S_1^* - \frac{(b + \alpha_2)(b + c)(e + d)R_2^*}{cd}\right]$$

$$E_2^* = \frac{(e + d)I_2^*}{c} = \frac{(b + \alpha_2)(e + d)}{cd} R_2^*$$

$$I_2^* = \frac{(b + \alpha_2)}{d} R_2^*$$

Terlebih dahulu melakukan pelinearan pada sistem di sekitar titik kesetimbangan sehingga matriks Jacobiannya $J(P) = \begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix}$ dengan

$$A = \begin{pmatrix} -b - \alpha_1 - \psi_1 & \psi_2 & -\psi_3 & \psi_2 + \alpha_2 \\ \psi_1 & -\psi_2 & \psi_3 & -\psi_2 \\ 0 & c & -e - d & 0 \\ 0 & 0 & d & -b - \alpha_2 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Misalkan :

$\psi_1 = \left(\frac{\beta I^*(N^*-S^*)}{N^{*2}}\right)$, $\psi_2 = \frac{\beta SI}{N^2}$, $\psi_3 = \left(\frac{\beta S(N-I)}{N^2}\right)$

Berdasarkan sifat determinan matriks partisi diperoleh

$det(J(P) - \lambda I) = det(A - B - \lambda I)\det(A + B - \lambda I) = 0$

Nilai eigen $J(P)$ dapat diketahui dengan menganalisis nilai eigen dari $A - B$ dan $A + B$. Dari analisis nilai eigen matriks $A - B$ dan $A + B$ dapat disimpulkan bahwa jika $\frac{\beta c}{(b+c)(e+d)} < 1$ maka titik kesetimbangan bebas penyakit ada dan stabil namun jika $\frac{\beta c}{(b+c)(e+d)} > 1$ titik kesetimbangan endemic ada dan stabil.

D. Model Penyebaran dengan Semua Individu Berpindah

Karena semua individu berpindah maka $\gamma \neq 0$ dan persamaan sistemnya sebagai berikut:

$$\dot{S}_1 = a - bS_1 - \frac{\beta S_1 I_1}{N_1} - \frac{\gamma\alpha_1 S_2 I_2}{N_2} + \alpha_2 R_1 - \alpha_1 S_1 + \alpha_1 S_2 \quad (2.4a)$$

$$\dot{E}_1 = \frac{\beta S_1 I_1}{N_1} - (b + c + \alpha_1)E_1 + \alpha_1 E_2 + \frac{\gamma\alpha_1 S_2 I_2}{N_2} \quad (2.4b)$$

$$\dot{I}_1 = cE_1 - (e + d + \alpha_1)I_1 + \alpha_1 I_2 \quad (2.4c)$$

$$\dot{R}_1 = dI_1 - (b + \alpha_1 + \alpha_2)R_1 + \alpha_1 R_2 \quad (2.4d)$$

$$\dot{S}_2 = a - bS_2 - \frac{\beta S_2 I_2}{N_2} - \frac{\gamma\alpha_1 S_1 I_1}{N_1} + \alpha_2 R_2 - \alpha_1 S_2 + \alpha_1 S_1 \quad (2.4e)$$

$$\dot{E}_2 = \frac{\beta S_2 I_2}{N_2} + \frac{\gamma\alpha_1 S_1 I_1}{N_1} - (b + c + \alpha_1)E_2 + \alpha_1 E_1 \quad (2.4f)$$

$$\dot{I}_2 = cE_2 - (e + d + \alpha_1)I_2 + \alpha_1 I_1 \quad (2.4g)$$

$$\dot{R}_2 = dI_2 - (b + \alpha_1 + \alpha_2)R_2 + \alpha_1 R_1 \quad (2.4h)$$

Titik kestimbangan didapat saat $\dot{S}_i = \dot{E}_i = \dot{I}_i = \dot{R}_i = 0$ dengan $i = 1{,}2$. Titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemic yang diperoleh adalah $P_1(\frac{a}{b}, 0{,}0{,}0, \frac{a}{b}, 0{,}0{,}0)$ dan $P_1(S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*, S_2^*, E_2^*, I_2^*, R_2^*)$ dengan:

$$S_1^* = \frac{1}{(b+\alpha_1)}[a + \alpha_1 S_2^* + \alpha_2 R_1^* - (b + c + \alpha_1)E_1^* + \alpha_1 E_2^*]$$

$$E_1^* = \frac{(e+d)I_1^*}{c} = \frac{(b+\alpha_2)(e+d)}{cd} R_1^*$$

$$I_1^* = \frac{(b+\alpha_2)}{d} R_1^*$$

$$S_2^* = \frac{1}{(b+\alpha_1)}[-(b + c + \alpha_1)E_2^* + \alpha_1 E_1^* + \alpha_2 R_2^* + \alpha_1 S_1^*]$$

$$E_2^* = \frac{(e+d)I_2^*}{c} = \frac{(b+\alpha_2)(e+d)}{cd} R_2^*$$

$$I_2^* = \frac{(b+\alpha_2)}{d} R_2^*$$

Terlebih dulu melakukan pelinearan sistem sehingga matriks Jacobiannya $J(P) = \begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix}$ dengan

$$J(P_2) = \begin{pmatrix} A_1 & B_2 \\ B_1 & A_2 \end{pmatrix}$$

$$A_i = \begin{pmatrix} -b-\alpha_1-\psi_1 & -\psi_2 & -\psi_3 & \psi_2+\alpha_2 \\ \psi_1 & -\psi_2-b-c-\alpha_1 & \psi_3 & -\psi_2 \\ 0 & c & e-d-\alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & d & -b-\alpha_1-\alpha_2 \end{pmatrix}$$

$$B_i = \begin{pmatrix} \alpha_1-\mu_1 & \mu_2 & -\mu_3 & \mu_2 \\ \mu_1 & \alpha_1-\mu_2 & \mu_3 & -\mu_2 \\ 0 & 0 & \alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_1 \end{pmatrix}$$

Misalkan

$\psi_1 = \left(\frac{\beta I(N-S)}{N^2}\right)$, $\psi_2 = \frac{\beta SI}{N^2}$, $\psi_3 = \left(\frac{\beta S(N-I)}{N^2}\right)$, $\mu_1 = \frac{\gamma\alpha_1 I_1(N-S)}{N^2}$, $\mu_2 = \frac{\gamma\alpha_1 SI}{N^2}$, $\mu_3 = \frac{\gamma\alpha_1 S_1(N-I)}{N^2}$

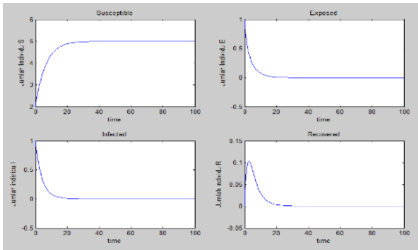
Kestabilan sistem diperoleh dari $det(J(P) - \lambda I) = det(A - B - \lambda I)\det(A + B - \lambda I) = 0$

Jika keadaan $\frac{\beta c}{(e+d)(b+c)} < 1$ maka terdapat titik kesetimbangan bebas penyakit yang stabil dan jika $\frac{\beta c}{(e+d)(b+c)} > 1$ maka terdapat titik kesetimbangan endemic yang stabil.

III. PETUNJUK TAMBAHAN

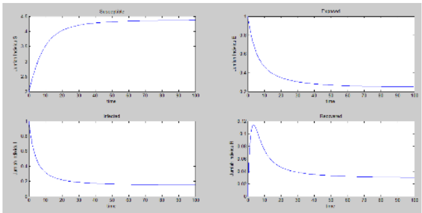
A. Gambar

Dengan menggunakan parameter $a = 1$, $b = 0.2$, $c = 0.3$, $d = 0.1$, $e = 0.4$, $\alpha_2 = 0.03, \gamma = 0$ dan $\beta = 0.6$ pada persamaan tanpa ada perpindahan individu dan didapat angka reproduksi 0,72. Menunjukkan bahwa titik kesetimbangan bebas penyakit stabil pada kedua kota. Hal ini ditunjukkan dengan angka reproduksi kurang dari satu.



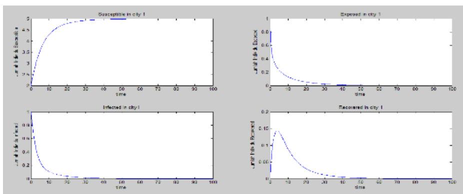
Gambar 2. Gambar Kestabilan Penyebaran Penyakit Tanpa Ada Perpindahan individu

Kemudian jika mengambil $\beta = 0.95$ didapat angka reproduksinya 1,14 menunjukkan bahwa titik kesetimbangan endemic pada populasi di kedua kota ditunjukka dengan bilangan reproduksi lebih dari satu

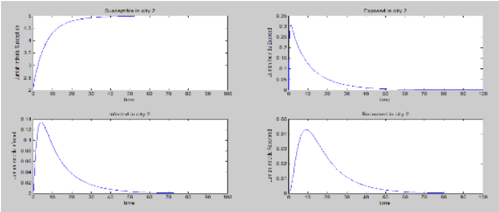


Gambar 3. Gambar Kestabilan Penyebaran Penyakit Tanpa Ada Perpindahan individu

Pada model dengan individu *Susceptible* dan *Exposed* berpindah dengan parameter $a = 1$, $b = 0.2$, $c = 0.3$, $d = 0.1$, $e = 0.4$, $\alpha_2 = 0.03, \gamma = 0$ dan $\beta = 0.6$ diperoleh angka reproduksi 0,72. Angka reproduksi kurang dari satu menunjukkan kestabilan titik kesetimbangan bebas penyakit

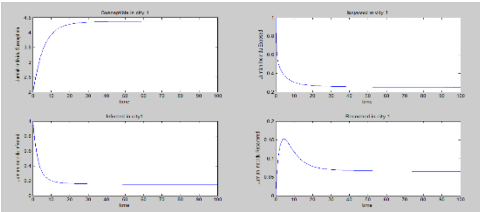


Gambar 4. Gambar Kestabilan Penyebaran Penyakit Dengan Individu *Susceptible* dan *Exposed* Berpindah di Kota 1

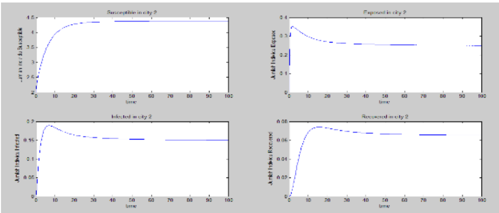


Gambar 5. Gambar Kestabilan Penyebaran Penyakit Dengan Individu *Susceptible* dan *Exposed* Berpindah di Kota 2

Dengan mengambil $\beta = 0.95$ diperoleh angka reproduksi 1,14 yang menunjukkan bahwa adanya titik kesetimbangan endemic yang stabil jika angka reproduksi lebih dari satu.

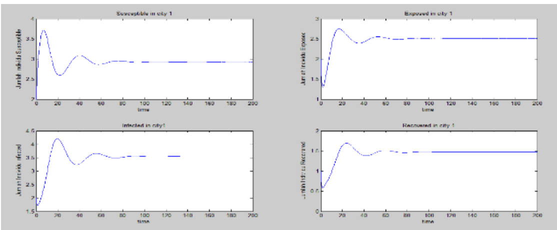


Gambar 6. Gambar Kestabilan Penyebaran Penyakit Dengan Individu *Susceptible* dan *Exposed* Berpindah di Kota 1

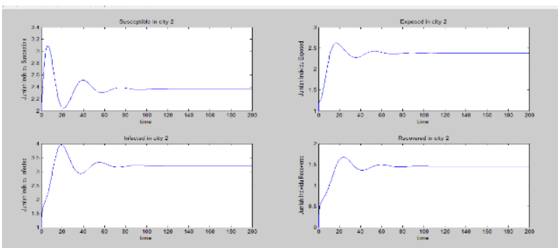


Gambar 7. Gambar Kestabilan Penyebaran Penyakit Dengan Individu *Susceptible* dan *Exposed* Berpindah di Kota 2

Model dengan semua individu berpinda disimulasikan dengan parameter parameter $a = 1$, $b = 0.2$, $c = 0.3$, $d = 0.1$, $e = 0.4$, $\alpha_2 = 0.03$, $\gamma = 0.09$ dan $\beta = 0.6$ didapat angka reproduksinya 0,82. Dari nilai reproduksi tersebut dipeorleh 0,82 yang menujukkan bahwa tidak adanya individu yang menular dan dinamakan keadaan bebas penyakit.

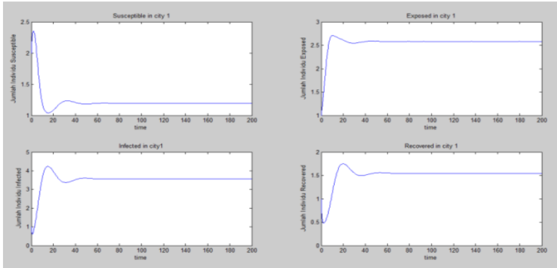


Gambar 8. Gambar Kestabilan Penyebaran Penyakit Dengan Semua Individu Berpindah pada Kota 1

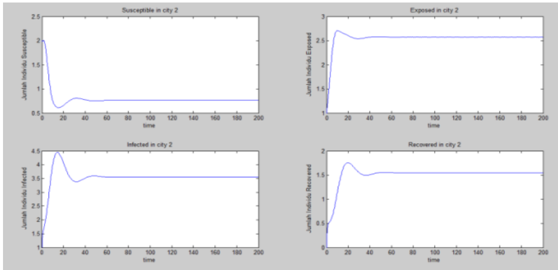


Gambar 9. Gambar Kestabilan Penyebaran Penyakit Dengan Semua Individu Berpindah pada Kota 2

Jika mengambil $\beta = 0.95\ dan\ \gamma = 1$ angka reproduksinya 2,2 (angka reproduksi lebih dari satu) menunjukkan bahwa terjadi penularan penyakit di masing-masing kota sehingga keadaan menjadi *endemic*.



Gambar 10. Gambar Kestabilan Penyebaran Penyakit Dengan Semua Individu Berpindah pada Kota 1



Gambar 11. Gambar Kestabilan Penyebaran Penyakit Dengan Semua Individu Berpindah pada Kota 2

IV. KESIMPULAN/RINGKASAN

Model epidemic *SEIRS* merupakan sistem nonlinear yang mungkin dapat terjadi jika jenis penyakitnya termasuk cepat menyebar melalui komtak tak langsung dan tergolong penyakit global seperti *SARS* atau demam berdarah. Jika adanya perpindahan atau perpindahan antar-kota dapat memperparah keadaan endemic di kedua kota dan semakin bertambah parah.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Penyakit Menular. http://mencegahpenyakit.com/pengertian-penyakit-menular/ (2016, Juli)

[2] Hidayati, K.Kestabilan Dan Bifurkasi Model Epidemik *SEIR* Dengan Laju Kesembuhan Tipe Jenuh. Tugas Akhir Jurusan Matematika FMIPA ITS (2013).

[3] Sari, A.N. Analisis Stabilitas Model Matematika Dari Oenyebaran Penyakit Menular Melalui Transportasi Antar-Dua Kota. Tugas Akhir Jurusan Matematika FMIPA ITS (2011).

[4] Fathoni, M. A. Analisis Dinamik Model Matematika Penyebaran Penyakit Menular Tipe *SEIS* Melalui Transportasi Antar-Kota. Tugas Akhir Jurusan Matematika FMIPA Universitas Brawijaya Malang.

[5] Kartikasari, N. Solusi Model Penyebaran Penyakit Influenza Melalui Transportasi Antar-Dua Kota Dengan Metode Runge-Kutta. Tugas Akhir Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember (2013).

[6] Depenphedtnog. A,. On The Dynamic of *SEIRS* Epidemic Model With Transport-Related Infection. (2013).