

Pengaruh Konstanta Kosmologi Terhadap Model Standar Alam Semesta

Muhammad Ramadhan dan Bintoro A. Subagyo
 Jurusan Fisika, Fakultas MIPA, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)
 Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111 Indonesia
e-mail: b_anang@physics.its.ac.id

Abstrak—Metrik FLRW adalah sebuah metrik ruang waktu yang digunakan untuk memodelkan alam semesta. Dalam membangun metrik ini, digunakan asumsi prinsip kosmologi, yaitu alam semesta isotropik dan homogen. Setelah itu, metrik FLRW dikerjakan pada Persamaan Medan Einstein dengan Konstanta Kosmologi, sehingga didapatkan dua solusi Friedmann. Solusi tersebut adalah solusi Friedmann jenis pertama dan solusi Friedmann jenis kedua. Pada tugas akhir ini, digunakan solusi Friedmann jenis pertama yang telah dimodifikasi agar sesuai dengan keadaan fisis alam semesta untuk memodelkan alam semesta. Dari model ini, dibandingkan antara model yang memiliki konstanta kosmologi dan tidak sehingga didapatkan pengaruh konstanta kosmologi terhadap model standar alam semesta.

Kata Kunci—Persamaan Medan Einstein, Solusi Friedmann, Konstanta Kosmologi.

I. PENDAHULUAN

Rada tahun 1916, Albert Einstein memperkenalkan sebuah konsep gravitasi baru yang sangat berbeda dengan Hukum Gravitasi Universal yang diperkenalkan oleh Isaac Newton. Menurut Einstein, gravitasi bukan merupakan sebuah gaya biasa, melainkan sebuah properti dari ruang dan waktu. Dari konsep tersebut, Einstein berhasil menurunkan sebuah persamaan yang dinamakan sebagai Persamaan Medan Gravitasi Einstein [1].

Pada tahun 1917, Einstein memodifikasi kembali persamaannya. Einstein mengasumsikan bahwa alam semesta yang kita huni merupakan alam semesta yang statik. Prinsip Mach mengatakan bahwa "keberadaan seluruh materi, secara rata-rata dan global, di alam semesta, merupakan latar belakang yang mendefinisikan aturan yang berkaitan dengan gerak dari suatu materi spesifik di suatu titik dan di manapun di alam semesta." Menurut Mach, keberadaan "bintang-bintang tetap"-lah yang mendefinisikan kerangka acuan terhadap gerak benda-benda di suatu posisi dan waktu. Jika suatu benda dikatakan bergerak dengan kecepatan konstan, maka gerak tersebut relatif terhadap bintang-bintang tetap, dan inersia merupakan tanggapan benda terhadap perubahan keadaan geraknya. Sehingga untuk memenuhi konsep itu, Einstein mengusulkan sebuah parameter bebas yang bernama Konstanta Kosmologi (dilambangkan dengan Λ) untuk ditambahkan pada Persamaan Medan Gravitasi Einstein [2].

Suku Λ ini diinterpretasikan sebagai efek dari gaya tolak (repulsif) yang mengkompensasi gaya tarik gravitasi dan dengan demikian dapat mempertahankan struktur ruang dari keruntuhan akibat alam semesta homogen. Bukti observasi oleh Hubble menunjukkan bahwa alam semesta memang mengembang, demikian pula dapat diperoleh suatu solusi non-statik dari

persamaan medan Einstein tanpa suku konstanta kosmologi, sehingga akhirnya Einstein menyatakan bahwa tidak perlu lagi memasukkan konstanta kosmologi ke dalam persamaan medannya [3], [4]. Untuk mengetahui efek konstanta kosmologi, maka jurnal ini bertujuan untuk mencari pengaruh konstanta kosmologi terhadap model standar alam semesta dengan cara melakukan penurunan ulang Persamaan Medan Einstein dengan penambahan konstanta kosmologi, membangun Metrik Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker dan mengerjakan metrik tersebut ke Persamaan Medan Einstein.

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Prinsip Kosmologi

Kosmologi adalah cabang dari ilmu astronomi yang mempelajari asal-usul dan evolusi alam semesta, dari awal penciptaan yaitu Ledakan Besar hingga hari ini dan prediksinya di masa depan. Sejak jaman pertengahan, alam semesta dipandang sebagai sesuatu yang tetap, dengan bumi berada di pusat alam semesta. Teori ini dinamakan sebagai teori geosentris, dimana seluruh benda-benda di langit seperti bulan, matahari, planet, bahkan bintang-bintang, bergerak dengan orbit lingkaran sempurna. Paham tersebut dipatahkan oleh Nicolaus Copernicus pada abad ke-16 yang mengatakan bahwa bumi bukan merupakan pusat alam semesta. Copernicus mengusulkan bahwa matahari adalah pusat dari alam semesta dengan planet-planet dan benda langit yang lain bergerak mengelilingi matahari. Teori ini disebut sebagai teori heliosentris.

Pada abad ke-17, Isaac Newton memberikan penjelasan lebih jauh mengenai interaksi antara benda-benda langit melalui Hukum Gravitasi Universal yang ia buat. Hukum itu berbunyi, "setiap benda di alam semesta akan menarik satu sama lain dengan gaya yang sebanding dengan massa benda tersebut dan berbanding terbalik dengan jarak kuadrat dari benda tersebut." Ilmu kosmologi kemudian mengalami kemajuan pesat pada abad ke-20. Albert Einstein memberikan pandangan baru mengenai kosmologi melalui Teori Relativitas Umum. Teori ini menyatakan ruang dan waktu sebagai satu kesatuan [1]. Masih pada waktu yang sama, ilmuwan-ilmuwan di bidang astronomi mulai melakukan penelitian mengenai alam semesta dengan satu pernyataan mendasar: apakah galaksi tempat bumi berada merupakan alam semesta secara keseluruhan atau hanya sebuah galaksi biasa yang mempunyai bintang dengan jumlah banyak?

Edwin Hubble menemukan bahwa objek-objek seperti nebula berada di luar Galaksi Bima Sakti, sehingga dari penemuan Hubble tersebut dapat disimpulkan bahwa

Galaksi Bima Sakti hanyalah galaksi biasa di alam semesta ini. Selain itu, Hubble juga menemukan bahwa di alam semesta terdapat banyak galaksi dan terdistribusi secara merata pada skala yang besar. Skala besar yang dimaksud adalah skala yang tidak lagi mengacu pada skala galaksi, ataupun kluster galaksi, melainkan skala dengan orde milyaran tahun cahaya. Pada skala ini, galaksi mempunyai distribusi isotropik yang berarti terdistribusi secara merata dengan arah berbeda di langit. Galaksi-galaksi ini juga terdistribusi secara merata di ruang angkasa, atau homogen [4].

Dua fakta ini akhirnya dikenal sebagai dua prinsip kosmologi:

1. Tidak ada titik spesial di alam semesta; galaksi-galaksi terdistribusi secara merata di ruang angkasa pada skala yang sangat besar. Alam semesta dapat dikatakan homogen pada skala besar ini.
2. Tidak ada arah yang spesial di alam semesta; galaksi-galaksi terdistribusi secara merata dengan arah yang berbeda-beda pada skala yang sangat besar. Alam semesta ini disebut sebagai isotropic [3], [5].

Kedua prinsip ini tidak dapat diaplikasikan untuk skala yang kecil karena adanya ketidak-homogen-an. Namun model ini tetap digunakan karena dua alasan:

1. Merupakan model paling sederhana dari evolusi alam semesta.
2. Bukti observasi berupa CMB (Cosmic Microwave Background) mengindikasikan bahwa alam semesta memenuhi prinsip kosmologi [3], [6].

B. Persamaan Medan Einstein dengan Konstanta Kosmologi

Teori Relativitas Umum merupakan generalisasi dari Relativitas Khusus yang diusulkan oleh Einstein sendiri dan Hukum Gravitasi Universal yang diusulkan oleh Isaac Newton. Teori ini diusulkan pada tahun 1916 dan menyatakan bahwa gravitasi merupakan geometri dari ruang dan waktu, atau lebih dikenal dengan ruang-waktu yang dirumuskan dalam bentuk persamaan Medan Einstein. Pada teori Newton, materi akan menghasilkan gaya gravitasi. Namun, Einstein melalui persamaan medannya mengatakan bahwa seharusnya materi dan energi membelokkan ruang-waktu. Bentuk kelengkungan ruang-waktu ini digambarkan oleh bentuk tensor metrik. Tensor metrik sendiri dipengaruhi oleh distribusi massa sebagai sumber gravitasi. Integral aksi total yang disebabkan aksi massa sumber dan aksi oleh gravitasi dinyatakan sebagai berikut:

$$S = S_G + S_M, \tag{1}$$

dengan S, S_G, S_M berturut-turut adalah prinsip aksi, aksi massa gravitasi dan aksi massa materi. Setelah itu, persamaan (1) divariasikan agar didapatkan persamaan geraknya:

$$\delta S_G + \delta S_M = 0. \tag{2}$$

Didefinisikan variasi aksi gravitasi pada ruas sebelah kiri persamaan dan variasi aksi materi pada sebelah kanan persamaan (3):

$$\frac{1}{2\kappa} \int_M (R - 2\Lambda) \sqrt{-g} d^4x = - \int_M \mathcal{L}_M \sqrt{-g} d^4x \tag{3}$$

Persamaan (3) dikerjakan dan didapatkan solusi:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \tag{4}$$

dengan $R_{\mu\nu}$ adalah Tensor Ricci, R adalah Skalar Ricci, Λ adalah Konstanta Kosmologi dan $T_{\mu\nu}$ adalah Tensor Energi-Momentum. Persamaan (4) adalah Persamaan Medan Einstein dengan penambahan Konstanta Kosmologi [7]. Persamaan ini akan digunakan untuk memodelkan alam semesta.

C. Metrik FLRW (Friedmann – Lemaitre – Robertson Walker)

Metrik FLRW ini berdasar dari prinsip kosmologi, yaitu isotropik dan homogen. Metrik ini pertama kali diperkenalkan oleh Alexander Friedmann, matematikawan Uni Soviet pada tahun 1922 [4]. Untuk membangun metrik ini, diasumsikan bahwa alam semesta adalah alam semesta isotropik dan mengalami ekspansi sejauh a seiring waktu, maka bentuk metrik ruang-waktunya berupa:

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)dl^2. \tag{5}$$

Metrik ruang-waktu di atas terdiri atas metrik ruang dan waktu. Metrik waktu disini dapat diinterpretasikan sebagai waktu kosmologi atau waktu alam semesta. Sementara itu, metrik ruang harus dikonstruksi berdasarkan sifat alam semesta, sehingga akan diambil beberapa asumsi untuk membentuk metrik ruang. Pertama, materi dari ruang-waktu dan ruang harus melengkung. Kehomogenan alam semesta membuat kurvatur dari ruang harus sama pada setiap titik. Kedua, metrik ruang ini dapat ditinjau sebagai permukaan dari ruang Euclid tiga dimensi. Dari asumsi ini, terdapat dua tipe permukaan yang mempunyai kurvatur homogen, yaitu bidang datar dan bola. Sehingga metrik ruang alam semesta dapat dirumuskan sebagai:

$$dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2. \tag{6}$$

Hanya saja, bidang datar tidak memiliki kelengkungan sama sekali karena kedatarannya, sehingga satu-satunya permukaan yang mungkin adalah bola. Metrik ruang tersebut harus ditransformasi dari koordinat kartesian menjadi koordinat bola sehingga sesuai dengan metrik ruang alam semesta:

$$dl^2 = dr^2 \left(\frac{1}{1-kr^2} \right) + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \tag{7}$$

dimana nilai k adalah nilai kelengkungan kurvatur. Alam semesta tertutup mempunyai nilai $k = 1$, alam semesta datar mempunyai nilai $k = 0$ dan alam semesta terbuka mempunyai nilai $k = -1$. Maka didapatkan metrik ruang-waktu alam semesta:

$$ds^2 = -dt^2 + dr^2 \left(\frac{1}{1-kr^2} \right) + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2. \tag{8}$$

Metrik tersebut disebut juga sebagai Metrik Friedmann – Lemaitre – Robertson – Walker.

III. SOLUSI FRIEDMANN

Untuk mendapatkan Solusi Friedmann, Metrik FLRW pada persamaan (8) dikerjakan pada persamaan (4). Langkah pertama dalam mencari Solusi Friedmann adalah dengan mengidentifikasi metrik tensor $g_{\mu\nu}$ melalui metrik ruang-waktunya:

$$g_{mn} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a^2(t)}{1-kr^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^2(t)r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^2(t)r^2 \sin^2 q \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Sementara itu, bentuk kontravarian dari metrik tensor $g_{\mu\nu}$ adalah:

$$g^{mn} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1-kr^2}{a^2(t)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{a^2(t)r^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{a^2(t)r^2 \sin^2 q} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Setelah itu, langkah berikutnya adalah mencari nilai Simbol Christoffel dengan persamaan:

$$G_{mn}^l = \frac{1}{2} g^{ls} (\nabla_m g_{ns} + \nabla_n g_{ms} - \nabla_s g_{mn}). \quad (11)$$

Simbol Christoffel mempunyai jumlah komponen sebanyak 64 buah dan sebagian besar bernilai nol. Komponen-komponen yang tidak bernilai nol adalah

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}^0 &= \frac{a\dot{a}}{1-kr^2} \\ \Gamma_{22}^0 &= r^2 a\dot{a} \\ \Gamma_{33}^0 &= r^2 a\dot{a} \sin^2 \theta \\ \Gamma_{01}^1 &= \Gamma_{10}^1 = \Gamma_{02}^2 = \Gamma_{20}^2 = \Gamma_{03}^3 = \Gamma_{30}^3 = \frac{\dot{a}}{a} \\ G_{11}^1 &= \frac{kr}{1-kr^2} \\ G_{22}^1 &= -r(1-kr^2) \\ G_{33}^1 &= -r(1-kr^2) \sin^2 q \\ G_{21}^2 &= G_{12}^2 = G_{13}^3 = G_{31}^3 = \frac{1}{r} \\ G_{33}^2 &= -\sin q \cos q \\ G_{23}^3 &= G_{32}^3 = \frac{1}{\tan q}. \end{aligned} \quad (12)$$

Langkah berikutnya adalah mencari nilai Tensor Ricci dengan persamaan:

$$R_{mn} = \nabla_n G_{ms}^s - \nabla_s G_{mn}^s + G^r m_n G_{rn}^s - G_{mn}^r G_{rs}^s. \quad (13)$$

Tensor Ricci yang tidak bernilai nol hanya komponen dalam arah diagonal pada matriksnya. Nilai-nilai tersebut adalah:

$$R_{00} = -\frac{3\ddot{a}}{a}$$

$$R_{11} = \frac{2\dot{a}^2}{1-kr^2} + \frac{a\ddot{a}}{1-kr^2} + \frac{2k}{1-kr^2}$$

$$R_{22} = 2r^2 \dot{a}^2 + r^2 a\ddot{a} + 2kr^2$$

$$R_{33} = r^2 a\dot{a}^2 \sin^2 \theta + 2r^2 \dot{a}^2 \sin^2 \theta + 2kr^2 \sin^2 \theta. \quad (14)$$

Maka didapatkan Skalar Riccinya [8]:

$$R = \frac{6\ddot{a}}{a} + \frac{6\dot{a}^2}{a^2} + \frac{6k}{a^2}. \quad (15)$$

Selanjutnya adalah mencari nilai Tensor Energi-Momentum pada ruas kanan persamaan (4). Alam semesta diasumsikan tersusun dari fluida sempurna, maka berlaku:

$$T_{mn} = (r+p)U_m U_n + p g_{mn}, \quad (16)$$

dimana p adalah tekanan, ρ adalah densitas alam semesta dengan matriks U :

$$U_a = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Nilai-nilai dari persamaan (14), (15), dan (16) disubstitusikan ke persamaan (4) dan dimasukkan nilai $\mu = \nu = 0$, sehingga didapatkan:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{a^2}. \quad (18)$$

Persamaan (18) disebut juga Persamaan Friedmann jenis pertama.

Untuk nilai $\mu = \nu = 1,2,3$ didapatkan hasil yang sama:

$$\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{2a^2} = -4\pi Gp + \frac{\Lambda}{2} - \frac{k}{2a^2}. \quad (19)$$

Persamaan (19) disebut juga Persamaan Friedmann jenis kedua [9]. Namun, untuk memodelkan alam semesta, persamaan yang digunakan hanya persamaan (18) yang telah dimodifikasi agar sesuai dengan parameter alam semesta saat ini :

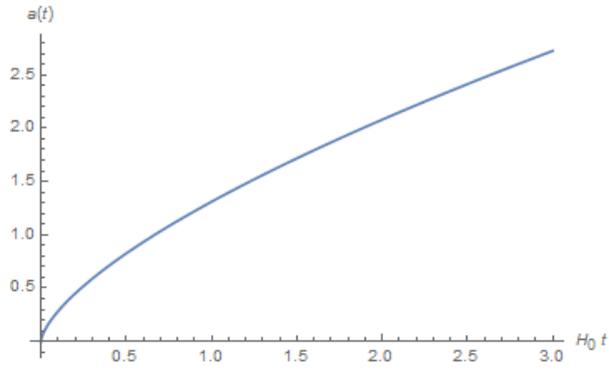
$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H_0^2 \left(\frac{\Omega_{r,0}}{a^4} + \frac{\Omega_{m,0}}{a^3} + \frac{\Omega_{k,0}}{a^2} + \Omega_{\Lambda,0} \right), \quad (20)$$

dengan a adalah skala faktor, \dot{a} adalah turunan skala faktor terhadap waktu, H_0^2 adalah konstanta Hubble saat ini, dan $\Omega_{r,0}, \Omega_{m,0}, \Omega_{k,0}, \Omega_{\Lambda,0}$ masing-masing adalah parameter radiasi, parameter massa, parameter kurvatur, dan parameter konstanta kosmologi [10].

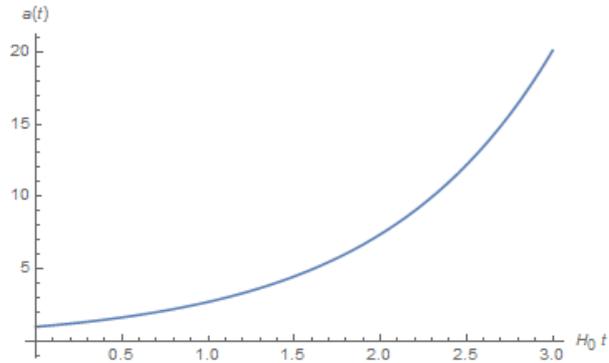
IV. MODEL STANDAR ALAM SEMESTA

Ada beberapa parameter yang berpengaruh terhadap pemodelan alam semesta, yaitu parameter radiasi, parameter massa, parameter kurvatur, dan parameter konstanta kosmologi.

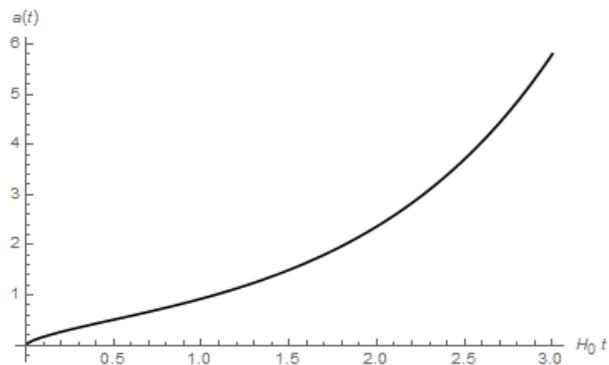
Pada jurnal ini, parameter radiasi yang digunakan nilainya sangat kecil atau mendekati nol, sehingga untuk semua model kecuali model alam semesta yang dipenuhi radiasi, akan digunakan nilai $\Omega_{r,0} = 0$. Selain itu, nilai parameter konstanta kosmologi $\Omega_{\Lambda,0}$ hanya beberapa nilai saja untuk perbandingan. Untuk parameter kurvatur, alam semesta dianggap tidak memiliki kelengkungan, sehingga didapatkan tiga model alam semesta:



Gambar 1. Model Alam Semesta Pertama dengan $\Omega_{m,0} = 1, \Omega_{r,0} = \Omega_{k,0} = \Omega_{\Lambda,0} = 0$



Gambar 2. Model Alam Semesta Kedua dengan $\Omega_{\Lambda,0} = 1, \Omega_{r,0} = \Omega_{k,0} = \Omega_{m,0} = 0$



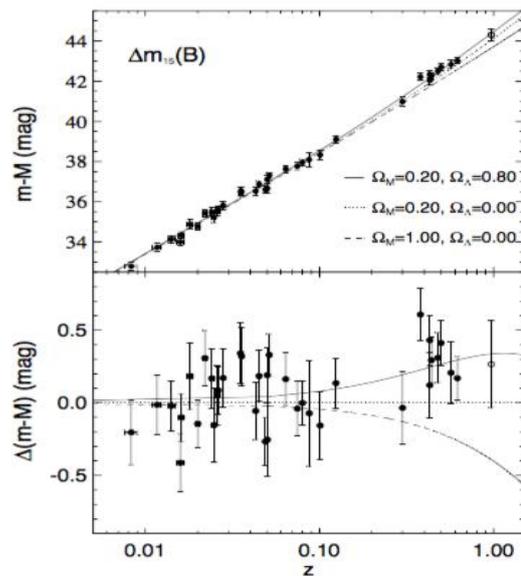
Gambar 3. Model Alam Semesta Ketiga dengan $\Omega_{m,0} = 0,8, \Omega_{\Lambda,0} = 0,2$

Dari gambar 1 hingga gambar 3, model alam semesta pertama tidak dipengaruhi oleh konstanta kosmologi, Sementara itu, model alam semesta kedua dan model alam semesta ketiga dipengaruhi oleh konstanta kosmologi. Hal ini memperlihatkan pengaruh konstanta kosmologi yang cukup mencolok. Untuk model alam semesta yang tidak dipengaruhi oleh konstanta kosmologi, terlihat bahwa alam semesta tersebut mengembang secara linier kemudian pada suatu titik hampir konstan atau tidak mengalami ekspansi sama sekali. Sebaliknya, ketika model alam semesta diberikan pengaruh konstanta kosmologi, maka perlahan-lahan model tersebut akan mengalami ekspansi terus-menerus secara eksponensial.

Dari ketiga model tersebut, model alam semesta kedua tidak dimulai dari big bang. Model alam semesta kedua hanya berisi konstanta kosmologi saja. Hal ini dapat diinterpretasikan bahwa kehadiran konstanta kosmologi saat penciptaan alam semesta belum ada. Begitu pula dengan model alam semesta ketiga. Pada awal

terbentuknya alam semesta, materi mendominasi penyusun alam semesta sehingga terlihat ekspansi alam semesta yang cenderung konstan. Setelah itu, alam semesta perlahan didominasi oleh konstanta kosmologi sehingga terjadi ekspansi yang cukup mencolok.

Sementara itu, dari ketiga alam semesta yang telah dimodelkan, ada satu model alam semesta yang cocok untuk alam semesta saat ini, yaitu model alam semesta ketiga. Model ini memiliki nilai $\Omega_{m,0}$ dan $\Omega_{\Lambda,0}$ yang dapat divariasikan, sehingga diperlukan nilai parameter yang tepat agar didapatkan model alam semesta yang sesuai. Untuk menentukan nilai yang dibutuhkan, maka model alam semesta ini haruslah sesuai dengan hasil observasi. Pada tahun 1998, Adam G. Riess dan sekelompok astronom menemukan bukti bahwa alam semesta mengembang. Riess bersama tim ilmunya meneliti pergeseran merah yang dialami oleh bintang *Supernovae Ia* dan menyimpulkan bahwa pergeseran merah tersebut dipengaruhi oleh konstanta kosmologi yang dapat dilihat pada grafik berikut:



Gambar 9. Model Alam Semesta Pertama dengan $\Omega_{m,0} = 0,8, \Omega_{\Lambda,0} = 0,2$, diambil dari [11]

V. KESIMPULAN DAN SARAN

Dalam jurnal ini, telah dilakukan penurunan ulang metrik FLRW. Metrik tersebut kemudian dikerjakan pada Persamaan Medan Einstein dan didapatkan beberapa kesimpulan:

1. Solusi Friedmann yang didapatkan ada dua, yaitu Persamaan Friedmann jenis pertama yang digunakan untuk memodelkan alam semesta dan Persamaan Friedmann jenis kedua.
2. Persamaan Friedmann jenis pertama kemudian dimodifikasi agar sesuai dengan keadaan fisis alam semesta sehingga didapatkan parameter-parameter yang mempengaruhi pemodelan alam semesta, yaitu parameter materi $\Omega_{m,0}$, parameter radiasi $\Omega_{r,0}$, parameter kurvatur $\Omega_{k,0}$ dan parameter konstanta kosmologi $\Omega_{\Lambda,0}$.
3. Setelah didapatkan beberapa model alam semesta dan dibandingkan dengan hasil observasi, parameter konstanta kosmologi mempunyai pengaruh besar terhadap alam semesta, yaitu terjadinya ekspansi yang sangat mencolok bila dibandingkan dengan model

alam semesta tanpa konstanta kosmologi. Konstanta kosmologi di alam semesta ini dikatakan sebagai energi gelap.

Penambahan konstanta kosmologi memberikan dampak yang sangat besar pada model alam semesta sehingga memberikan masalah-masalah baru yang belum terpecahkan dan memerlukan studi lebih lanjut, diantaranya:

- 1) Nilai “tepat” dari konstanta kosmologi, hasil observasi mengindikasikan nilai yang sangat kecil.
- 2) Hasil observasi terkini yaitu belum ditemukannya keberadaan energi gelap, sehingga memunculkan pertanyaan apakah konstanta kosmologi merupakan penyebab alam semesta mengembang.
- 3) Hasil observasi terkini yaitu belum ditemukannya keberadaan energi gelap, sehingga memunculkan pertanyaan apakah konstanta kosmologi merupakan penyebab alam semesta mengembang.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Einstein, A. 2005. *Relativity: The Special and General Theory*. PI PRESS, USA.
- [2] Einstein, A. 1917. *Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie. Königlich Preußische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*. Berlin, Germany.
- [3] Frieman, Josh; Turner, Michael and Huterer, Dragan. 2008. Dark Energy and the Accelerating Universe Annual Review of Astronomy and Astrophysics 46: 385-432. arXiv:0803.0982 □
- [4] Weinberg, Steven. 1989. The Cosmological Constant Problem Revies of Modern Physics 61: 1-23.
- [5] Padmanabhan T. 2003. Cosmological Constant - The Weight of the Vacuum. arXiv:hep-th/0212290v2 26 Feb 2003.
- [6] Penzias, A.A.; R. W. Wilson (July 1965). A Measurement Of Excess Antenna Temperature At 4080 Mc/s. *Astrophysical Journal Letters* 142: 419-421.
- [7] Gron, Oyvind; Hervik, Sigbjorn. 2007. *Einsteins General Theory of Relativity*. Springer, USA. □
- [8] Romeu, Joan Arnau. Derivation of Friedman Equations. Treballs Finals de Grau (TFG) - Fisica, June 2013.
- [9] Ohanian, C; Ruffini R. 2013. *Gravitation and Spacetime* 3rd Edition. Cambridge University Press, UK.
- [10] Carroll, Sean. 2001. The cosmological constant Living Reviews in Relativity 4: 1.
- [11] Riess et al. Observational Evidence From Supernovae For an Accelerating Universe and a Cosmological Constant. *The Astronomical Journal*, 116:1009-1038, 1998 September