

Konstruksi Model Matematika pada Terjun Payung dengan Akrobat Perubahan Posisi Sebelum Parasut Dibuka

Asmianto, Hariyanto dan Iis Herisman

Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111 Indonesia

e-mail: hariyanto@matematika.its.ac.id

Abstrak—Konstruksi model matematika dari pergerakan penerjun payung selama di udara sebelum parasut dibuka menggunakan hukum II Newton yaitu $\sum F = ma$. Posisi penerjun payung setelah keluar dari pesawat langsung membentangkan badannya sehingga tercipta hambatan udara yang besar. Adanya gaya hambat udara mengakibatkan pergerakan penerjun tidak langsung bergerak turun secara vertikal kebawah namun juga bergeser kearah horisontal dan membentuk lintasan parabola. Kecepatan penerjun semakin ke bawah semakin meningkat sampai pada akhirnya penerjun mencapai kecepatan terminal, yaitu posisi dimana gaya hambat udara besarnya sama dengan gaya gravitasi (gaya berat) penerjun. Pada tugas akhir ini diasumsikan penerjun payung dengan massa 91.6 kg (termasuk peralatan) melompat dari pesawat pada ketinggian 5000 meter dan penerjun mencapai ketinggian ± 400 meter pada detik ke 32. Pada detik ini merupakan batas terakhir bagi penerjun payung untuk membuka parasut, karena jika terlambat 1 detik saja bisa membahayakan keselamatan penerjun.

Kata Kunci—Hukum newton, Gaya hambat udara, kecepatan terminal.

I. PENDAHULUAN

Terjun payung merupakan salah satu olahraga yang paling ekstrim. Selain itu, terjun payung juga biasa digunakan untuk menyelamatkan kehidupan seorang pilot dan mendistribusikan tentara di tempat terpencil. Sekarang ini terjun payung yang khas dipakai adalah pada ketinggian 4000 meter dengan membuka parasut pada ketinggian 800 meter dari tanah. Terjun payung berlangsung kurang dari satu menit.[1]

Dalam melakukan terjun payung, sebelum melakukan lompatan penerjun selalu memperhatikan tekanan udara, ketinggian minimum awal melakukan lompatan dan jarak minimum dari titik yang akan dituju. Karena, itu sangat berpengaruh pada keselamatan penerjun dan kecepatan parasut. Untuk memperhitungkan hal tersebut, banyak ilmuwan yang mengembangkan model numerik masalah terjun payung. Kekuatan yang diberikan oleh hambatan udara sangatlah berpengaruh dengan kecepatan parasut. Ketinggian pesawat untuk memulai lompatan juga harus diperhatikan, supaya penerjun bisa mendarat sesuai pada titik yang ditentukan.[2]

Model matematika untuk gerak parasut dibentuk berdasarkan Hukum II Newton $\sum F = ma$. Dengan m adalah massa penerjun, a adalah percepatan, dan F adalah jumlah dari gaya gravitasi F_g dan gaya hambat udara F_d . Oleh karena itu, $F = F_g + F_d$. Pada gaya hambat udara terdapat koefisien hambat yang mana dipengaruhi

oleh besarnya bilangan Reynolds. Bilangan Reynold tergantung juga pada bentuk canopy yang digunakan oleh penerjun. Pada tugas akhir ini yang digunakan adalah canopy yang berbentuk setengah bola dengan bilangan Reynolds $Re > 10^3$ dan dengan koefisien hambat $C_D = 1,33$. [4]

Berdasarkan permasalahan diatas maka diusulkan tugas akhir tentang, bagaimana pergerakan dan posisi duduk penerjun ketika di udara mulai awal melompat dari pesawat sampai pada posisi penerjun siap untuk membuka parasutnya. Dengan membawa kedalam bentuk matematika maka akan lebih mudah untuk mengetahui berbagai pengaruh sebelum melakukan lompatan. Sehingga penerjun bisa melakukan lompatan dengan selamat dan bisa mendarat pada posisi yang sudah ditentukan.

II. METODOLOGI PENELITIAN

A. Study Literatur

Pada tahap ini akan dilakukan pencarian referensi yang menunjang penelitian ini serta mempelajari lebih dalam tentang hal - hal yang berpengaruh dalam pembuatan model terjun payung.

B. Pembentukan Model

Dalam pembentukan model ada beberapa tahapan diantaranya asumsi posisi penerjun setelah melompat dari pesawat, analisa gerak penerjun selama di udara dan penurunan rumus kecepatan dan posisi terhadap waktu serta menganalisa pergerakan penerjun mulai dari gerak jatuh bebas dari pesawat sampai pada posisi siap membuka parasut.

C. Penyelesaian Numerik

Dalam tahap ini akan dibuat model persamaan penerjun payung dengan pendekatan Hukum Newton, mulai dari penerjun melakukan terjun bebas dari pesawat, sampai penerjun pada posisi siap membuka parasut.

D. Simulai Numerik

Dalam simulasi numerik akan digunakan MATLAB sebagai simulator. Setelah didapat model persamaan dari terjun payung, selanjutnya akan dibuat algoritma dari persamaan tersebut untuk disimulasikan.

E. Kesimpulan

Dalam tahap ini akan diambil kesimpulan dari hasil simulasi numerik yang telah dilakukan.

F. Pembuatan Laporan Tugas Akhir

Dalam tahap ini akan dilakukan penulisan dari semua hasil penelitian yang sudah dilakukan.

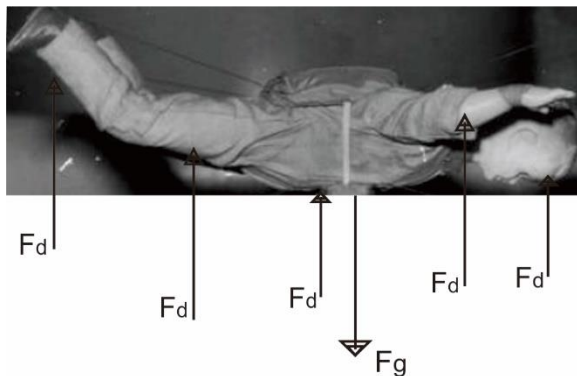
III. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

A. Kinematika Penerjun payung

Konstruksi model matematika pada penerjun payung yang akan dibangun adalah mulai keluar dari pesawat sampai pada posisi siap membuka parasut. Pada tugas akhir ini diasumsikan penerjun payung melakukan gerak jatuh bebas dari pesawat dan langsung membuat posisi membentangkan badannya kebawah (gambar 1) sehingga tercipta hambatan udara yang besar.



Gambar 1. posisi penerjun payung di udara



Gambar 2. Gaya –gaya yang bekerja pada penerjun payung selama di udara

Pada saat penerjun mulai meloncat dari pesawat maka hukum II Newton dapat diterapkan dan dalam hal ini penerjun diasumsikan melakukan gerak jatuh bebas. Selama di udara penerjun melakukan gerak translasi dan rotasi sampai pada posisi siap membuka parasut. Secara matematis dapat ditulis sebagai berikut:

$$\sum F = ma$$

Dimana,

$$\sum F = F_g + F_d$$

Sehingga diperoleh

$$F_g + F_d = ma,$$

F_g merupakan gaya gravitasi dari penerjun payung yang arahnya selalu menuju pusat bumi sedangkan F_d adalah gaya hambat udara (*Force drag*) yang arahnya selalu berlawanan dengan pergerakan penerjun payung. m adalah massa keseluruhan yaitu massa penerjun ditambah dengan massa peralatan yang dibawah oleh penerjun (termasuk parasut).

Percepatan merupakan hasil turunan pertama kecepatan terhadap waktu, sehingga dapat ditulis sebagai berikut:

$$F_g + F_d = m \frac{dv}{dt}$$

Sehingga didapat persamaan kecepatan terhadap waktu sebagai berikut:

$$v(t) = \frac{mg - ce^{-\frac{k}{m}t}}{k}$$

Karena penerjun melakukan gerak jatuh bebas maka $v(0) = 0$

Sehingga didapatkan persamaan kecepatan penerjun terhadap waktu dengan posisi seperti (gambar 2) adalah sebagai berikut:

$$v(t) = \frac{mg}{k} (1 - e^{-\frac{k}{m}t})$$

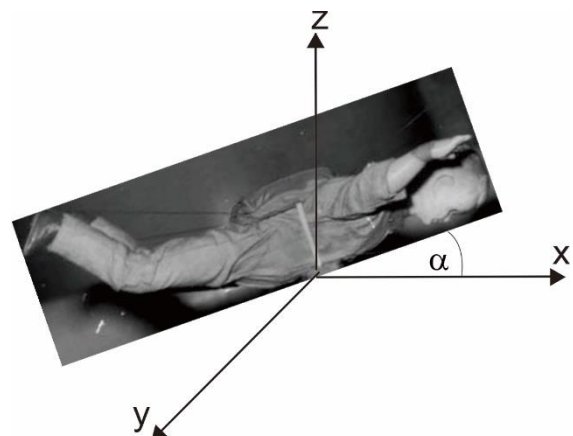
Untuk mendapatkan persamaan posisi terhadap waktu, dengan mengintegrasikan persamaan kecepatan terhadap waktu diatas.

Sehingga diperoleh

$$x(t) = \frac{mg}{k} \left(t + \frac{m}{k} e^{-\frac{k}{m}t} \right) + c$$

Dengan membuat asumsi $x(0) = x_0$ diperoleh persamaan posisi penerjun payung terhadap waktu,

$$x(t) = x_0 + \frac{mg}{k} t + \frac{m^2 g}{k^2} \left(e^{-\frac{k}{m}t} - 1 \right)$$



Gambar 3. Gerak rotasi posisi penerjun payung di udara

Pada gambar 3 penerjun payung diasumsikan hanya melakukan gerak rotasi terhadap sumbu x sebesar α .

Penurunan rumus dimulai dengan hukum kedua newton

yaitu : $\sum F = ma$

$$F_g + F_d = ma$$

$$mg \sin \alpha - kv = m \frac{dv}{dt}$$

Sehingga diperoleh persamaan pergerakan penerjun dengan rotasi sebesar α sebagai berikut :

$$v(t) = \frac{mg \sin \alpha - ce^{-\frac{k}{m}t}}{k}$$

Karena gerak penerjun merupakan gerak jatuh bebas maka $v(0) = 0$

Sehingga diperoleh persamaan kecepatan penerjun payung dengan rotasi sebesar α terhadap waktu,

$$v(t) = \frac{mg \sin \alpha}{k} (1 - e^{-\frac{k}{m}t})$$

Untuk mendapatkan persamaan posisi terhadap waktu, dengan mengintegrasikan persamaan kecepatan terhadap waktu diatas.

Sehingga diperoleh

$$x(t) = \frac{mg \sin \alpha}{k} \left(t + \frac{m}{k} e^{-\frac{k}{m}t} \right) + c$$

Dengan membuat asumsi $x(0) = x_0$ diperoleh persamaan posisi penerjun payung yang berotasi sebesar α terhadap waktu,

$$x(t) = x_0 + \frac{mg \sin \alpha}{k} t + \frac{m^2 g \sin \alpha}{k^2} \left(e^{-\frac{k}{m}t} - 1 \right)$$

B. Simulasi dan Analisis

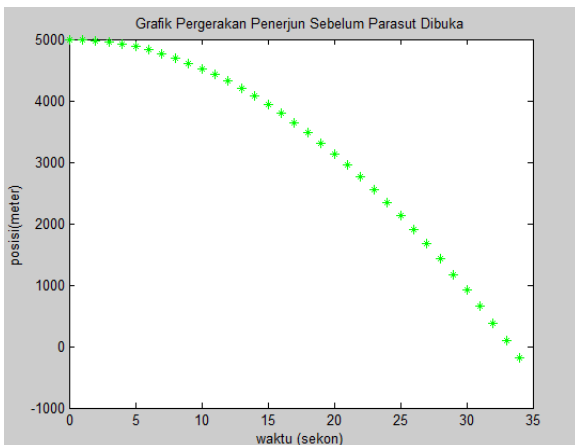
Pada sub bab ini dilakukan simulasi dari persamaan-persamaan gerak terjun payung yang sudah diperoleh dari perhitungan sebelumnya. Dari hasil simulasi akan dilakukan analisa terhadap Pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka selama di udara.

1) Simulasi 1

Pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka:

Parameter :

x_0	= 5000 m	C_d	= 1.33
m	= 91.6 kg	A	= 0.9 m ²
g	= 9.8 m/s ²	ρ	= 1.2 kg/m ³
t	= 35 sekon		



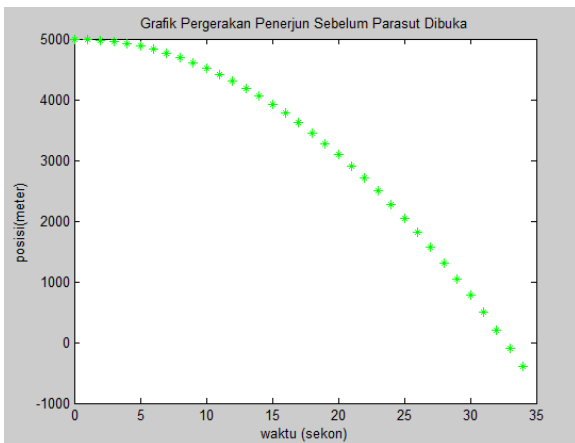
Gambar 1. Pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka

2) Simulasi 2

Pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka:

Parameter :

x_0	= 5000 m	C_d	= 1.33
m	= 91.6 kg	A	= 0.5 m ²
g	= 9.8 m/s ²	ρ	= 1.2 kg/m ³
t	= 35 sekon		



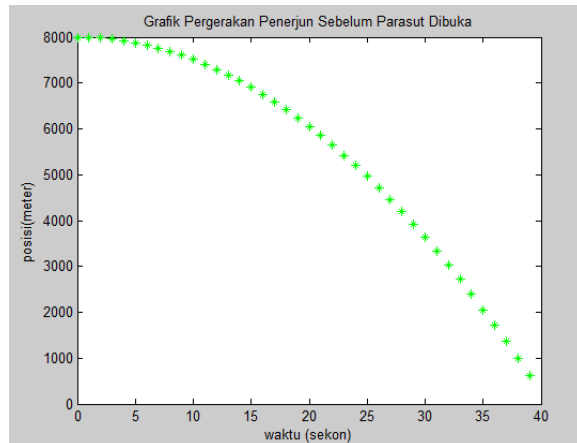
Gambar 2. Pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka

3) Simulasi 3

Pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka:

Parameter :

x_0	= 8000 m	C_d	= 1.33
m	= 91.6 kg	A	= 0.1 m ²
g	= 9.8 m/s ²	ρ	= 1.2 kg/m ³
t	= 40 sekon		



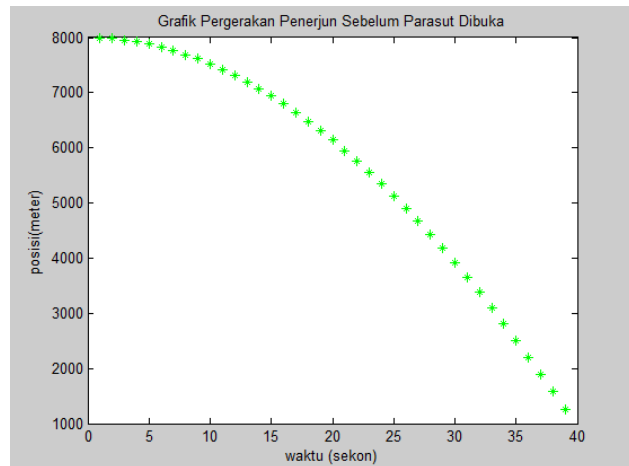
Gambar 3. Pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka

4) Simulasi 4

Pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka:

Parameter :

x_0	= 8000 m	C_d	= 1.33
m	= 91.6 kg	A	= 0.25 m ²
g	= 9.8 m/s ²	ρ	= 1.2 kg/m ³
t	= 40 sekon		



Gambar 4. Pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka

Dari hasil simulasi pergerakan penerjun payung sebelum parasut dibuka dapat dilihat bahwa pergerakan penerjun payung membentuk lintasan parabola. Hal ini disebabkan oleh adanya gaya hambat udara yang diciptakan oleh tubuh penerjun payung ketika di udara sehingga pergerakan penerjun tidak cenderung gerak jatuh bebas.

C. Analisis kecepatan terminal penerjun payung

Kecepatan terminal terjun payung merupakan kecepatan dimana besar nilai gaya berat benda (W) penerjun sama dengan besar nilai gaya drag (F_d) atau hambatan udara. Gaya berat yang menyebabkan penerjun bergerak vertikal kebawah suatu saat akan sama nilainya

dengan gaya hambat udara. karena gaya berat bernilai konstan sedangkan gaya hambat udara semakin meningkat nilainya. Gaya berat memiliki nilai konstan karena hanya dipengaruhi oleh massa dan gravitasi. Sedangkan gaya hambat udara memiliki nilai yang bervariasi sesuai dengan kecepatan penerjun payung. Pada saat penerjun payung melompat dari pesawat, gaya yang menyebabkan penerjun bergerak adalah gaya berat. Karena penerjun memiliki percepatan gravitasi dari gaya berat maka benda akan bergerak dengan kecepatan yang semakin cepat setiap saat. Namun pada saat penerjun jatuh bebas juga terdapat gaya hambat udara yang dipengaruhi oleh kecepatan penerjun. Jadi disatu sisi gaya berat menambah kecepatan benda namun disisi lain dengan bertambahnya kecepatan juga menambah gaya hambat udara. Gaya hambat udara merupakan gaya penahan yang disebabkan oleh aliran fluida terhadap benda yang bergerak. Dengan bertambahnya gaya hambat udara dan konstantanya gaya berat maka suatu saat akan terdapat kesetimbangan, yang artinya besar gaya hambat udara sama dengan besar gaya berat. Sesuai dengan Hukum II Newton, maka resultan gaya yang bekerja pada benda akan sama dengan 0. Dan sesuai dengan Hukum I Newton, ketika resultan gaya yang bekerja pada benda sama dengan 0 maka benda cenderung tetap diam atau bergerak dengan kecepatan konstan.[3]

IV. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut:

1. Model matematika dari pergerakan penerjun payung dengan perubahan posisi adalah sebagai berikut :

- Gerak translasi

$$v(t) = \frac{mg}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right)$$

$$x(t) = x_0 + \frac{mg}{k}t + \frac{m^2g}{k^2} \left(e^{-\frac{k}{m}t} - 1\right)$$

- Gerak Rotasi

$$v(t) = \frac{mg \sin \alpha}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right)$$

$$x(t) = x_0 + \frac{mg \sin \alpha}{k}t + \frac{m^2g \sin \alpha}{k^2} \left(e^{-\frac{k}{m}t} - 1\right)$$

2. Waktu yang aman digunakan penerjun payung untuk membuka parasutnya jika ia melompat dari pesawat pada ketinggian 5000 meter adalah sebelum pada detik ke 33 yaitu pada ketinggian sekitar ± 400 meter tentunya dengan tetap memperhatikan lingkungan sekitar.
3. Besar kecepatan terminal penerjun tergantung berat dan posisi tubuh penerjun selama di udara.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Moniuszko, J. (2010). **Modelling dynamics and aerodynamics tests of a sport parachute jumper during flight in sitfly position.** Polnad. Vol. 12 No. 3
- [2] Ru-Yi, T. (2013). **Characteristic Analysis of Flying Process of Dispensed Object with Deceleration Parachute.** Vol. 3. No. 1
- [3] Long, Lyle N.(1999). **Velocity dependence of Aerodynamic drag.** Univercity park. Washington.
- [1] [4] Meade, Douglas B. & Struthers, Allan A. (1999). **Differential Equations in the New Millenium: the Parachute Problem.** Dept.of Mathematic University of South Carolina, Colombia.