

Peramalan Kebutuhan Bahan Bakar Premium di Depot Ampenan dengan Metode Hibrida Arima- *Neural Network* untuk Optimasi Persediaan

Oktivianis Kusumaningrum, Suhartono, Haryono

Jurusan Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111

E-mail: haryono@statistika.its.ac.id

Abstrak— Pemasaran serta pendistribusian BBM berkaitan erat dengan seberapa besar kebutuhan setiap wilayah, dan permintaan yang cenderung tidak konstan, sehingga sangat perlu dilakukan peramalan kebutuhan bahan bakar. Peramalan terhadap permintaan bahan bakar merupakan awal dari semua perencanaan dari kegiatan *supply chain*. Hasil peramalan bahan bakar Premium di Depot Ampenan menunjukkan bahwa metode hibrida dapat memprediksi lebih baik dibandingkan dengan metode tunggal. Kombinasi metode ARIMA dan *Neural Network* ternyata dapat bekerja sama dengan baik untuk menghasilkan peramalan yang lebih baik dengan nilai RMSE yang kecil dibandingkan dengan model ARIMA dan NN secara individu. Hasil uji linieritas dengan *Terasvirta* menunjukkan bahwa ada hubungan non-linier, sehingga model non-linier cocok digunakan untuk kasus ini. Hasil peramalan dari model yang terbaik digunakan untuk membuat perencanaan persediaan. Model persediaan yang optimal terjadi ketika jumlah pemesanan (Q) mencapai nilai 2518 Kl, *backorder* (B) sebesar 1667 Kl dan *safety stock* yang ada dalam persediaan adalah 86 Kl. Dari hasil tersebut, maka dapat dihitung biaya total yang dibutuhkan untuk pengadaan persediaan untuk bulan Januari 2012 yaitu sebesar Rp 96.135.699.392,-.

Kata Kunci—ARIMA, *Neural Network*, Hibrida ARIMA-NN, Optimasi Persediaan

I. PENDAHULUAN

SEIRING dengan perkembangan dan kemajuan teknologi, Bahan Bakar minyak (BBM) merupakan ke-butuhan dasar dalam bidang industri maupun transportasi yang semakin lama semakin meningkat permintaannya. Membagi wilayah distribusi menjadi beberapa region merupakan salah satu bagian strategi manajemen yang dilakukan untuk memudahkan distribusi bahan bakar hingga ke seluruh wilayah Indonesia. Di wilayah NTB, terdapat Depot Ampenan untuk melayani konsumen di Kabupaten Lombok Barat, Lombok Timur, Lombok Utara, Lombok Tengah dan Kodya Mataram. BBM Depot Ampenan itu didatangkan dari TT Manggis, Pulau Bali dan sebagian dari Surabaya. Depot Ampenan merupakan depot dengan kebutuhan BBM paling tinggi dibanding dengan depot lain di NTB maupun NTT. Selain itu daerah Nusa Tenggara adalah wilayah yang pendistribusiaannya cukup sulit karena kondisi geografisnya, maka menarik untuk dilakukan penelitian pada depot tersebut.

Pemasaran serta pendistribusian BBM berkaitan erat dengan seberapa besar kebutuhan setiap wilayah, dimana permintaan yang cenderung tidak konstan. Sehingga harus dilakukan peramalan kebutuhan untuk beberapa bulan ke depan guna kepentingan perencanaan persediaan. Pada kenyataan, jarang

ditemukan kejadian *time series* yang murni linier ataupun murni non-linier, sehingga disarankan menggunakan metode hibrida yaitu kombinasi dua atau lebih sistem dalam satu fungsi, dalam hal ini adalah kombinasi *Neural Network* dengan ARIMA [1]. Metode hibrida merupakan gabungan model yang dapat saling melengkapi, sehingga diharapkan menghasilkan tingkat keakuratan yang tinggi. Metode peramalan Hibrida ARIMA-NN sudah banyak digunakan pada beberapa studi kasus yaitu peramalan konsumsi air oleh Jan & Katarina [2], pemodelan kunjungan wisatawan dari 6 negara asal yang berkunjung ke Bali menunjukkan bahwa Hibrida ARIMA-NN memberikan hasil peramalan yang lebih sesuai dibandingkan dengan ARIMA dan NN secara individu [3], demikian juga penelitian oleh Zhang [1].

Persediaan memiliki implikasi yang besar terhadap finansial suatu perusahaan karena jumlah uang yang tertanam pada persediaan sangatlah besar. Menurut Tersine [4] model persediaan terdapat dua jenis yaitu deterministik dan probabilistik. Pada kasus ini sisi probabilistik terletak pada permintaan, sedangkan *lead time* konstan. Untuk itu akan diterapkan optimasi persediaan termasuk persediaan pengaman yang dibutuhkan untuk mengatasi kondisi ketidakpastian dari permintaan selama *lead time*. Crone [5] telah menerapkan peramalan dengan NN untuk pengambilan keputusan dalam manajemen persediaan, dimana evaluasi akhirnya berdasarkan pada besar biaya dikeluarkan.

Pada penelitian ini akan diterapkan model peramalan yaitu model Hibrida ARIMA-NN dan akan dibandingkan hasilnya dengan metode tunggal yaitu ARIMA dan *Neural Network*. Hasil peramalan terbaik akan digunakan untuk melakukan perencanaan persediaan bahan bakar premium untuk satu bulan di Depot Ampenan.

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. ARIMA

ARIMA merupakan gabungan dari *Autoregressive* (p) dan *Moving Average* (q) dengan *differencing* orde (d), secara matematisnya $(1-B)^d Z_t$. Jika mengandung pola musiman, maka model yang digunakan adalah model ARIMA musiman, dimana $\Phi_P(B^S)$ untuk koefisien komponen AR periode musiman S dengan orde P , $\Theta_Q(B^S)$ untuk koefisien komponen MA periode musiman S dengan orde

Q dan $(1-B^s)^D$ merupakan *differencing* untuk musiman s dengan orde D [6]. Berikut ini persamaan matematik secara lengkap :

$$\Phi_p(B^s)\phi_p(B)(1-B)^d(1-B^s)^D Z_t = \theta_0 + \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)a_t \quad (1)$$

B. Neural Network

Hubungan dari antara output (Z_t) dan input ($Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-p}$) dengan rumus matematik sebagai berikut.

$$Z_t = w_0 + \sum_{j=1}^q w_j f \left(w_0 j + \sum_{i=1}^p w_{i,j} Z_{t-i} \right) + \varepsilon_t \quad (2)$$

$w_j (j = 0, 1, 2, \dots, q)$ dan $w_{ij} (i = 0, 1, 2, \dots, p; j = 1, 2, \dots, q)$, p adalah jumlah *input nodes* dan q adalah jumlah *hidden nodes*. Fungsi logistik yang sering digunakan sebagai *transfer function* dari *hidden layer* adalah

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (3)$$

C. Hibrida

Hibrida adalah kombinasi dua atau lebih sistem dalam satu fungsi, dalam hal ini adalah kombinasi *NN* dengan *ARIMA*. Model *ARIMA* dapat menghasilkan peramalan yang baik pada kondisi yang linier, tetapi akan buruk jika bertemu dengan kondisi yang non-linier untuk itu dilakukan kombinasi dengan *NN* yang menunjukkan performa yang baik jika data bersifat non-linier. Jadi model hibrida dapat membantu mengatasi struktur yang kompleks dari suatu data [2]. Secara umum kombinasi dari model *time series* dapat dituliskan sebagai

$$y_t = L_t + N_t \quad (4)$$

dimana L_t menunjukkan komponen linier dan N_t menunjukkan komponen non-linier, dimana residual dari model yang linier masih mengandung informasi hubungan non-linier. Secara matematis dapat dituliskan

$$e_t = y_t - \hat{L}_t \quad (5)$$

D. Optimasi Persediaan

Menurut Tersine [4] model persediaan terdapat dua jenis yaitu deterministik dan probabilistik. Deterministik artinya permintaan maupun pasokan dianggap pasti, sedangkan probalistik beroperasi pada situasi dengan ketidakpastian permintaan atau *lead time*, sehingga membutuhkan persediaan pengaman untuk mengurangi kemungkinan terjadinya kehabisan stok. Oleh karena itu, titik pemesanan kembali suatu barang (B) harus mempertimbangkan ketidakpastian dua aspek tersebut. Selama waktu tunggu pemesanan (*lead time*), dimungkinkan adanya permintaan yang dinotasikan M , sehingga permintaan selama *lead time* menjadi faktor yang mempengaruhi kapan dilakukan pemesanan.

III. METODE PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari PT. Pertamina Region V Surabaya bagian Retail dan Region III untuk bagian *Supply &*

Distribution. Variabel penelitian yang digunakan pada peramalan dan optimasi persediaan adalah sebagai berikut :

1. Peramalan kebutuhan bahan bakar premium. Data penjualan bahan bakar premium per bulan pada tahun 2006-2011 di Depot Ampenan, NTB.
2. Optimasi persediaan. Untuk analisis pada persediaan setelah dilakukan peramalan menggunakan beberapa variabel yaitu permintaan per bulan (D), *lead time* (L), permintaan kebutuhan selama *lead time* (M), harga per Kiloliter Premium (P), biaya penyimpanan (H), biaya pemesanan (C) dan biaya *stock out* (A)

Lead time adalah waktu tunggu pemesanan, dimana pada kasus ini waktu untuk pengiriman yang dibutuhkan adalah selama 2 hari.

Biaya akibat *stock out* adalah biaya tambahan harus yang dikeluarkan karena terjadi kekurangan barang.

Langkah-langkah dalam peramalan kebutuhan bahan bakar premium di Depot Ampenan untuk optimasi persediaan dan rantai pasokan adalah sebagai berikut :

1. Mencari karakteristik data kebutuhan bahan bakar premium dengan statistika deskriptif.
2. Membagi data realisasi kebutuhan bahan bakar premium menjadi dua bagian yaitu data *in-sample* pada Januari 2006 - Desember 2010 dan data *out-sample* pada Januari-Desember 2011. Data *in-sample* digunakan untuk pembentukan model (*training*), sedangkan data *out-sample* digunakan untuk pemilihan ramalan terbaik.
3. Mengaplikasikan model *ARIMA*, *Neural Network* dan Hibrida *ARIMA-NN*

Model ARIMA

- a. Membuat *time series plot*, plot *ACF*, dan plot *PACF*
- b. Memeriksa kestasioneran data berdasarkan plot deret waktu, plot *ACF* dan *PACF*. Melakukan *differencing* jika data tidak stasioner dalam mean dan transformasi pada varian.
- c. Setelah data stasioner, maka dilakukan identifikasi berdasarkan plot *ACF* dan *PACF* untuk menentukan orde p, q , sehingga dapat menentukan model *AR, MA, ARMA* atau *ARIMA*.
- d. Melakukan estimasi parameter dan uji signifikansi parameter.
- e. Memeriksa kelayakan model berupa residual yang *white noise* menggunakan uji *Ljung Box*, dan uji normalitas dengan *Kolmogorov Smirnov*.
- f. Melakukan peramalan dengan model *ARIMA* dan menghitung nilai *MAPE* dan *RMSE* dengan rumus.

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^T \left| \frac{Z_t - \hat{Z}_t}{Z_t} \right|}{T} \times 100\%$$

$$RMSE = \left[\frac{\sum_{t=1}^T (Z_t - \hat{Z}_t)^2}{T} \right]^{\frac{1}{2}}$$

- g. Memilih model *ARIMA* terbaik berdasarkan nilai *RMSE* terkecil.

Model Neural Network

- a. Menentukan arsitektur NN yaitu menentukan banyak input, jumlah neuron dalam *hidden layer*, bobot awal dan fungsi aktivasi.
- b. Melakukan pelatihan (*in-sample training*) pada data pelatihan dengan menentukan bobot awal dan arsitektur NN yang telah ditentukan.
- c. Melakukan peramalan dan menghitung nilai MAPE dan RMSE data *in-sample* dan data *out-sample*.
- d. Memilih model terbaik

Hibrida ARIMA-NN

- a. Mencari model ARIMA yang sesuai.
 - b. Melakukan pemodelan dan peramalan dengan model ARIMA.
 - c. Residual yang diperoleh dari peramalan model ARIMA digunakan sebagai input, lalu dimodelkan kembali dengan model *Neural Network*.
 - d. Menggabungkan model a dan c sehingga didapat model Hibrida ARIMA-NN.
 - e. Melakukan peramalan dan menghitung MAPE dan RMSE data *in-sample* dan data *out-sample*.
 - f. Memilih model terbaik
4. Membandingkan model ARIMA, *Neural Network* dan Hibrida ARIMA-NN berdasarkan nilai RMSE.
 5. Mendapatkan hasil peramalan kebutuhan bahan bakar premium dengan model yang terbaik, dimana hasil peramalan tersebut yang akan digunakan dalam menentukan model persediaan.
 6. Menentukan model persediaan bahan bakar premium yang optimum di Depot Ampenan dengan memperhitungkan biaya yang dikeluarkan
 - a. Tahap awal adalah mendapatkan nilai

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2DC}{H}}$$

sebagai nilai awal iterasi, sedangkan untuk Q_i , $i = 2,3,\dots$ menggunakan rumus

$$Q = \sqrt{\frac{2D[C + AE(M > B)]}{H}}$$

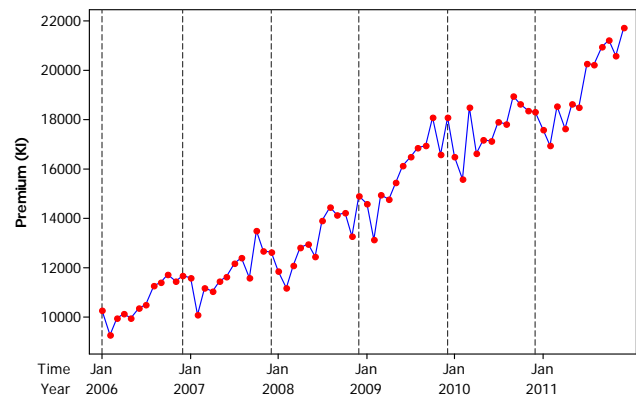
dimana nilai D (permintaan) didapat dari hasil peramalan.

- b. Menghitung probabilitas terjadinya *stock out* selama *lead time* $P(M > B_i) = \frac{HQ_i}{AD}$
- c. Menghitung *reorder point* (B_i).
- d. Menghitung ekspektasi *stock out* dengan persamaan $E(M > B) = \mathcal{J}(z) + (M - B)F(z)$
- e. Dilakukan iterasi hingga mencapai kondisi konvergen $E(M > B_{i-1}) = E(M > B_i)$
- f. Kondisi konvergen tersebut menunjukkan menunjukkan kondisi optimal persediaan pada nilai Q , B dan $E(M > B)$ tertentu.
- g. Hasil perhitungan pada langkah f dapat digunakan untuk menentukan jumlah *safety stock* yaitu $B - \bar{M}$

7. Hasil perhitungan optimasi persediaan pada langkah 6 digunakan untuk membuat perencanaan persediaan untuk satu bulan ke depan (Januari 2012).
8. Menghitung perkiraan total biaya yang dikeluarkan untuk persediaan Premium di Depot Ampenan pada bulan Januari 2012.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pola kebutuhan bahan bakar premium (satuan Kiloliter) di Depot Ampenan memiliki pola tren yang naik seperti yang ditunjukkan pada Gambar 1, karena memang semakin lama kebutuhan akan bahan bakar semakin meningkat bersamaan dengan semakin meningkatnya populasi kendaraan bermotor.



Gambar 1. *Time Series Plot* Penjualan Premium (per bulan) pada Tahun 2006-2011 di Depot Ampenan.

Pada bulan Februari yang selalu menjadi bulan dengan kebutuhan bahan bakar premium paling rendah karena faktor jumlah hari yang hanya 29 hari. Permintaan tertinggi berada pada kisaran bulan September sampai Desember.

A. Model Peramalan dengan ARIMA

Identifikasi model ARIMA diawali dengan melakukan pengecekan apakah data tersebut stasioner. Data dikatakan non-stasioner dalam mean, jika nilai mean-nya dipengaruhi oleh waktu dan mean tidak konstan. Hasil *time series* menunjukkan bahwa data tidak stasioner dalam mean karena berpola trend naik dan pola ACF yang turun secara lambat, sehingga perlu dilakukan penanganan berupa *differencing* orde ke-1. Plot ACF dan PACF data yang sudah stasioner dapat digunakan untuk identifikasi model. Plot ACF menunjukkan bahwa lag yang *cut off* setelah lag 1 dan 12, sedangkan PACF pada lag 1,2,8,12. Dari hasil tersebut pendugaan awal adalah data tersebut mengandung musiman pada periode 12.

Model ARIMA yang didapatkan sebanyak tiga model yaitu ARIMA (2,1,2)(1,0,0)¹², ARIMA (0,1,1)(1,0,0)¹² dan ARIMA ([1,2,8],1,0)(1,0,0)¹², dimana ketiganya mengandung musiman pada periode 12. Tiga model ARIMA tersebut telah memenuhi uji kelayakan model ARIMA berupa parameter yang signifikan, residual yang *white noise*, dan berdistribusi normal. Jadi, seluruh asumsi yang diperlukan oleh model ARIMA telah terpenuhi selanjutnya adalah pemilihan model

terbaik. Untuk mengetahui kebaikan model ARIMA dengan melihat dari kriteria model terbaik pada data *in-sample* maupun *out-sample*. Tabel 1 berikut ini menunjukkan kriteria model terbaik dengan MAPE dan RMSE.

Tabel 1.
Kriteria Model ARIMA Terbaik

Model	In-sample		Out-sample	
	AIC	SBC	MAPE	RMSE
ARIMA (2,1,2)(1,0,0) ¹²	940,8	951,2	5,371	1351,11
ARIMA (0,1,1)(1,0,0) ¹²	939,4	943,5	5,247	1379,43
ARIMA ([1,2,8],1,0)(1,0,0) ¹²	938,4	946,7	5,567	1463,72

Pemilihan model berdasarkan kriteria model AIC dan SBC mempertimbangkan jumlah parameter, sehingga kriteria ini digunakan untuk memilih model yang layak. MAPE dan RMSE pada *out-sample* menunjukkan kebaikan model dalam meramalkan. Model ARIMA dengan SBC dan MAPE nilai terkecil yaitu 943,5 dan 5,247% adalah ARIMA (0,1,1)(1,0,0)¹² dengan parameter sebanyak dua. Persamaan matematik dari model ARIMA (0,1,1)(1,0,0)¹² sebagai berikut

$$Z_t = Z_{t-1} + 0,695Z_{t-12} - 0,695Z_{t-13} + a_t - 0,561a_{t-1}$$

B. Model Peramalan dengan Neural Network

Langkah awal pada NN adalah menentukan input, jumlah neuron pada *hidden layer* dan fungsi aktivasi apa yang digunakan. Penentuan input yang akan digunakan pada NN berdasarkan pada model ARIMA atau melihat plot PACF. Sesuai dengan model ARIMA, maka input yang digunakan adalah lag 1, 12 dan 13 serta yang berdasarkan lag signifikan pada PACF adalah lag 1,2,8,12) dan beberapa kombinasi input yang tetap mengandung unsur lag 12 yaitu input dengan lag 1,2 dan 12 dan lag 1,2,12,13. Dan jumlah neuron yang digunakan pada *hidden layer* mulai 1 sampai 6. Sebelum melakukan pemodelan dengan NN data harus melalui proses *pre-processing* terlebih dahulu dengan rumus

$$Z_i^* = \frac{2(Z_i - \min(Z))}{\max(Z) - \min(Z)} - 1, \text{ dengan range } (-1,1).$$

Model NN dengan beberapa kombinasi input serta dengan jumlah neuron *hidden layer* mulai dari 1 sampai 6, menghasilkan nilai MAPE dan RMSE yang beragam.

Tabel 2.
Kriteria Model Neural Network Terbaik

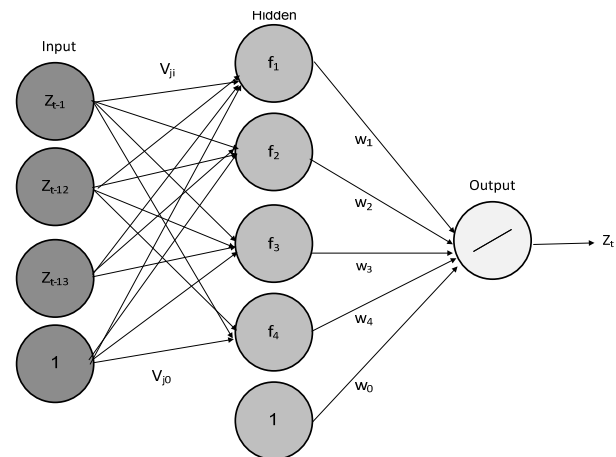
Input	Jumlah bobot	Jumlah Neuron	In-sample		Out-sample	
			MAPE	RMSE	MAPE	RMSE
Model A	6	1	3,580	646	6,794	1720
	11	2	3,362	582	6,711	1686
	16	3	3,178	547	6,354	1723
	Lag 1,2,12	21	2,622	449	7,534	1784
	26	5	1,947	346	5,679	1438
Model B	31	6	1,895	337	7,167	1529
	7	1	3,580	639	6,437	1672
	13	2	3,331	582	6,415	1644
	Lag 1,2,12,13	19	2,785	494	8,782	1817
	25	4	2,368	432	6,320	1623
Model C	31	5	2,164	376	5,866	1383
	37	6	1,740	318	7,190	1542
	6	1	3,641	661	6,784	1748
	11	2	3,492	623	5,780	1456
	Lag 1,2,13	16	3,424	592	5,629	1438
Model D	21	4	2,617	486	4,579	1108
	26	5	2,389	470	4,801	1160
	31	6	2,063	373	4,932	1248
	7	1	3,585	634	7,717	1835
	13	2	3,199	532	8,309	1842

Lag	19	3	2,635	476	8,989	1972
1,2,8,12	25	4	2,370	442	8,736	2011
	31	5	2,279	412	8,590	1955
	37	6	1,947	369	8,567	1898

Hasil pada Tabel 2 menunjukkan bahwa kesesuaian pemilihan input, jumlah neuron pada *hidden layer* dan apa kriteria pemilihan model terbaiknya sangat mempengaruhi hasil prediksi dari model NN.

Nilai RMSE pada *in-sample* berbanding lurus dengan jumlah neuron *hidden layer* yaitu semakin banyak neuron maka nilai RMSE-nya semakin kecil, karena semakin banyak bobot yang digunakan. Akan tetapi hasil tersebut tidak berlaku pada RMSE *out-sample*.

Di antara keempat model tersebut RMSE terkecil adalah model C dengan input lag 1, 12 dan 13 (4 neuron) yang merupakan input berdasarkan model ARIMA. Berikut ini arsitektur model NN (3-4-1).



Gambar. 2. Arsitektur NN(3-4-1).

Secara umum arsitektur jaringan model NN dapat dimodelkan sesuai dengan fungsi aktivasi sigmoid pada *hidden layer* dan fungsi linier pada output. Dengan jumlah neuron pada *hidden layer* sebanyak 4 dengan fungsi aktivasi sigmoid, maka persamaan matematik yang didapatkan adalah

$$\hat{Z}_t^* = 0,84 - 2,96h1_t - 2,45h2_t + 4,3h3_t - 1,73h4_t$$

dengan

$$h1_t = \frac{1}{1 + \exp(-0,62 - 2,48Z_{t-1}^* + 0,02Z_{t-12}^* - 2,67Z_{t-13}^*)}$$

$$h2_t = \frac{1}{1 + \exp(-0,07 + 0,05Z_{t-1}^* - 0,07Z_{t-12}^* + 6,94Z_{t-13}^*)}$$

$$h3_t = \frac{1}{1 + \exp(-0,93 - 1,6Z_{t-1}^* + 0,14Z_{t-12}^* + 1,69Z_{t-13}^*)}$$

$$h4_t = \frac{1}{1 + \exp(-0,06 - 3,3Z_{t-1}^* - 2,59Z_{t-12}^* + 4,33Z_{t-13}^*)}$$

C. Model Peramalan dengan Hibrida ARIMA-NN

Metode hibrida ini menggabungkan dua model yaitu model linier berupa ARIMA dan model non-linier yang yaitu pemodelan residual ARIMA dengan metode *Neural Network*. Residual yang dimodelkan dengan NN merupakan model ARIMA (0,1,1)(1,0,0)¹². Pemodelan residual dengan

NN akan diterapkan dua jenis input yaitu input berdasarkan model ARIMA dan input berdasarkan lag pada PACF. Berikut ini adalah tabel MAPE dan RMSE *in-sample* dan *out-sample* dari model Hibrida ARIMA-NN yang telah didapatkan.

Tabel 3.
Kriteria Model Terbaik Hibrida ARIMA-NN

Input Residual	Bobot	Neuron	<i>In-sample</i>		<i>Out-sample</i>	
			MAPE	RMSE	MAPE	RMSE
Model A Lag 1,12,13	6	1	3,578	624	4,833	1218
	11	2	3,511	591	5,122	1270
	16	3	2,806	517	3,826	988
	21	4	2,232	413	4,586	1093
	26	5	4,659	897	4,830	1316
Model B Lag 8	31	6	1,493	291	6,179	1400
	4	1	0,072	13	6,817	1688
	7	2	0,015	3	6,781	1681

Pada Tabel 3 menunjukkan nilai MAPE dan RMSE *out-sample* terkecil pada model A sebesar 3,826% dan 988 Kiloliter. Model hibrida gabungan ARIMA dengan model NN dari residual dengan input lag 8 menghasilkan pemodelan yang sangat baik dengan MAPE 0,015 %, sehingga jika diplot data aktual dengan prediksi berhimpitan, namun model ini tidak cukup baik digunakan dalam peramalan. Hal tersebut terbukti dari nilai MAPE dan RMSE *out-sample* yang cukup besar, jika dibandingkan dengan model yang menggunakan input lag 1,12,13.

Jadi, hasil nilai prediksi residual dengan model NN dihasilkan oleh persamaan matematika di bawah ini,

$$\hat{e}_t^* = -3,02 - 1,19h1_t + 2,83h2_t + 5,22h3_t$$

dengan

$$h1_t = \frac{1}{1 + \exp(-11,49 + 4,61e_{t-1}^* + 4,82e_{t-12}^* + 12,4352e_{t-13}^*)}$$

$$h2_t = \frac{1}{1 + \exp(-12,48 + 11,21e_{t-1}^* + 8,65e_{t-12}^* - 5,63e_{t-13}^*)}$$

$$h3_t = \frac{1}{1 + \exp(-2,45 - 1e_{t-1}^* - 1,63e_{t-12}^* + 0,93e_{t-13}^*)}$$

Secara umum kombinasi dari model *time series* hibrida adalah $y_t = L_t + N_t$, dimana L_t menunjukkan komponen linier (ARIMA) dan N_t menunjukkan komponen non-linier (model NN residual). Jadi model Hibrida ARIMA-NN yang terbentuk adalah

$$\hat{Y}_t = \hat{L}_t + \hat{N}_t$$

dimana $\hat{L}_t = Z_{t-1} + 0,695Z_{t-12} - 0,6945Z_{t-13} - 0,561a_{t-1}$ dan

$$\hat{N}_t = \hat{e}_t^*$$

D. Perbandingan Model ARIMA, Neural Network dan Hibrida ARIMA-NN

Kinerja ketiga model yaitu ARIMA (0,1,1)(1,0,0)¹², NN (3-4-1) dengan input lag 1,12,13 dan model Hibrida ARIMA-NN dengan model NN residual (3-3-1) ditunjuk-kan dengan nilai MAPE an RMSE sebagai berikut.

Tabel 4.
Perbandingan Nilai MAPE dan RMSE *In-sample*

Model	MAPE	RMSE
ARIMA	3,967	746
Neural Network	2,394	471
Hibrida ARIMA-NN	2,354	465

Berikut ini yang menunjukkan kinerja model ARIMA, NN dan Hibrida ARIMA-NN dalam melakukan peramalan kebutuhan bahan bakar Premium dalam 6 bulan dan 12 bulan ke depan.

Tabel 5.
Perbandingan Nilai MAPE dan RMSE *Out-sample*

Model	6 bulan		12 bulan	
	MAPE	RMSE	MAPE	RMSE
ARIMA	1.521	235	5,247	1379
Neural Network	2.360	371	4,579	1108
Hibrida ARIMA-NN	1.442	213	3,816	988

Pada peramalan baik pada 6 bulan dan 12 bulan ke depan, nilai RMSE dan MAPE terkecil adalah model Hibrida ARIMA-NN. Untuk model NN menghasilkan nilai RMSE dan MAPE yang lebih besar pada peramalan 6 bulan ke depan, sedangkan pada peramalan 12 bulan ke depan lebih kecil dibandingkan ARIMA. Baik pada peramalan 6 dan 12 bulan, nilai RMSE dan MAPE menunjukkan bahwa model Hibrida ARIMA-NN menghasilkan nilai RMSE dan MAPE terkecil dibandingkan model tunggal yaitu ARIMA dan NN.

Untuk mengetahui adanya hubungan non-linier dari data dan residual ARIMA, maka dilakukan uji linieritas dengan *terasvirta* test untuk memperkuat alasan bahwa model non-linier sesuai pada data kebutuhan bahan bakar. Hasil uji *Terasvirta* menunjukkan $p\text{-value} < 0,05$, artinya terdapat hubungan yang non-linier. Hasil pengujian linieritas ini dapat memperkuat alasan mengapa nilai MAPE dan RMSE dari Hibrida ARIMA-NN dan NN lebih kecil dibanding model ARIMA.

Pada kasus ini menunjukkan bahwa metode gabungan memang dapat memprediksi lebih baik dibandingkan dengan metode tunggal. Kombinasi metode ARIMA dan NN ternyata dapat bekerja sama dengan baik untuk menghasilkan peramalan yang lebih baik dengan nilai RMSE yang kecil dibandingkan dengan model ARIMA dan NN. Tentu saja pemahaman mengenai karakteristik data yang akan diteliti merupakan hal yang penting untuk meminimalkan kemungkinan ketidaksesuaian pemilihan metode.

E. Model Persediaan

Pengendalian persediaan di perusahaan mempunyai tujuan untuk menjaga agar tidak terjadi kehabisan ataupun kelebihan persediaan. Selain itu juga agar dapat meminimumkan segala biaya yang dikeluarkan. Hasil peramalan pada bulan Januari sejumlah 20534 Kiloliter akan digunakan untuk perencanaan persediaan.

Dalam perencanaan persediaan membutuhkan beberapa komponen biaya yaitu biaya pemesanan, biaya simpan dan biaya terjadi *stock out*. Biaya pemesanan (C) yang dikeluarkan untuk melakukan pemesanan bahan bakar Premium untuk Depot Ampenan adalah sebesar Rp 13.000.000,-. Biaya penyimpanan (H) bahan bakar di Depot sebesar Rp 89.780,-/Kl dan biaya *stock out* (A) merupakan

biaya atau kerugian yang ditanggung oleh perusahaan, ketika terjadi *stock out* sebesar Rp 43.200,-.

Berikut ini langkah-langkah untuk mendapatkan kondisi optimal persediaan dimulai dari iterasi pertama.

1. Langkah awal untuk mendapatkan nilai Q (kuantitas pemesanan), jumlah *safety stock* yang optimum, maka yang dilakukan adalah menentukan titik awal iterasi berupa Q_0 .

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2CD}{H}} = \sqrt{\frac{13000000 \times 20534}{89780}} = 2438,561 \text{Kl}$$

Untuk menentukan titik pemesanan kembali, maka menentukan $P(M > B_1)$ terlebih dahulu yaitu probabilitas terjadinya *stock out*. $P(M > B_1)$ merupakan fungsi yang mengikuti fungsi kepadatan probabilitas untuk variabel berdistribusi normal dengan mean 1540 dan standar deviasi 130,45 yang dapat dilihat pada tabel distribusi normal standar.

$$P(M > B_1) = \frac{Q_1 H}{AD} = \frac{2438,561 \times 89780}{43200 \times 20534} = 0,2468$$

$$Z = \frac{B - \bar{M}}{\sigma}, \text{ maka } \frac{B_1 - 1540}{130,45} = 0,6846.$$

Hasil perhitungan didapatkan B_1 sebesar 1622,3348 yaitu nilai *backorder* awal. Dengan nilai tersebut, maka dapat menentukan ekspektasi *stock out*

$$E(M > B_2) = \sigma f(z) + (\bar{M} - B_2)F(z) = 130,45 \times 0,2468 + (1540 - 1629,3027) \times 0,1489 = 18,899$$

Setelah didapatkan nilai $E(M > B_1)$, maka memulai melakukan iterasi selanjutnya dengan langkah yang sama yaitu menghitung $Q_2, B_2, P(M > B_2)$ dan $E(M > B_2)$.

2. Hasil perhitungan $E(M > B_1)$ dipergunakan untuk melanjutkan perhitungan pada iterasi kedua.

$$Q = \sqrt{\frac{2 \times 20534(13000000 + 43200(18,899))}{89780}} = 2513,9682 \text{Kl}$$

Selanjutnya dilakukan perhitungan dengan langkah yang sama dengan iterasi pertama. Perhitungan dilakukan berulang-ulang dan akan berhenti ketika sudah pada kondisi yang konvergen pada nilai $E(M > B)$ seperti yang ditampilkan pada Tabel 6 berikut ini.

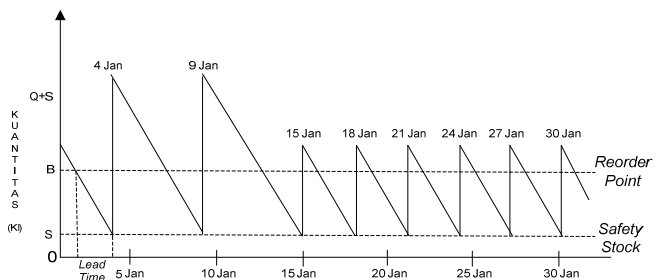
Tabel 6. Hasil Iterasi untuk Mencapai Kondisi Optimal

Iterasi	Q	P(M>B)	B	E(M>B)
1	2438,561	0,2468	1629,303	18,898
2	2513,968	0,2544	1626,174	20,707
3	2521,066	0,2551	1625,882	19,652
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
21	2518,452	0,2548	1625,989	20,040
22	2518,452	0,2548	1625,989	20,040

Pada Tabel 6 terlihat bahwa kondisi telah konvergen pada iterasi ke-21. Kondisi tersebut sudah mencapai kondisi optimal dengan $Q = 2518$ Kiloliter dan $B = 1626$ Kiloliter. Arti dari nilai B sebesar ± 1626 Kl adalah ketika stok berada pada nilai tersebut, maka harus dilakukan pemesanan agar tidak terjadi *stock out*. Besarnya *safety stock* yang harus tersedia agar tidak terjadi kekurangan persediaan adalah sebesar $B - \bar{M} = 86$ Kl. Untuk berapa kali pemesanan dalam

satu bulan dapat dihitung dari pembagian antara permintaan per bulan dengan kuantitas pemesanan, sehingga didapatkan nilai 9 yang artinya dalam sebulan melakukan pemesanan sebanyak 9 kali.

Tingkat pemesanan optimal adalah sebesar 2518 Kiloliter dalam sekali pesan. Setiap kali melakukan pengangkutan kapal tidak hanya untuk bahan bakar Premium saja, tetapi juga untuk kerosene dan solar. Untuk tangki berkapasitas 2400 Kl khusus untuk bahan bakar solar, sedangkan 2300 Kl dan 1900 Kl untuk premium dan kerosene. Seperti yang tampak pada Gambar 3 bahwa terdapat dua kali pemesanan dengan jumlah 4200 Kl. Hal tersebut dilakukan karena harus menampung sisa 218 Kl yang tidak tertampung, yang diakumulasikan menjadi 1900 Kl, pemesanan sebanyak 4200 dilakukan sebanyak dua kali sehingga menghemat biaya pemesanan untuk satu kali pesan. Pada Gambar 3, tanggal yang tertera merupakan tanggal penerimaan pemesanan.



Gambar 3. Grafik Perencanaan Persediaan pada bulan Januari 2012.

Jadi, menghitung ekspektasi biaya total yang dibutuhkan untuk sekali pesan sesuai dengan perencanaan persediaan untuk bulan Januari 2012 terdiri dari biaya pembelian barang, biaya pemesanan, biaya *stock out*, dan biaya penyimpanan dengan rincian perhitungan sebagai berikut.

Tabel 7. Perkiraan Biaya selama Bulan Januari 2012

Jenis Biaya	Rumus	Jumlah
Biaya Pembelian Produk	DP	Rp 95.904.000.000,-
Biaya Pemesanan	$\frac{DC}{Q}$	Rp 104.000.000,-
Biaya Penyimpanan	$H \left(\frac{Q}{2} + B - \bar{M} \right)$	Rp 120.773.405,-
Biaya <i>Stock out</i>	$\frac{AD}{Q} E(M > B)$	Rp 6.925.985,-
Total Biaya		Rp 96.135.699.392,-

IV. KESIMPULAN & SARAN

Dari hasil pembahasan dan analisa yang telah dilakukan, maka didapatkan bahwa hasil perbandingan model ARIMA, NN dan Hibrida ARIMA-NN menunjukkan bahwa model Hibrida ARIMA-NN menghasilkan nilai RMSE dan MAPE terkecil dibandingkan dengan model tunggal yaitu ARIMA dan NN. Sebagai tambahan dilakukan uji linieritas yang menunjukkan bahwa terdapat hubungan yang non-linier pada data. Oleh karena itu hasil RMSE dan MAPE dari model gabungan lebih akurat dibandingkan dengan model tunggal. Hasil tersebut sesuai dengan pernyataan Makridakis & Hibon [8] dalam *The M3 Competition* pada poin tiga bahwa model

kombinasi atau hibrida memberikan akurasi lebih baik dibandingkan dengan model tunggal.

Model persediaan yang optimal terjadi ketika jumlah pemesanan (Q) mencapai nilai 2518 Kl, *backorder* (B) sebesar 1625 Kl dan *safety stock* yang harus selalu tersedia dalam persediaan adalah 87 Kl. Dari hasil tersebut, maka dapat menghitung biaya total yang dikeluarkan untuk persediaan selama satu bulan sebesar Rp 96.135.699.392,-.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Zhang, G. P. (2003). Time Series Forecasting Using A Hybrid ARIMA and Neural Network Model. *Neurocomputing* , hal 159-175.
- [2] Zheng, F., & Zhong, S. (2011). Timeseries Forecasting Using a Hybrid RBF Neural Network and AR Model Based on Binomial Smoothing. *World Academy of Science and Technology* , 75.
- [3] Susanto, R. T. (2009). *Hybrid Model ARIMA dan Neural Network pada Peramalan Kunjungan Wisatawan ke Bali*. Surabaya: Tugas Akhir Jurusan Statistika ITS.
- [4] Tersine, R. J. (1994). *Principles of Inventory and Materials Management*. USA: Prentice Hall.
- [5] Crone, S. F. (2003). *Artificial Neural Networks for Time Series Prediction - a novel Approach to Inventory Management using Asymmetric Cost Functions*. Hamburg: University of Hamburg, Institute of Information Systems..
- [6] Wei, W. W. (2006). *Time Series Analysis : Univariate and Multivariate*. United States of America: Pearson Education.
- [7] Jan, S., & Katarina, H. (2010). The Implementation of Hybrid ARIMA-Neural Network Prediction Model. *Journal of Applied Mathematics* , volume 3.
- [8] Makridakis, S., & Hibon, M. (2000). The M3 Competition: results, conclusions and implications. *International Journal of Forecasting* , 451-476.

