

Perambatan Pulsa Superluminal dalam Interaksi *Four-Wave Mixing*

Faisal Arisandi Pratama, Ali Yunus Rohedi

Jurusan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)
 Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111
E-mail: rohedhi@physics.its.ac.id

Abstrak—Analisa perambatan pulsa superluminal dalam *Four-Wave Mixing* telah dilakukan dengan tujuan mengetahui bagaimana bentuk pulsa *Seed* dan pulsa *Conjugate* berubah selama merambat dalam medium uap Rubidium, sehingga menjadikan pulsa tersebut superluminal atau kecepatannya melebihi cahaya. Membuktikan bahwa kondisi superluminal dari pulsa tersebut memiliki kebergantungan terhadap frekuensi. Mengetahui hubungan antara kondisi superluminal pulsa *Seed* dan *Conjugate* terhadap intensitas pulsa *Seed* yang digunakan. Analisa dan langkah perumusan untuk mendapatkan persamaan bentuk pulsa *Seed* dan *Conjugate* untuk proses tanpa FWM yaitu dengan menuliskan vektor gelombang bergantung frekuensi $k(\omega)$ yang berbentuk Lorentzian dalam deret Taylor, mensubstitusikannya kedalam persamaan gelombang medan listrik dari pulsa *Seed* dan *Conjugate* yang telah diubah dalam domain frekuensi melalui transformasi Fourier, dan mencari pemecahan $E(z, t)$ untuk proses tanpa FWM dan proses dengan FWM. Hasil perumusan dan perhitungan membuktikan bahwa pada proses tanpa FWM *pulse peak advancement* untuk pulsa *Seed* dan *Conjugate* terbukti bergantung pada frekuensi *detuning* yang menunjukkan seberapa superluminal pulsa tersebut, sedangkan pada proses dengan FWM, selain bersifat superluminal pulsa *Seed* dan *Conjugate* saling terkopel selama merambat dalam medium uap Rubidium.

Kata Kunci—*Superluminal, Transformasi Fourier, Pulsa Seed, Pulsa Conjugate, Four-Wave Mixing.*

I. PENDAHULUAN

Beberapa waktu lalu dunia ilmu pengetahuan dikejutkan oleh penemuan partikel neutrino yang pergerakannya lebih cepat dari cahaya. Walau pada akhirnya terbukti itu hanyalah kesalahan pengukuran semata [1]. Tetapi sejak Einstein mempublikasikan teori relativitasnya, banyak ilmuwan yang tertarik untuk membuktikan adakah sesuatu yang lebih cepat dari kecepatan cahaya diruang hampa. Disisi lain, tanpa mempermasalahkan teori relativitas Einstein, terdapat banyak riset optik terbaru yang menunjukkan bahwa pulsa cahaya dengan kondisi tertentu dapat memiliki kecepatan melebihi kecepatan cahaya diruang hampa atau superluminal. Dan memang saat ini, perkembangan optika nonlinear yang menjadi salah satu topik utama adalah mengenai manipulasi kecepatan grup pulsa cahaya. Pada perkembangannya riset terkait manipulasi kecepatan grup ini terbagi dalam 3 jenis, yaitu Slow Light – kecepatan pulsa cahaya diperlambat secara

radikal, salah satu rekor adalah kecepatan grup cahaya yang hanya 17m/s [2], Stopped Light - dimana cahaya dapat dibuat berhenti pada suatu material selama rentang waktu tunda tertentu [3], dan terakhir tentang Fast Light, dimana pulsa cahaya memiliki kecepatan superluminal [4-7].

Terdapat berbagai metode yang digunakan untuk menghasilkan pulsa cahaya superluminal. Salah satu yang umumnya digunakan yaitu dengan melewati sinar laser pada uap Rubidium [6]. Tetapi metode-metode yang ada memerlukan pengaturan khusus dan waktu yang relatif lama, seperti harus memanaskan Rubidium agar menjadi uap. Untuk dapat dimanfaatkan dalam bidang komunikasi, dimana diperlukan kondisi suatu pulsa harus ditunda (delay) atau dipercepat, maka metode untuk menghasilkan pulsa superluminal memerlukan metode yang lebih cepat. Dalam perkembangannya terdapat penelitian baru dimana dengan menggunakan teknik four-wave mixing, pulsa superluminal dapat dihasilkan hanya melalui pengaturan *pump beam* dinyalakan atau tidak. Metode ini bahkan tidak hanya mampu membuat pulsa cahaya masukan (*seed pulse*) menjadi superluminal, tetapi juga menghasilkan pulsa beraturan frekuensi berbeda (*conjugate pulse*) yang juga memiliki kecepatan superluminal. Pada penelitian ini bagaimana pulsa superluminal tersebut merambat dalam medium uap Rubidium akan ditinjau melalui pendekatan analitik.

II. METODE PENELITIAN

A. Sistematika Perhitungan dan Analisa

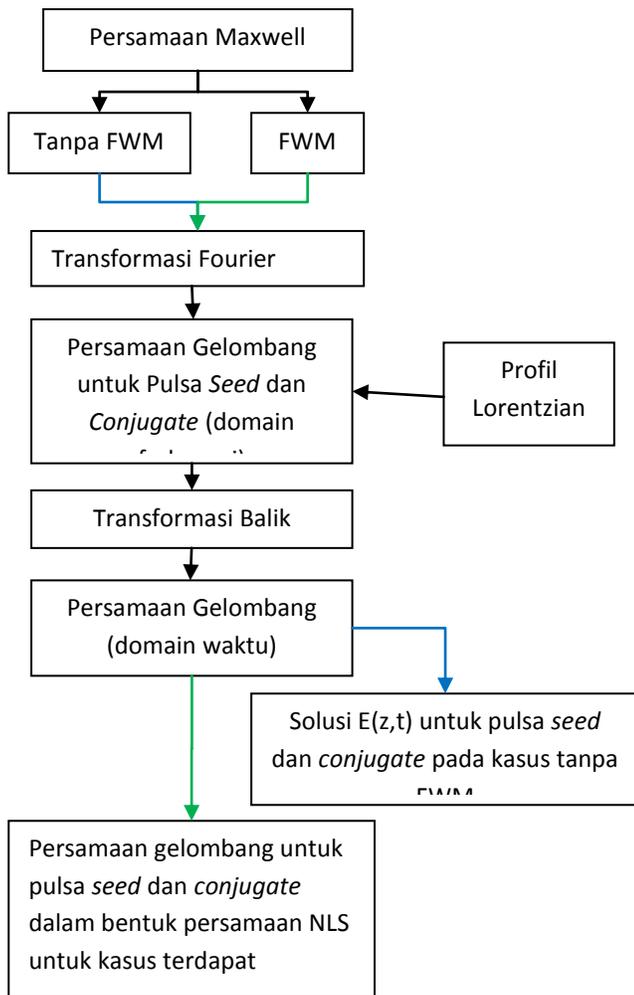
Analisa dan langkah perumusan untuk mendapatkan persamaan yang dapat menggambarkan bentuk pulsa *seed* dan *conjugate* selama merambat dalam medium uap Rubidium dilakukan dengan menuliskan vektor gelombang bergantung frekuensi $k(\omega)$ dari pulsa *seed* dan pulsa *conjugate* dalam deret Taylor berikut,

$$k(\omega) = k(\omega_0) + (\omega - \omega_0) \left. \frac{dk(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega_0} + \frac{1}{2} (\omega - \omega_0)^2 \left. \frac{d^2k(\omega)}{d\omega^2} \right|_{\omega_0} + \dots \quad (1)$$

Menuliskan persamaan gelombang medan listrik dari pulsa *seed* dan *conjugate* dalam domain frekuensi melalui

transformasi Fourier, dan memecahkannya dengan asumsi dititik $z=0$ kedua pulsa masing-masing berbentuk Gaussian. Untuk kasus tanpa FWM, faktor polarisasi nonlinier yang menunjukkan adanya interaksi FWM diabaikan terlebih dulu. Solusi persamaan yang diperoleh yaitu $E(z, \omega)$ diubah menjadi $E(z, t)$ melalui transformasi Fourier balik. Bentuk $k(\omega)$ pada persamaan $E(z, \omega)$ menggunakan Pers. (1) dan koefisien masing-masing suku dicari terlebih dahulu dengan menggunakan profil Lorentzian. Untuk kasus dengan FWM, metodenya sama tetapi faktor polarisasi nonlinier P_{NL} diperhitungkan. Persamaan gelombang yang diperoleh diubah dalam bentuk persamaan NLS termodifikasi.

B. Skema Penelitian



Gambar 1. Diagram Alur

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Perambatan Pulsa Seed dan Conjugate tanpa FWM

Untuk mengetahui perambatan pulsa seed saat terjadi interaksi FWM, terlebih dahulu dicoba suatu kondisi dimana tidak ada interaksi FWM. Perhitungan ini ditujukan untuk

mengetahui apakah bentuk $k(\omega)$ pada pulsa seed – yang diasumsikan berbentuk Gaussian – benar-benar dapat menyebabkan pulsa seed menjadi superluminal, walau tanpa interaksi FWM.

Untuk mengetahui perambatan suatu pulsa superluminal dalam medium yang terdapat dispersi anomali, dimulai dengan menuliskan persamaan gelombang dalam medium sebagai berikut [8,9]:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \left[\frac{n(\omega)}{c} \right]^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] E(z, t) = 0 \tag{2}$$

Indeks bias didalam dan diluar medium dinyatakan dalam pernyataan berikut:

$$n(\omega) = \begin{cases} 1 & , z < 0 \text{ atau } z > L \\ n(\omega) & , 0 < z < L \end{cases} \tag{3a}$$

$$\bar{k}(\omega) = \frac{\omega n(\omega)}{c} = \frac{\omega}{c} n_0 + \frac{1}{2} \frac{\alpha_g \gamma_g}{\omega - \omega_g + i\gamma_g} \tag{3b}$$

Dengan menggunakan transformasi Fourier maka pers. (2) menjadi,

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \left[\frac{\omega n(\omega)}{c} \right]^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] E(z, t) = 0 \tag{4}$$

Solusi dari persamaan diatas adalah,

$$E(z, \omega) = \begin{cases} \exp\left[\frac{i\omega z}{c} \right] & , z < 0 \\ \exp\left[\frac{i\omega z}{c} \right] \exp\left[\frac{i\omega n(\omega) z}{c} \right] & , 0 < z < L \\ \exp\left[\frac{i\omega z}{c} \right] \exp\left[\frac{i\omega n(\omega) L}{c} \right] \exp\left[\frac{i\omega (z-L)}{c} \right] & , z > L \end{cases} \tag{5}$$

Pulsa seed diasumsikan berupa Gaussian. Maka pada $z=0$ atau saat pulsa seed memasuki medium, pulsa seed masih berbentuk Gaussian, yaitu

$$E(0, t) = E_0 \exp\left[-\frac{t^2}{2\tau_0^2} \right] \exp[-i\omega_3 t] \tag{6}$$

Dalam domain frekuensi,

$$\begin{aligned} E(0, \omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} E_0 \exp\left[-\frac{t^2}{2\tau_0^2} \right] \exp[-i\omega_3 t] \exp[i\omega t] dt \\ &= \tau\sqrt{2\pi} E_0 \exp\left[-\frac{1}{2}(\omega - \omega_3)^2 \tau_0^2 \right] \end{aligned} \tag{7}$$

Dengan mensubstitusikan pers.(7) kedalam pers.(5), dan mengubahnya ke domain waktu melalui transformasi Fourier balik, diperoleh

$$E(z, t) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau E_0 \exp\left[-\frac{1}{2}(\omega - \omega_3)^2 \tau_0^2 \right] \exp\left[i\frac{\omega z}{c} \right] \frac{d\omega}{\sqrt{2\pi}} & , z < 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \tau E_0 \exp\left[-\frac{1}{2}(\omega - \omega_3)^2 \tau_0^2 \right] \exp\left[i\frac{\omega n(\omega) z}{c} \right] \frac{d\omega}{\sqrt{2\pi}} & , 0 < z < L \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \tau E_0 \exp\left[-\frac{1}{2}(\omega - \omega_3)^2 \tau_0^2 \right] \exp\left[i\frac{\omega}{c} (n(\omega)L + z - L) \right] \frac{d\omega}{\sqrt{2\pi}} & , z > L \end{cases} \tag{8}$$

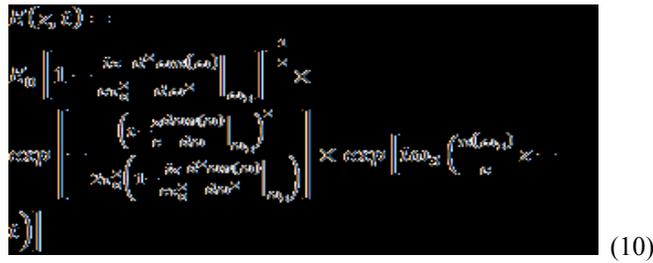
Dengan menggunakan Pers. (1), maka solusi pers. (5) adalah sebagai berikut,

Untuk $z < 0$

$$E(z, t) = E_0 \exp \left[-\frac{\left(\frac{z-t}{c}\right)^2}{2\tau_0^2} \right] \exp \left[i\omega_3 \left(\frac{z}{c} - t\right) \right] \quad (9)$$

$$h_2 = \sqrt{\frac{d_1}{2}} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2} - 1 \right]^{1/2} \quad (16l)$$

Untuk $0 < z < L$



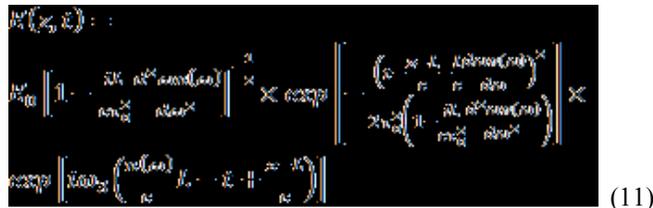
(10)

$$h_1 = \sqrt{\frac{d_1}{2}} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2} + 1 \right]^{1/2} \quad (16m)$$

Pada daerah $0 < z < L$, posisi puncak pulsa dapat diperoleh dengan mencari nilai $|E_3|^2$ maksimum terhadap waktu t .

$$\begin{aligned} \frac{\partial |E_3|^2}{\partial t} &\cong 2d_1 T T' + 2d_2 g_2 T = 0 \\ 2d_1 T \left(T' + \frac{d_2}{d_1} g_2 \right) &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

Untuk $z > L$



(11)

Dengan menggunakan nilai variabel $\alpha_g = 175/m$, $\gamma_g = 20MHz$, $\omega_3 - \omega_g = 0$, $-50MHz \leq \delta \leq 50MHz$, $L = 1.7cm$, serta menggunakan jarak z dalam orde milimeter dan lebar pulsa $\tau_0 = 100ns$, maka diperoleh bahwa nilai d_1 dan d_2 mendekati 1, sedangkan nilai g_2 dalam orde 10^{-6} .

Bentuk Pers. (10) dan pers. (11) adalah sama dan Pers. (11) dapat diperoleh dari Pers. (10) dengan menggunakan transformasi berikut,

Dengan mengambil nilai $T = 0$ diperoleh

$$z \rightarrow L \quad (12)$$

$$\begin{aligned} T &= t - \frac{z}{c} a_1 = 0 \\ t &= \frac{z}{c} a_1 \end{aligned} \quad (18)$$

$$t \rightarrow t - \frac{z-L}{c} \quad (13)$$

dengan menghitung suku – suku $\omega n(\omega)$ dan turunannya pada Pers. (10) dan Pers. (11), diperoleh

Hal ini menunjukkan puncak pulsa *seed* bergerak dengan kecepatan $\frac{c}{a_1}$. Untuk menempuh jarak L , maka dibutuhkan waktu $t = \frac{L}{c} a_1$. Jika dibandingkan dengan pulsa yang merambat dengan kecepatan c , maka diperoleh selisih waktu sebesar

Untuk $0 < z < L$

$$E(z, t) = \frac{h_1 + ih_2}{h_1^2 + h_2^2} \exp \left[-\frac{d_1 T^2 + 2d_2 g_2 T - d_1 g_2^2}{2\tau_0^2 (d_1^2 + d_2^2)} \right] \exp[-\alpha z] \times \exp \left[ig_1 z - i \frac{d_2 T^2 - 2d_1 g_2 T + d_2 g_2^2}{2\tau_0^2 (d_1^2 + d_2^2)} \right] \times \exp \left[i\omega_3 \left(\frac{z}{c} - t\right) \right] \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{z}{c} a_1 - \frac{L}{c} \\ &= \frac{L}{c} \times Re \left\{ \frac{d\omega n(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega_3} \right\} - \frac{L}{c} \\ &= L \times Re \left\{ \frac{dk(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega_3} \right\} - \frac{L}{c} \\ &= \frac{L}{v_g} - \frac{L}{c} \end{aligned} \quad (19)$$

Untuk $z > L$

$$E(z, t) = \frac{h_1 + ih_2}{h_1^2 + h_2^2} \exp \left[-\frac{d_1 T^2 + 2d_2 g_2 T - d_1 g_2^2}{2\tau_0^2 (d_1^2 + d_2^2)} \right] \exp[-\alpha L] \times \exp \left[ig_1 L - i \frac{d_2 T^2 - 2d_1 g_2 T + d_2 g_2^2}{2\tau_0^2 (d_1^2 + d_2^2)} \right] \times \exp \left[i\omega_3 \left(\frac{z}{c} - t\right) \right] \quad (15)$$

Jika Pers. (19) menghasilkan nilai negatif, maka disebut *pulse peak advancement*, yaitu puncak pulsa menempuh jarak L lebih cepat dibandingkan jika harus menempuh jarak L dengan kecepatan cahaya c . Pers. (19) memiliki ketergantungan terhadap frekuensi *detuning*, ini menunjukkan kondisi superluminal pulsa *seed* tergantung pada frekuensi *detuning*.

dengan digunakan variabel baru sebagai berikut:

$$\xi = \frac{\omega_s - \omega_g}{\gamma_g} = \frac{\delta}{\gamma_g} \quad (16a) \quad \alpha = -\frac{1}{2} \frac{\alpha_g}{\xi^2 + 1} \quad (16b)$$

$$a_1 = 1 - \frac{c\alpha_g}{2\gamma_g} \frac{\xi^2 - 1}{(\xi^2 + 1)^2} \quad (16c) \quad a_2 = \frac{c\alpha_g}{\gamma_g} \frac{\xi}{(\xi^2 + 1)^2} \quad (16d)$$

$$b_1 = \frac{c\alpha_g}{\gamma_g^2} \frac{\xi^3 - 3\xi}{(\xi^2 + 1)^3} \quad (16e) \quad b_2 = \frac{c\alpha_g}{\gamma_g^2} \frac{3\xi^2 - 1}{(\xi^2 + 1)^3} \quad (16f)$$

$$g_1 = \frac{1}{2} \frac{\alpha_g \xi}{\xi^2 + 1} \quad (16g) \quad g_2 = \left(\frac{z a_2}{c} \right) \quad (16h)$$

$$T = t - \frac{z}{c} a_1 \quad (16i)$$

$$d_1 = 1 - \frac{z b_2}{c \tau_0^2} \quad (16j) \quad d_2 = \frac{z b_1}{c \tau_0^2} \quad (16k)$$

B. Perambatan Pulsa Conjugate tanpa FWM

Dengan alasan yang sama seperti pada perambatan pulsa *seed* tanpa interaksi FWM, terlebih dulu diasumsikan tidak ada interaksi FWM. Khusus untuk pulsa *conjugate*, dalam kondisi sebenarnya pulsa ini hanya dapat terbentuk jika terdapat interaksi FWM, yaitu saat laser pump dinyalakan. Tetapi untuk mengetahui apakah pulsa *conjugate* menjadi superluminal oleh bentuk $k(\omega)$, asumsi tersebut dapat digunakan. Persamaan

yang dapat menggambarkan bentuk pulsa *conjugate* selama merambat dalam medium uap Rubidium diperoleh dengan langkah yang sama untuk menurunkan persamaan perambatan pulsa seed. Perbedaannya terletak pada fungsi $\bar{k}(\omega)$ berikut:

$$\bar{k}(\omega) = \frac{\omega}{c} n_0 + \frac{1}{2} \frac{\alpha_g \gamma_g}{\omega - \omega_g + i \gamma_g} + \frac{1}{2} \frac{\alpha_a \gamma_a}{\omega - \omega_a + i \gamma_a} \quad (20)$$

dan hasil perhitungannya adalah sebagai berikut:

Untuk daerah $z < 0$

$$E_4(z, t) = E_{04} \exp \left[-\frac{\left(\frac{z-t}{c}\right)^2}{2\tau_0^2} \right] \exp \left[i\omega_4 \left(\frac{z}{c} - t\right) \right] \quad (21)$$

Untuk daerah $0 < z < L$

$$E_4(z, t) = \frac{h_2 + ih_2}{h_1^2 + h_2^2} \exp \left[-\frac{d_1 T^2 + 2d_2 g_2 T - d_1 g_2^2}{2\tau_0^2 (d_1^2 + d_2^2)} \right] \exp[-\alpha z] \times \exp \left[ig_1 z - i \frac{d_2 T^2 - 2d_1 g_2 T + d_2 g_2^2}{2\tau_0^2 (d_1^2 + d_2^2)} \right] \times \exp \left[i\omega_3 \left(\frac{z}{c} - t\right) \right] \quad (22)$$

Untuk daerah $z > L$

$$E_4(z, t) = \frac{h_1 + ih_1}{h_1^2 + h_2^2} \exp \left[-\frac{d_1 T^2 + 2d_2 g_2 T - d_1 g_2^2}{2\tau_0^2 (d_1^2 + d_2^2)} \right] \exp[-\alpha L] \times \exp \left[ig_1 L - i \frac{d_2 T^2 - 2d_1 g_2 T + d_2 g_2^2}{2\tau_0^2 (d_1^2 + d_2^2)} \right] \times \exp \left[i\omega_3 \left(\frac{z}{c} - t\right) \right] \quad (23)$$

dengan digunakan variabel sebagai berikut:

$$\xi_g = \frac{\omega_4 - \omega_g}{\gamma_g} = \frac{\bar{\omega}_4 - \omega_g - \delta}{\gamma_g} \quad (24a)$$

$$\xi_a = \frac{\omega_4 - \omega_a}{\gamma_a} = \frac{\bar{\omega}_4 - \omega_a - \delta}{\gamma_a} \quad (24b)$$

$$\omega_4 = \bar{\omega}_4 - \omega_a \quad (24c)$$

$$k' = \frac{\omega_3}{c} + \frac{c\alpha_g}{2} \frac{\xi_g}{\xi_g + 1} + \frac{c\xi_a}{2} \frac{\xi_a}{\xi_a + 1} \quad (24d)$$

$$\alpha = -\frac{1}{2} \frac{c\alpha_g}{\xi_g^2 + 1} - \frac{1}{2} \frac{c\alpha_a}{\xi_a^2 + 1} \quad (24e)$$

$$a_1 = 1 - \frac{c\alpha_g}{2\gamma_g} \frac{\xi_g^2 - 1}{(\xi_g^2 + 1)^2} - \frac{c\alpha_a}{2\gamma_a} \frac{\xi_a^2 - 1}{(\xi_a^2 + 1)^2} \quad (24f)$$

$$a_2 = \frac{c\alpha_g}{\gamma_g} \frac{\xi_g}{(\xi_g^2 + 1)^2} + \frac{c\alpha_a}{\gamma_a} \frac{\xi_a}{(\xi_a^2 + 1)^2} \quad (24g)$$

$$b_1 = \frac{c\alpha_g}{\gamma_g^2} \frac{\xi_g^3 - 3\xi_g}{(\xi_g^2 + 1)^3} + \frac{c\alpha_a}{\gamma_a^2} \frac{\xi_a^3 - 3\xi_a}{(\xi_a^2 + 1)^3} \quad (24h)$$

$$b_2 = \frac{c\alpha_g}{\gamma_g^2} \frac{3\xi_g^2 - 1}{(\xi_g^2 + 1)^3} + \frac{c\alpha_a}{\gamma_a^2} \frac{3\xi_a^2 - 1}{(\xi_a^2 + 1)^3} \quad (24i)$$

$$g_1 = \frac{1}{2} \frac{\alpha_g \xi}{\xi_g^2 + 1} + \frac{1}{2} \frac{\alpha_a \xi}{\xi_a^2 + 1} \quad (24j)$$

$$g_2 = \left(\frac{za_2}{c} \right) \quad (24k)$$

$$T = t - \frac{z}{c} a_1 \quad (24l)$$

$$d_1 = 1 - \frac{zb_2}{c\tau_0^2} \quad (24m)$$

$$d_2 = \frac{zb_1}{c\tau_0^2} \quad (24n)$$

$$h_1 = \sqrt{\frac{d_1}{2}} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2} + 1 \right]^{1/2} \quad (24o)$$

$$h_2 = \sqrt{\frac{d_1}{2}} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2} - 1 \right]^{1/2} \quad (24p)$$

Dengan menggunakan nilai variabel $\alpha_g = 160/m$, $\alpha_a = -95/m$, $\gamma_g = 23MHz$, $\gamma_a = 23MHz$, $\omega_4 - \omega_g = 0$, $\omega_4 - \omega_a = 10MHz$, $-50MHz \leq \delta \leq 50MHz$, $L = 1.7cm$, serta menggunakan jarak z dalam orde millimeter dan lebar pulsa $\tau_0 = 100ns$, maka diperoleh bahwa nilai d_1 dan d_2 tidak jauh dari 1, sedangkan nilai g_2 juga dalam orde 10^{-6} . Pers. (17) - (19) juga berlaku untuk pulsa *conjugate*, perbedaannya hanya terletak pada bentuk a_1 . Hal ini menunjukkan bahwa Pers. (22) menggambarkan pulsa *conjugate* yang bergerak secara superluminal.

C. Perambatan Pulsa Seed dan Conjugate dengan FWM

Pada hasil perhitungan sebelumnya, baik pulsa seed maupun pulsa *conjugate* terlihat benar-benar dapat menjadi superluminal tergantung pada pengaturan detuning δ . Tetapi dengan tidak adanya interaksi FWM, maka pulsa seed dan pulsa *conjugate* menjadi tidak saling terkait. Bentuk pulsa seed selama merambat pada medium tidak terpengaruh oleh amplitudo pulsa *conjugate* dan sebaliknya, begitu pula dengan fase nya masing-masing yang juga tidak terpengaruh. Pada perhitungan ini interaksi FWM diperhitungkan, dan ketergantungan pulsa seed terhadap pulsa *conjugate* dan sebaliknya sekarang dapat diketahui. Persamaan gelombang yang digunakan menjadi lebih kompleks dengan adanya suku polarisasi nonlinier P_{NL} .

Untuk mendapatkan persamaan yang dapat menggambarkan bentuk pulsa seed dan pulsa *conjugate* didalam medium dengan adanya faktor interaksi FWM, maka perlu dihitung terlebih dahulu polarisasi P_{NL} . Frekuensi pulsa seed, pulsa *conjugate*, dan pulsa pump dihubungkan oleh

$$\omega_1 + \omega_2 = 2\omega_1 = \omega_3 + \omega_4$$

atau

$$\omega_4 = 2\omega_1 - \omega_3 \quad (25)$$

dengan ω_1 , ω_2 adalah frekuensi laser pump ($\omega_1 = \omega_2$), ω_3 adalah frekuensi sinar seed, dan ω_4 adalah frekuensi sinar *conjugate*. Frekuensi ω_4 yang dinyatakan persamaan diatas, itu terkait dengan polarisasi orde 3 berbentuk,

$$P_{NL}(2\omega_1 - \omega_3) = 6\epsilon_0 \chi^{(3)} E_1^2 E_3^* \quad (26)$$

Dengan mengasumsikan bentuk E_1 , dan E_3 sebagai berikut:

$$\begin{aligned} E_1(z, t) &= A_{01} e^{i(k_1 z - \omega_1 t)} \\ E_3(z, t) &= A_3(z, t) e^{i(k_3 z - \omega_3 t)} \end{aligned} \quad (27)$$

maka polarisasi nonliniernya menjadi

$$\begin{aligned} P_{NL}(z, t) &= \\ 6\varepsilon_0 \chi^{(3)} (A_{01} e^{i(k_1 z - \omega_1 t)})^2 (A_3(z, t) e^{i(k_3 z - \omega_3 t)}) & \\ &= 6\varepsilon_0 \chi^{(3)} A_{01}^2 A_3^*(z, t) e^{i(2k_1 - k_3)z - i(2\omega_1 - \omega_3)t} \\ &= 6\varepsilon_0 \chi^{(3)} A_{01}^2 A_3^*(z, t) e^{ik_4 z - i\omega_4 t} \end{aligned} \quad (28)$$

Persamaan gelombang untuk medan E_4 dengan memperhitungkan faktor interaksi FWM adalah

$$\frac{\partial^2 E_4(z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 D_4(z, t)}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P_{NL}(z, t)}{\partial t^2} \quad (29)$$

Bentuk persamaan gelombang diatas dapat ditulis dalam domain frekuensi menjadi

$$i \frac{\partial A_4}{\partial z} + (k - k_4) A_4 = -\beta A_{01} A_3^* \quad (30)$$

Sedangkan bentuk k dapat ditulis,

$$\begin{aligned} k(\omega) &= k(\omega_4) + (\omega - \omega_4) \left. \frac{dk(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega_4} + \frac{1}{2} (\omega - \omega_4)^2 \left. \frac{d^2 k(\omega)}{d\omega^2} \right|_{\omega_4} \\ &= k_4 + u(\omega - \omega_4) + v(\omega - \omega_4)^2 \end{aligned} \quad (31)$$

dengan menggunakan Pers. (31) diperoleh bentuk Pers. (30) dapat ditulis sebagai berikut,

$$\begin{aligned} i \frac{\partial A_4(z, \omega - \omega_4)}{\partial z} + u(\omega - \omega_4) A_4(z, \omega - \omega_4) + \\ v(\omega - \omega_4)^2 \times A_4(z, \omega - \omega_4) = \\ -\beta A_{01} A_3^*(\omega - \omega_4) \end{aligned} \quad (32)$$

Bentuk dalam domain waktu Pers. (32) dapat dicari dengan melakukan transformasi balik Fourier, sehingga diperoleh hasil berikut,

$$\begin{aligned} i \frac{\partial A_4(z, \tau)}{\partial z} - v \frac{\partial^2 A_4(z, \tau)}{\partial \tau^2} = -\beta A_{01} A_3^*(z, t) \\ i \frac{\partial A_4(z, \tau)}{\partial z} = v \frac{\partial^2 A_4(z, \tau)}{\partial \tau^2} - \beta A_{01} A_3^*(z, t) \end{aligned} \quad (33)$$

dimana telah digunakan pergantian variabel berikut,

$$v = \left. \frac{1}{2} \frac{d^2 k(\omega)}{d\omega^2} \right|_{\omega_4} \quad (34)$$

dan

$$\beta = 3 \left(\frac{\omega_4}{c} \right)^2 \frac{\chi^{(3)}}{k_4} \quad (35)$$

Pers. (33) menggambarkan bentuk pulsa *conjugate* selama merambat di medium nonlinier dengan adanya interaksi FWM. Persamaan ini memiliki bentuk yang mirip dengan persamaan nonlinier Schrodinger (NLS), kecuali pada suku kedua pada ruas kanan. Pada persamaan NLS, suku tersebut sebanding

dengan kuadrat mutlak dari amplitudo gelombang itu sendiri, yaitu $|A|^2 A$, sedangkan pada Pers. (33) suku tersebut sebanding dengan amplitudo sinar seed dan kuadrat mutlak amplitudo dari sinar pump, dengan kata lain tergantung amplitudo gelombang lainnya yang terlibat dalam interaksi FWM. Kerena itu Pers. (33) disebut persamaan nonlinier Schrodinger termodifikasi untuk *coupling* pulsa *seed* dan pulsa *conjugate*.

Untuk pulsa *seed*, dengan langkah yang sama diperoleh bentuk persamaan NLS termodifikasi juga. Dari hasil perumusan ini diperoleh set persamaan yang dapat menggambarkan pulsa *seed* dan *conjugate* didalam medium uap Rubidium.

$$i \frac{\partial A_3(z, \tau)}{\partial z} = v_3 \frac{\partial^2 A_4(z, \tau)}{\partial \tau^2} - \beta_3 A_{01}^2 A_3^*(z, t) \quad (36)$$

$$i \frac{\partial A_4(z, \tau)}{\partial z} = v_4 \frac{\partial^2 A_4(z, \tau)}{\partial \tau^2} - \beta_4 A_{01}^2 A_3^*(z, t) \quad (37)$$

dimana telah digunakan variabel berikut,

$$v_3 = \left. \frac{1}{2} \frac{d^2 k(\omega)}{d\omega^2} \right|_{\omega_3} \quad (38)$$

$$v_4 = \left. \frac{1}{2} \frac{d^2 k(\omega)}{d\omega^2} \right|_{\omega_4} \quad (39)$$

$$\beta_3 = 3 \left(\frac{\omega_3}{c} \right)^2 \frac{\chi^{(3)}}{k_3} \quad (40)$$

$$\beta_4 = 3 \left(\frac{\omega_4}{c} \right)^2 \frac{\chi^{(3)}}{k_4} \quad (41)$$

IV. KESIMPULAN/RINGKASAN

Hasil perumusan dan perhitungan yang telah dilakukan menunjukkan bahwa selama didalam medium uap Rubidium, untuk proses tanpa FWM terdapat kebergantungan *seed pulse peak advancement* dan *conjugate pulse peak advancement* terhadap frekuensi sebagaimana ditunjukkan pada Pers. (14), Pers. (19) dan Pers. (22). Sedangkan untuk proses dengan FWM, amplitudo pulsa *seed* dan *conjugate* saling terkopel sebagaimana ditunjukkan dalam persamaan NLS termodifikasi yaitu Pers. (36) – (37). Baik pulsa *seed* tanpa FWM, pulsa *conjugate* tanpa FWM, serta pulsa *seed* dan *conjugate* dalam interaksi FWM, ketiga kasus tersebut menunjukkan kondisi superluminal.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Bolda, Eric L., Garrison, J.C., Chiao, R.Y., 1994, "Optical pulse propagation at negatif group velocities due to a nearby gain line", Physical Review Letters, April, 49(4), 2938-2947, California
- [2] Brumfiel, Geoff, 2012. Nature, URL: <http://www.nature.com/news/neutrinos-not-faster-than-light-1.10249>
- [3] Brunner, N., Scarani V., Wegmuller, M., Legre, M., Gisin, N., 2004. "Direct Measurement of Superluminal Group Velocity and Signal Velocity in an Optical Fiber",

- Physical Review Letters, 12 November, 93(20), 1-4,
Geneva
- [4] Garrett, C.G.B., McCumber, D.E., "Propagation of a Gaussian Light Pulse through an Anomalous Dispersion Medium", Physical Review A, Februari, 1(2), 305-313, New Jersey
- [5] Lene V. Hau, Harris, S.E., Zachary D. & Behroozi, C.H., 1999. "Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas", Letters to Nature, 18 February, vol 397
- [6] Longdell, J.J., Fraval, E., Sellars, M.J., Manson, N.B., 2005. "Stopped Light with Storage Times Greater than One Second Using Electromagnetically Induced Transparency in a Solid", Physical Review Letters, 2 August, 95(6), 1-4. Canberra
- [7] Pati, G.S., Salit, M., Shahriar, M.S., 2009. "Simultaneous slow and fast light effects using probe gain and pump depletion via Raman gain in atomic vapor", Optics Express, 25 May, 17(11), 1-6, Dover
- [8] Ryan T. Glasser, Ulrich Vogl & Paul D. Lett, 2012, "*Stimulated Generation of Superluminal Light Pulses via Four-Wave Mixing*", Physical Review Letters, 27 April, 108(17), 1-5, Maryland
- [9] Steinberg, A.M., Chiao, R.Y., 1994. "Dispersionless, highly superluminal propagation in a medium with a gain doublet", Physical Review A, 49(3), 2071-2075, California