

# Pengendalian Kualitas *Bulb* Lampu Pijar Tipe PS 47 di PT. Sinar Angkasa Rungkut Menggunakan Diagram Kendali Multivariat

Dina Fitriyasari, Agus Suharsono, dan Ni Luh Putu Satyaning Pradnya Paramita  
Departemen Statistika, Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)  
*e-mail*: pradnya@statistika.its.ac.id

**Abstrak**—PT. Sinar Angkasa Rungkut adalah salah satu produsen lampu terkemuka di Indonesia yang memproduksi lampu listrik merek Chiyoda. Lampu pijar tipe PS 47 merupakan salah satu jenis lampu pijar yang masih diproduksi hampir setiap hari sampai saat ini dengan tingkat penjualannya yang cukup tinggi. Salah satu ukuran kualitas lampu pijar tipe PS 47 adalah pada bola lampu (*bulb*). Kualitas lampu di perusahaan ini hanya ditentukan berdasarkan variabel kualitas *bulb* yang telah sesuai dengan spesifikasi tanpa adanya pengendalian kualitas secara statistik. Pada penelitian ini digunakan diagram kendali Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance (MEWMV) dengan pengamatan individual untuk mendeteksi perubahan variabilitas proses. Sementara itu, monitoring rata-rata proses produksi dilakukan dengan menggunakan diagram kendali Multivariate Exponentially Weighted Moving Average (MEWMA). Variabel kualitas *bulb* yang digunakan dalam penelitian ini adalah rata tebal leher minimum dan rata diameter luar leher. Berdasarkan hasil analisis diperoleh bahwa variabilitas proses telah terkendali secara statistik dengan menggunakan pembobot optimum  $\omega = 0,7$  dan  $\lambda = 0,9$ . Sementara itu untuk rata-rata proses belum terkendali secara statistik dengan menggunakan nilai pembobot optimum  $\lambda = 0,9$ . Variabel utama penyebab pengamatan yang berada diluar batas kendali pada rata-rata proses adalah rata tebal leher minimum. Kapabilitas proses menggunakan indeks MPpk menunjukkan bahwa proses telah kapabel. Nilai MPpk sebesar 1,14 menunjukkan bahwa presisi dan akurasi proses telah baik.

**Kata Kunci**—*Bulb*, Kapabilitas, Lampu Pijar, MEWMA, MEWMV, Rata Diameter Luar Leher, Rata Tebal Leher Minimum.

## I. PENDAHULUAN

LAMPU pijar atau *incandescent light bulb* adalah lampu listrik yang menghasilkan cahaya dengan cara melewatkan arus listrik pada sebuah kawat filamen hingga suhu 2.200 derajat celsius yang menyebabkan kawat tersebut panas dan berpijar sehingga dapat menghasilkan cahaya [1]. Menurut ketua umum Asosiasi Industri Perlampuan Listrik Indonesia (Aperlindo), pertumbuhan sektor properti dan daya listrik yang tersedia akan menjadi penopang utama kenaikan permintaan lampu. Selain itu, iklim ekspor yang kian kondusif pun membuat produsen lampu nasional berpeluang untuk terus meningkatkan ekspor lampu dan bersaing secara kualitas dengan produk-produk import. Dengan adanya penambahan daya listrik di Indonesia, kebutuhan lampu pada tahun 2017

adalah sebanyak 350 juta unit dan diprediksi akan bertambah 14% sepanjang tahun 2018 yaitu sekitar 400 juta unit.

PT. Sinar Angkasa Rungkut adalah salah satu produsen lampu terkemuka di Indonesia yang memproduksi lampu listrik merek Chiyoda. Lampu pijar tipe PS 47 merupakan salah satu jenis lampu pijar yang masih diproduksi hampir setiap hari sampai saat ini oleh PT. Sinar Angkasa Rungkut dengan tingkat penjualannya yang cukup tinggi. Dalam memenuhi kebutuhan pelanggan terhadap lampu pijar tipe PS 47, sudah menjadi tuntutan bagi PT. Sinar Angkasa Rungkut untuk selalu mempertahankan dan memberikan produk yang berkualitas. Salah satu ukuran kualitas lampu pijar tipe PS 47 adalah pada *bulb* atau bola lampu. Dimana fungsi utama *bulb* atau bola lampu adalah untuk mengkonsentrasikan panas di sekitar filamen, sehingga dibutuhkan *bulb* atau bola lampu kedap udara agar dapat menghasilkan cahaya dengan sempurna [1]. Dalam penelitian ini, dilakukan pengendalian kualitas secara statistik terhadap proses produksi *bulb* lampu pijar tipe PS 47 dengan dua karakteristik kualitas yaitu pengukuran tebal leher *bulb* dan diameter luar leher *bulb*. Kedua karakteristik kualitas tersebut saling berhubungan, apabila kaca pada bagian leher *bulb* semakin tebal, maka akan diameter luar leher *bulb* akan semakin lebar dan keduanya akan mempengaruhi proses pemasangan filamen serta *base* pada bagian leher lampu agar dihasilkan lampu yang tidak berongga dan kedap udara.

Berdasarkan data dari perusahaan, menunjukkan masih terdapat ukuran partikel yang berada di luar batas spesifikasi perusahaan. Sehubungan dengan adanya karakteristik kualitas yang saling memengaruhi satu sama lain, maka diagram kendali yang tepat pada penelitian ini adalah diagram kendali multivariat MEWMV untuk memonitoring variabilitas proses dan MEWMA untuk memonitoring rata-rata proses. Selanjutnya dilakukan analisis kapabilitas proses untuk mengevaluasi dan menilai kebaikan proses secara menyeluruh.

Penelitian sebelumnya mengenai pengendalian kualitas pada proses produksi lampu pijar di PT. Lucolite Cemerlang menggunakan metode six sigma dengan hasil bahwa proses produksi *out control* dan tidak *capable*, serta sigma perusahaan berada pada level  $4\sigma$  sehingga perlu dilakukan iterasi berulang sampai proses memenuhi kriteria [2]. Selain itu terdapat penelitian yang menerapkan diagram kendali MEWMV dan MEWMA untuk pengendalian kualitas produk pakan ternak di PT. Japfa Comfeed Indonesia unit Gedangan

dengan hasil bahwa pengendalian menggunakan diagram kendali MEWMV didapatkan nilai pembobot yang paling optimal untuk  $\omega$  sebesar 0,3 dan  $\lambda$  sebesar 0,4. Sedangkan pembobot optimal diagram kendali MEWMA adalah 0,4 [3].

## II. TINJAUAN PUSTAKA

### A. Uji Dependensi Variabel

Variabel  $X_1, X_2, \dots, X_p$  dikatakan bersifat saling bebas (*independent*) jika matriks korelasi antar variabel membentuk matriks identitas. Untuk menguji kebebasan antar variabel ini dapat dilakukan uji *Bartlett* berikut [4].

Hipotesis :

$H_0 : \rho = \mathbf{I}$  (variabel saling independen)

$H_1 : \rho \neq \mathbf{I}$  (variabel saling dependen)

Statistik uji :

$$X_{hitung}^2 = - \left\{ n - 1 - \frac{2p + 5}{6} \right\} \ln |\mathbf{R}| \quad (1)$$

Sehingga keputusan gagal tolak  $H_0$  yang berarti antar variabel bersifat saling bebas atau tidak ada korelasi jika nilai  $X_{hitung}^2 \leq X_{(\alpha, \frac{1}{2}p(p-1))}^2$ .

### B. Distribusi Normal Multivariat

Pengujian distribusi normal multivariat dilakukan dengan pengujian *Saphiro Wilk* sebagai berikut.

Hipotesis :

$H_0 : x_1, x_2, \dots, x_p$  berdistribusi normal multivariat

$H_1 : x_1, x_2, \dots, x_p$  tidak berdistribusi normal multivariat

Statistik uji :

$$W = \frac{(\sum_{p=1}^n a_p \mathbf{X}_p)^2}{\sum_p (\mathbf{X}_p - \bar{x})^2} \quad (2)$$

dengan nilai  $a_p$  adalah sebagai berikut.

$$a_p = \frac{\mathbf{M}^T \mathbf{V}^{-1}}{(\mathbf{M}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{V}^{-1} \mathbf{M})^{1/2}} \quad (3)$$

Sehingga data dikatakan tidak mengikuti distribusi normal multivariat ketika nilai statistik uji  $W$  kecil. Dimana nilai maksimum statistik uji  $W$  adalah satu. Selain itu, hal ini juga dapat dilihat ketika  $p$ -value kurang dari nilai  $\alpha$  [5].

### C. Diagram Kendali EWMA

Diagram kendali EWMA merupakan diagram kendali univariat yang digunakan untuk memonitoring *mean* proses. Plot *Exponentially Weighted Moving Average* diberikan sebagai berikut.

$$Z_i = \lambda x_i + (1 - \lambda) Z_{i-1} \quad (4)$$

Nilai tengah dan batas kendali untuk diagram kendali EWMA adalah sebagai berikut [6].

$$UCL = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda)^{2i}]}, \quad (5)$$

$$\text{Garis Tengah} = \mu_0, \quad (6)$$

$$LCL = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda)^{2i}]}. \quad (7)$$

### D. Diagram Kendali MEWMV

Diagram kendali MEWMV digunakan untuk memonitor variabilitas proses tanpa adanya asumsi terjadi perubahan *mean* proses selama pengendalian berlangsung [7].

$$V_n = \omega(x_n - y_n)(x_n - y_n)' + (1 - \omega)V_{n-1} \quad (8)$$

dimana  $\omega$  merupakan nilai pembobot bernilai  $0 < \omega < 1$  dan  $V_0 = (x_1 - y_1)(x_1 - y_1)^T$ . Estimasi dari  $y_n$  untuk perubahan rata-rata proses pada waktu ke  $n$  dapat dilihat pada persamaan berikut.

$$y_n = \lambda x_n + (1 - \lambda)y_{n-1} \quad (9)$$

dengan  $y_0 = 0$  dan  $0 < \lambda < 1$ .

Untuk mendeteksi terjadinya perubahan dalam matriks kovarian harus didefinisikan :

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \text{ dan } \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

dimana  $p$  adalah banyaknya karakteristik kualitas dan  $n$  banyaknya pengamatan yang dilakukan. Matriks ini menunjukkan suatu nilai pembobot dari  $V_n$  yang dapat dituliskan :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} (1 - \omega)^{n-1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega(1 - \omega)^{n-2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & \omega(1 - \omega) & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \omega \end{bmatrix}$$

Dengan demikian secara umum persamaan (8) dapat

$$V_n = \sum_{i=1}^n \omega(1 - \omega)^{n-i} (x_i - y_i)(x_i - y_i)' + (1 - \omega)^n V_0 \quad (10)$$

Setelah dilakukan substitusi, didapatkan persamaan sebagai berikut.

$$y_n = \sum_{i=1}^n \lambda(1 - \lambda)^{n-i} x_i \quad (11)$$

Dengan mensubstitusi persamaan (11) ke dalam  $x_i - y_i$  maka dapat dituliskan :

$$\begin{aligned} x_i - y_i &= x_i - \sum_{j=1}^i \lambda(1 - \lambda)^{i-j} x_j \\ &= (1 - \lambda)x_i - \lambda(1 - \lambda)x_{i-1} - \dots - \lambda(1 - \lambda)^{i-1}x_1 \\ &\quad i = 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (12)$$

Persamaan tersebut dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut.

$$\begin{aligned} (\mathbf{X} - \mathbf{Y}) &= \begin{bmatrix} (x_1 - y_1)^T \\ (x_2 - y_2)^T \\ \vdots \\ (x_n - y_n)^T \end{bmatrix} \\ &= (\mathbf{I}_n - \mathbf{M})\mathbf{X} \end{aligned} \quad (13)$$

$\mathbf{I}_n$  merupakan matrik identitas berukuran  $n \times n$  dan  $\mathbf{M}$  adalah matrik segitiga bawah berukuran  $n \times n$  dengan  $\lambda$  sebagai elemennya, dimana  $\lambda$  adalah pembobot yang telah ditetapkan.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & \dots & 0 \\ \lambda(1 - \lambda) & \lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda(1 - \lambda)^{n-1} & \dots & \lambda(1 - \lambda) & \lambda \end{bmatrix}$$

Dengan persamaan (13) diperoleh persamaan.

$$\mathbf{V}_n = \mathbf{X}'\mathbf{Q}\mathbf{X} \quad (14)$$

dimana  $\mathbf{Q}$  adalah matriks bujur sangkar dengan ukuran  $n \times n$ .

$$\mathbf{Q} = (\mathbf{I}_n - \mathbf{M})'\mathbf{C}(\mathbf{I}_n - \mathbf{M}) \quad (15)$$

Dari persamaan (14) dapat dicari nilai  $\text{tr}(\mathbf{V}_n)$  dengan persamaan berikut.

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbf{V}_n) &= \text{tr}(\mathbf{X}'\mathbf{Q}\mathbf{X}) = \text{tr}(\mathbf{Q}\mathbf{X}\mathbf{X}') \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_{ij} \left( \sum_{k=1}^n x_{ik} x_{jk} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

Saat proses dalam keadaan terkendali dapat ditunjukkan dari nilai  $E(\text{tr}(\mathbf{V}_n))$ .

$$E(\text{tr}(\mathbf{V}_n)) = p \sum_{i=1}^n q_{ii} = p \text{tr}(\mathbf{Q}) \quad (17)$$

Untuk mendapatkan batas kendali dari  $\text{tr}(\mathbf{V}_n)$  harus didapatkan nilai  $\text{Var}[\text{tr}(\mathbf{V}_n)]$  terlebih dahulu.

$$\text{Var}[\text{tr}(\mathbf{V}_n)] = 2p \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_{ij}^2 \quad (18)$$

Persamaan (16) akan menjadi batas yang memungkinkan untuk setiap  $n$  dan batas diagram berdasarkan  $\text{tr}(\mathbf{V}_n)$  yaitu.

$$E[\text{tr}(\mathbf{V}_n)] \pm L \sqrt{\text{Var}[\text{tr}(\mathbf{V}_n)]} = p \text{tr}(\mathbf{Q}) \pm L \sqrt{2p \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_{ij}^2} \quad (19)$$

dimana  $L$  merupakan konstanta yang bergantung pada  $p$  (banyaknya karakteristik kualitas) dan nilai  $\omega$  dan  $\lambda$  yang telah ditentukan sebelumnya.

**E. Diagram Kendali MEWMA**

Diagram kendali MEWMA digunakan untuk mendeteksi adanya perubahan *mean* proses. Kelebihannya adalah *robust* terhadap asumsi distribusi normal, sehingga ketika data tidak memenuhi asumsi normal maka diagram kendali ini masih bisa digunakan. Diagram kendali MEWMA merupakan generalisasi dari proses untuk data univariat EWMA yang didefinisikan sebagai berikut.

$$V_n = \omega(x_n - y_n)(x_n - y_n)' + (1 - \omega)V_{n-1} \quad (20)$$

dimana  $X_i$  merupakan vektor rata-rata sampel,  $\lambda$  adalah pembobot yang bernilai  $0 < \lambda < 1$  dan  $\mathbf{Z}_0 = \mathbf{0}$ .

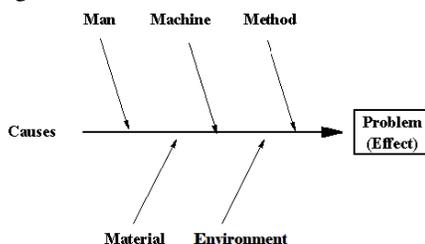
$$T_i^2 = \mathbf{z}_i^T \sum_{z_i}^{-1} \mathbf{z}_i \quad (21)$$

$$\Sigma_{z_i} = \frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2i}] \Sigma \quad (22)$$

Data dikatakan *out of control* ketika nilai  $T_i^2$  lebih besar dari  $h_4$ . Nilai  $h_4$  merupakan batas kendali atas (UCL), didapatkan dari hasil simulasi yang disesuaikan dengan besarnya ARL hingga didapatkan nilai batas kendali atas yang konvergen. Batas pengendali bawah (LCL) untuk peta kendali MEWMA sama dengan 0 karena nilai  $T_i^2$  yang selalu positif sehingga batas pengendali bawah (LCL) yang paling minimum dari suatu nilai yang positif adalah 0 [6].

**F. Diagram Ishikawa**

Diagram Ishikawa atau biasa dikenal dengan diagram sebab akibat atau diagram tulang ikan digunakan untuk mengidentifikasi akar permasalahan dari suatu proses produksi. Penyebab yang terjadi sering diakibatkan oleh lima elemen yaitu *Man, Methode, Machine, Material, dan Environment* [6]. Dibawah ini merupakan contoh dari diagram ishikawa yang disebabkan oleh lima elemen tersebut.



Gambar 1. Diagram Ishikawa.

**G. Analisis Kapabilitas Proses**

Kapabilitas proses merupakan suatu pengukuran yang digunakan untuk mengevaluasi keseluruhan proses. Indeks kapabilitas yang disarankan oleh *Automotive Industry Action Group* (AIAG) untuk proses dalam keadaan *in control* adalah  $C_p$  dan  $C_{pk}$ , sedangkan untuk proses yang tidak dalam keadaan *in control*, digunakan indeks *performance process*  $P_p$  dan  $P_{pk}$ [7]. Perhitungan indeks  $P_p$  dan  $P_{pk}$  untuk data univariat adalah sebagai berikut

$$P_p = \frac{BSA - BSB}{6s} \quad (23)$$

$$P_{PU} = \frac{BSA - \bar{x}}{3s} \quad (24)$$

$$P_{PL} = \frac{\bar{x} - BSB}{3s} \quad (25)$$

$$P_{PK} = \min\{P_{PU}, P_{PL}\} \quad (26)$$

Dalam penelitian ini, digunakan tiga karakteristik kualitas, maka indeks *performance process* secara multivariat cocok digunakan terutama dengan mempertimbangkan tidak diketahuinya nilai pembobot dari masing-masing karakteristik kualitas, dapat dihitung dengan menggunakan persamaan sebagai berikut [8].

$$MP_p = \sum_{k=1}^p W_k P_p(X_k) \quad (27)$$

$$MP_{pk} = \sum_{k=1}^p W_k P_{pk}(X_k) \quad (28)$$

Kriteria penilaian  $MP_{pk}$  yaitu apabila nilai  $MP_{pk}$  yang didapatkan kurang dari 1 maka kinerja proses tidak bagus atau tidak kapabel secara multivariat, jika lebih dari 1 maka kinerja proses tersebut mutlak bagus atau kapabel.

**H. Proses Produksi Bulb Lampu Pijar PS 47**

Produksi *bulb* lampu pijar tipe PS 47 dilakukan pada tahap awal proses pembuatan lampu. *Bulb* lampu pijar tipe PS 47 dilakukan di mesin blowing dimana bahan dasarnya adalah *small tube* atau tabung kecil berbahan kaca. Langkah awal dalam proses pencetakan atau pembuatan *bulb* lampu pijar tipe PS 47 adalah *Small tube* dimasukkan kedalam mesin *blowing* dengan pengarah lubang, kemudian *small tube* dipanaskan dan diinjeksikan kedalam kaviti dalam bentuk bakalan, lalu *small tube distretching* sesuai dengan dimensi yang digunakan, udara ditiupkan (*blow*) sehingga *small tube* mengembang dan membentuk sesuai dengan cetakan lampu pijar tipe PS 47, cetakan terbuka dan hasil dikeluarkan dari cetakan. Proses terus dilakukan sedemikian hingga sampai mesin diberhentikan.

**III. METODOLOGI PENELITIAN**

**A. Sumber Data**

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari departemen *Quality Control* PT. Sinar Angkasa Rungkut. Data yang digunakan merupakan data hasil pengukuran karakteristik kualitas *bulb* lampu pijar tipe PS 47 pada bulan September – November 2017. Pengukuran data yang dilakukan meliputi data rata-rata tebal leher minimum dan rata-rata diameter luar leher adalah sebagai karakteristik kualitas *bulb* lampu pijar. Sampel yang

digunakan adalah data rata-rata proses produksi *bulb* lampu pijar tipe PS 47 sebanyak 64 data pengamatan.

**B. Variabel Penelitian**

Variabel penelitian yang digunakan dalam penelitian yang dilakukan di PT. Sinar Angkasa Rungkut terdiri dari 2 variabel sebagai berikut.

Tabel 1.  
Variabel Penelitian

Variabel	Nama Variabel	Batas Spesifikasi (%)
$x_1$	Rata-rata Tebal Leher Minimum (mm)	Min 0.50
$x_2$	Rata-rata Diameter Luar Leher (mm)	$23.0 \pm 0.5$

Rata tebal leher minimum merupakan ukuran minimum ketebalan kaca pada bagian leher *bulb* lampu, sedangkan rata diameter luar leher merupakan ukuran lebar lingkaran bagian leher *bulb* lampu. Dimana kedua variabel tersebut saling berhubungan, jika tebal kaca pada bagian leher *bulb* semakin tebal maka diameter luar leher *bulb* akan semakin sempit sehingga akan mempengaruhi proses pemasangan filamen untuk menghasilkan lampu yang tidak berongga dan kedap udara.

**C. Langkah Analisis**

Adapun langkah analisis yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mendefinisikan karakteristik masing-masing variabel.
2. Melakukan pengujian korelasi dan distribusi normal multivariat pada variabel kualitas pada proses pembuatan *bulb* lampu.
3. Melakukan pengendalian variabilitas dan rata-rata proses dengan diagram kendali MEWMV dan MEWMA dan menetapkan pembobot optimal dengan langkah berikut.
  - a. Melakukan pengendalian variabilitas proses diagram kendali MEWMV dengan langkah berikut.
    1. Membuat matriks **C** dengan ukuran  $n \times n$ , dengan diagonal utama  $\omega$ .
    2. Membuat matriks **M** yang merupakan matriks segitiga bawah dengan elemennya  $\lambda$
    3. Membuat matriks **I<sub>n</sub>**, merupakan matriks identitas berukuran  $n \times n$ .
    4. Menghitung matriks **Q** yang digunakan untuk mendapatkan  $\text{tr}(\mathbf{V}_n)$  sebagai matriks karakteristik kualitas yang akan dikendali.
    5. Menghitung nilai  $\text{tr}(\mathbf{V}_n)$  berdasarkan persamaan (16)
    6. Menghitung nilai  $E(\text{tr}(\mathbf{V}_n))$  berdasarkan persamaan (17)
    7. Menghitung nilai  $\text{Var}(\text{tr}(\mathbf{V}_n))$  berdasarkan persamaan (18)
    8. Menghitung batas diagram kendali MEWMV pada setiap pengamatan ke- $n$  berdasarkan persamaan (19)
  - b. Melakukan pengendalian rata-rata proses dengan diagram kendali MEWMA dengan langkah sebagai berikut.
    1. Menentukan nilai pembobot  $\lambda$ ,  $0 < \lambda < 1$ , dengan  $h_4$  yang sebelumnya telah ditentukan pada diagram kendali MEWMA.
    2. Menghitung matriks varian kovarian  $\Sigma$ .

3. Menghitung vektor MEWMA  $Z_i$
4. Menghitung statistik MEWMA  $T_i^2$
6. Mendeteksi variabel penyebab pengamatan *out of control*.
7. Mengidentifikasi penyebab terjadinya *out of control*.
8. Menganalisis kapabilitas proses
9. Menarik kesimpulan.

**IV. ANALISIS DAN PEMBAHASAN**

**A. Deskripsi Kualitas Ukuran Partikel**

Pada penelitian ini, karakteristik kualitas yang digunakan adalah ukuran rata-rata tebal leher minimum dan rata-rata diameter luar leher. Untuk mengetahui gambaran umum tentang masing-masing karakteristik kualitas pada periode September hingga November 2017 maka diberikan deskripsi kualitas pada Tabel 2.berikut.

Tabel 2.  
Deskripsi Karakteristik Kualitas

Variabel	Mean	Varians	Minimum	Maximum
Rata-rata Tebal Leher Minimum (mm)	0,7502	0,004	0,57	0,85
Rata-rata Diameter Luar Leher (mm)	22,9757	0,03	22,62	23,32

Berdasarkan Tabel 2 terlihat bahwa rata-rata dari pengukuran rata-rata tebal leher minimum adalah 0,7502 mm, sedangkan rata-rata dari pengukuran rata-rata diameter luar leher sebesar 22,9757, dimana rata-rata dari kedua karakteristik kualitas tersebut tidak ada yang melebihi batas spesifikasi dari perusahaan. Varians data yang merupakan jarak antar data menunjukkan bahwa varians terkecil dari keduanya adalah pada rata-rata tebal leher minimum sebesar 0,004. Jika dilihat dari nilai minimum dan maksimum kedua variabel, nilai-nilai tersebut juga berada dalam batas spesifikasi perusahaan.

**B. Uji Dependensi antar Variabel**

Variabel karakteristik kualitas yang digunakan dalam penelitian ini adalah pengukuran rata tebal leher minimum dan rata diameter luar leher, sehingga untuk memeriksa apakah antar variabel tersebut saling dependen digunakan uji Barlett. Berdasarkan persamaan (1), didapatkan nilai *Chi-Square* sebesar 4,003 dengan derajat bebas sebesar 1 dan *alpha* 5%. Nilai *Chi-square* yang dihasilkan lebih besar dari nilai *Chi Square* tabel yaitu 3,841, selain itu dilihat dari *p-value* sebesar 0,045, dimana nilai tersebut kurang dari *alpha* sehingga dapat disimpulkan bahwa variabel tersebut saling dependen.

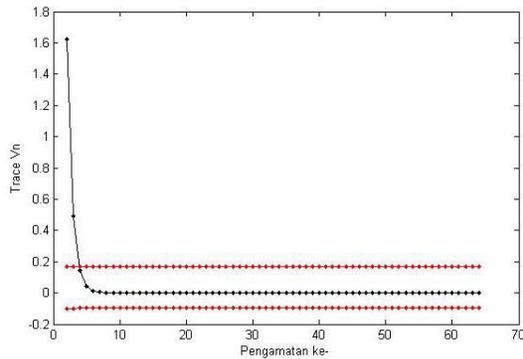
**C. Distribusi Normal Multivariat**

Pemeriksaan asumsi normal multivariat dilakukan untuk kedua variabel karakteristik kualitas *bulb* yang digunakan. Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan terhadap data sesuai dengan persamaan (2), didapatkan nilai *W* sebesar 0,64558 dan *p-value* sebesar  $3,89 \times 10^{-16}$ . Dimana nilai *W* yang diperoleh cukup kecil dan *p-value* kurang dari *alpha* 5%, sehingga dapat disimpulkan bahwa data karakteristik kualitas *bulb* lampu pijar tipe PS 47 tidak mengikuti distribusi normal multivariat Pada penelitian ini menggunakan diagram kendali

MEWMV dan MEWMA, sehingga *robust* terhadap data yang tidak mengikuti distribusi normal multivariat.

D. Monitoring Variabilitas Proses

Diagram kendali *Multivariat Exponentially Weighted Moving Variance* (MEWMV) digunakan untuk memonitoring variabilitas proses pada variabel rata-rata tebal leher minimum dan rata-rata diameter luar leher. Dalam penelitian ini digunakan pembobot  $\omega$  dan  $\lambda$  kurang antara 0.1 hingga 0.9 sehingga nantinya dapat ditentukan diagram yang paling sensitif dalam mendeteksi variabilitas proses dari produk *bulb* lampu pijar tipe PS 47. Berikut merupakan diagram kendali MEWMV dengan  $\omega=0,7$  dan  $\lambda=0,9$ .



Gambar 2. Diagram Kendali MEWMV  $\omega=0,7$  dan  $\lambda=0,9$ .

Hasil pengendalian variabilitas dengan pembobot  $\omega = 0,7$  dan  $\lambda = 0,9$  memperoleh batas kendali atas sebesar 0,1695 dan batas kendali bawah sebesar -0,0968. Nilai batas kendali bawah yang bernilai negatif dianggap bernilai nol. Gambar 2 menunjukkan plot  $tr(\mathbf{V}_n)$  yang bermula dari pengamatan ke-2, proses mulai stabil setelah pengamatan ke-4. Ketika proses telah stabil tidak ada titik yang berada di luar batas kendali, sehingga dapat disimpulkan bahwa proses terkendali secara statistik.

Pemilihan pembobot terbaik yang digunakan untuk mendeteksi adanya pergeseran proses didasarkan pada jarak minimum antara nilai  $tr(\mathbf{V}_n)$  maksimum dan BKA serta batas kendali yang sempit. Berikut adalah kombinasi pembobot nilai  $\omega$  dan  $\lambda$  antara 0.7 hingga 0.9.

Tabel 3. Diagram Kendali MEWMV

$\omega$	$\lambda$	L	Max Tr ( $V_n$ )	BKA	BKB	Titik Proses Mulai Stabil
0.6	0.6	4.6000	85.0852	1.8858	-0.9715	6
0.6	0.7	4.5975	47.8604	1.5117	-0.5979	6
0.6	0.8	4.6000	21.2713	0.5602	-0.2935	6
0.6	0.9	4.5975	5.3178	0.1544	-0.0816	5
0.7	0.6	4.7450	85.0852	2.0934	-1.1791	5
0.7	0.7	4.7250	47.8604	1.2727	-0.7188	5
0.7	0.8	4.7225	21.2713	0.6173	-0.3506	5
<b>0.7</b>	<b>0.9</b>	<b>4.7100</b>	<b>5.3178</b>	<b>0.1695</b>	<b>-0.0968</b>	<b>4</b>
0.8	0.6	4.8250	85.0852	2.2913	-1.3770	4
0.8	0.7	4.8188	47.8604	1.3933	-0.8395	4
0.8	0.8	4.8063	21.2713	0.6732	-0.4065	4
0.8	0.9	4.8004	5.3178	0.1846	-0.1118	4
0.9	0.6	4.8813	85.0852	2.4939	-1.5797	4
0.9	0.7	4.8725	47.8604	1.5124	-0.9586	3
0.9	0.8	4.8638	21.2713	0.7293	-0.4626	3
0.9	0.9	4.8475	5.3178	0.1990	-0.1263	3

Selanjutnya dilakukan perhitungan jarak antara nilai  $Max\ tr(\mathbf{V}_n)$  dan BKA serta selisih batas kendali untuk menentukan pembobot optimum. yang sempitagar dapat diperoleh pembobot optimum. Berikut adalah hasil perhitungannya.

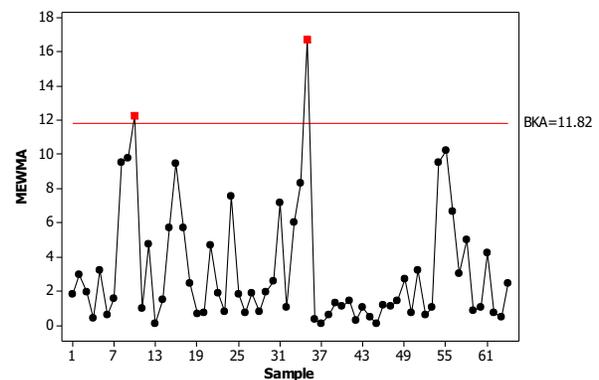
Tabel 4. Perhitungan Diagram Kendali MEWMV

$\omega$	$\lambda$	L	Max Tr ( $V_n$ ) - BKA	BKA - BKB	Titik Proses Mulai Stabil
0.6	0.6	4.6000	83.1994	2.8573	6
0.6	0.7	4.5975	46.3487	2.1096	6
0.6	0.8	4.6000	20.7111	0.8537	6
0.6	0.9	4.5975	5.1634	0.236	5
0.7	0.6	4.7450	82.9918	3.2725	5
0.7	0.7	4.7250	46.5877	1.9915	5
0.7	0.8	4.7225	20.654	0.9679	5
<b>0.7</b>	<b>0.9</b>	<b>4.7100</b>	<b>5.1483</b>	<b>0.2663</b>	<b>4</b>
0.8	0.6	4.8250	82.7939	3.6683	4
0.8	0.7	4.8188	46.4671	2.2328	4
0.8	0.8	4.8063	20.5981	1.0797	4
0.8	0.9	4.8004	5.1332	0.2964	4
0.9	0.6	4.8813	82.5913	4.0736	4
0.9	0.7	4.8725	46.348	2.471	3
0.9	0.8	4.8638	20.542	1.1919	3
0.9	0.9	4.8475	5.1188	0.3253	3

Pembobot terbaik untuk mendeteksi adanya *out of control* dapat dilihat dari nilai minimum dari  $|\text{Max } tr(\mathbf{V}_n) - \text{BKA}|$ , dimana nilai tersebut menunjukkan eror paling kecil dan berkaitan dengan besarnya resiko produsen. Pembobot terbaik juga dapat dideteksi dari nilai batas kendali yang semakin sempit. Hal ini dikarenakan semakin sempit batas kendali, kemungkinan suatu proses yang seharusnya tidak terkendali namun diidentifikasi sebagai proses yang terkendali akan semakin kecil, sehingga dapat meminimumkan resiko konsumen, selain itu pembobot yang paling sensitif untuk mendeteksi adanya *out of control* lebih cepat juga menjadi pertimbangan perusahaan dalam menentukan besarnya nilai pembobot optimal yang digunakan.

Pada Tabel 4 diperoleh bahwa dengan memerhatikan resiko produsen dan konsumen, maka pembobot yang paling optimal untuk mendeteksi adanya data *out of control* dengan lebih cepat adalah pembobot  $\omega = 0,7$  dan  $\lambda = 0,9$  dengan nilai  $|\text{Max } tr(\mathbf{V}_n) - \text{BKA}|$  dan selisih batas kendali masing-masing 5,1483 dan 0,2663. Pembobot tersebut dapat menstabilkan proses lebih cepat, yaitu mulai pengamatan ke-23.

E. Monitoring Rata-Rata Proses



Gambar 3 . Diagram Kendali MEWMV  $\lambda=0,9$ .

Diagram kendali MEWMA dibuat dengan sembilan pembobot yang berbeda, dimana salah satu dari pembobot tersebut akan menjadi diagram kendali terbaik yang mampu mendeteksi adanya pergeseran proses dalam *mean*. Salah satu pembobot yang digunakan adalah nilai sebesar 0,9. Hasilnya disajikan pada Gambar 3.

Seperti halnya yang dilakukan pada diagram kendali MEWMV, pemilihan pembobot terbaik untuk diagram kendali MEWMA juga didasarkan pada selisih minimum antara nilai titik pengamatan maksimum dan BKA serta lebarnya batas kendali. Berikut disajikan perhitungan untuk masing-masing nilai pembobot.

Tabel 5.  
Diagram Kendali MEWMA

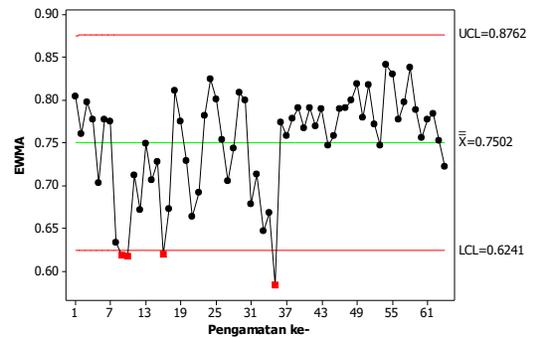
$\lambda$	BKA	Titik Maksimum	Selisih	Titik Out of Control
0,1	10.07	22.13	12.06	20
0,2	11.01	22.84	11.83	12
0,3	11.4	25.29	13.89	9
0,4	11.6	26.05	14.45	10
0,5	11.71	24.95	13.24	7
0,6	11.77	23.02	11.25	5
0,7	11.8	20.85	9.05	4
0,8	11.82	18.72	6.9	3
<b>0,9</b>	<b>11.82</b>	<b>16.75</b>	<b>4.93</b>	<b>2</b>

Pertimbangan pemilihan pembobot terbaik didasarkan pada lebarnya batas kendali serta minimumnya selisih titik maksimum dengan BKA. Semakin lebar batas kendali maka akan memperbesar resiko yang diperoleh oleh konsumen, sedangkan jika semakin besar selisih antara titik maksimum dengan BKA akan memperbesra resiko produsen. Dari sembilan pembobot yang digunakan untuk mendeteksi pergeseran *mean* proses, pembobot sebesar 0,9 dianggap paling sensitif untuk mendeteksi adanya pergeseran *mean* proses. Nilai batas kendali atas dan selisish masing-masing adalah sebesar 11,82 dan 4,93. Berdasarkan pembobot sebesar 0,9 dapat disimpulkan bahwa rata-rata proses belum terkendali secara statistik karena masih terdapat 2 titik yang berada di luar batas kendali.

F. Pengendalian Kualitas Secara Individu

Berdasarkan hasil monitoring proses, diketahui bahwa diagram kendali MEWMA tidak terkendali secara statistik, maka perlu dilakukan evaluasi variabel utama penyebab *out of control* untuk rata-rata proses. Evaluasi ini dilakukan dengan memonitoring stabilitas rata-rata proses secara univariat pada masing-masing variabel karakteristik kualitas dengan diagram kendali EWMA dengan menggunakan pembobot yang sama pada diagram kendali MEWMA, yaitu  $\lambda = 0,9$ .

Hasil evaluasi pada masing-masing diagram menyatakan bahwa variabel utama penyebab *out of control* adalah variabel rata tebal lebal minimum. Dimana variabel tersebut tidak terkendali secara statistik karena masih terdapat pengamatan yang *out of control*, sedangkan variabel rata diameter luar leher telah terkendali secara statistik. Berikut merupakan hasil pengendalian kualitas individu variabel rata tebal leher minimum.

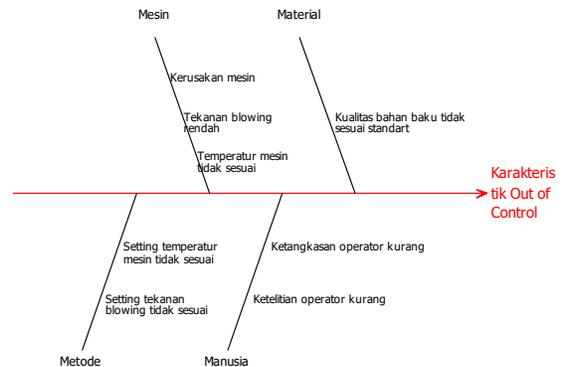


Gambar 4. Diagram Kendali EWMA Rata Tebal Leher Minimum.

Berdasarkan Gambar 4 diketahui bahwa dengan batas kendali atas sebesar 0,8762 dan batas kendali bawah sebesar 0,6241 terdapat 4 data pengamatan yang keluar dari batas kendali bawah, sehingga proses tidak terkendali secara statistik.

G. Analisis Diagram Ishikawa

Setelah melakukan *brainstorming* dengan pihak perusahaan terdapat beberapa faktor yang menjadi karakteristik *out of control*, diantaranya adalah faktor manusia, material, mesin, dan metode yang disajikan pada Gambar 4 berikut.



Gambar 5. Diagram Ishikawa.

Kesalahan terbesar adalah pada faktor mesin, yaitu tekanan *blowing* rendah yang menyebabkan *bulb* tidak tercetak dengan sempurna sesuai bentuknya, selain itu juga temperatur mesin yang tidak sesuai sehingga menyebabkan pemanasan material yang tidak sempurna.

H. Kapabilitas Proses

Kapabilitas proses digunakan untuk mengetahui kebaikan dari kinerja proses secara keseluruhan. Hal tersebut diukur dari keseragaman produk yang dihasilkan. Suatu proses dikatakan kapabel ketika produk yang dihasilkan berada dalam batas spesifikasi yang telah ditentukan, ditunjukkan dengan nilai indeks yang lebih dari 1. Pada penelitian ini, indeks yang digunakan untuk mengukur kapabilitas proses secara multivariat adalah  $MP_p$  dan  $MP_{pk}$ , sedangkan secara univariat menggunakan nilai indeks  $P_p$  dan  $P_{pk}$ . Hal tersebut

disebabkan oleh proses yang tidak dalam kondisi yang terkendali secara statistik.

Berikut merupakan hasil perhitungan indeks kapabilitas proses secara univariat seperti yang ditampilkan Tabel 10.

Tabel 10.  
Kapabilitas Proses Secara Univariat

Variabel	$P_p$	$P_{pk}$
Rata-rata Tebal Leher Minimum	-	1.31
Rata-rata Diameter Luar Leher	1.02	0.97

Pada penelitian ini, hanya terdapat 1 batas untuk variabel rata tebal leher minimum, sehingga digunakan indeks kapabilitas dengan menggunakan 1 batas spesifikasi saja yang dapat diwakilkan dengan indeks  $P_{pk}$ . Berdasarkan hasil perhitungan kapabilitas secara univariat, untuk variabel karakteristik kualitas rata-rata tebal leher minimum, didapatkan nilai  $P_{pk}$  sebesar 1,31 yang berarti bahwa proses memiliki akurasi yang baik. Sedangkan untuk variabel karakteristik rata-rata diameter luar leher didapatkan nilai  $P_p$  dan  $P_{pk}$  masing-masing sebesar 1,02 dan 0,97 yang berarti bahwa proses memiliki presisi yang baik namun akurasi kurang baik karena nilai  $P_{pk}$  kurang dari 1.

Perhitungan  $P_{pk}$  dilanjutkan secara multivariat, dimana kapabilitas dihitung bersama-sama untuk variabel karakteristik kualitas rata-rata tebal leher minimum dan rata-rata diameter luar leher. Perhitungan secara multivariat dapat dilakukan berdasarkan persamaan (2.26) dengan hasil sebagai berikut.

$$MP_{pk} = (0.5 \times 1.31) + (0.5 \times 0.97) = 1.14$$

Berdasarkan hasil analisis secara multivariat didapatkan nilai  $MP_{pk}$  sebesar 1,14, dimana nilai ini lebih besar dari satu yang menandakan bahwa kinerja proses secara multivariat memiliki tingkat presisi dan akurasi proses yang cukup baik.

## V. KESIMPULAN DAN SARAN

### A. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa dengan menggunakan pembobot  $0,1 \leq \omega \leq 0,9$  dan  $0,1 \leq \lambda \leq 0,9$  variabilitas proses produksi terkendali secara statistik sedangkan dengan menggunakan pembobot  $\lambda = 0,9$  rata-rata proses produksi *bulb* lampu pijar tipe PS 47 tidak terkendali secara statistik. Hal ini dikarenakan pada diagram kendali MEWMA masih terdapat titik yang *out of control*. Pembobot optimum untuk diagram MEWMA adalah  $\omega = 0,7$  dan  $\lambda = 0,9$ , sedangkan MEWMA dengan  $\lambda = 0,9$ .

Hasil identifikasi *out of control* menunjukkan bahwa variabel utama penyebab terjadi *out of control* pada *mean* proses adalah rata tebal leher minimum. Hasil perhitungan kapabilitas proses menunjukkan bahwa secara multivariat kinerja proses terhadap ukuran tebal leher minimum dan diameter luar leher telah kapabel karena nilai indeks kinerja proses  $MP_{pk}$  lebih dari satu yaitu sebesar 1,14.

### B. Saran

Saran yang diberikan berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan sebelumnya adalah sebagai berikut.

1. Pada penelitian selanjutnya diharapkan dapat melanjutkan dengan menambahkan fase 2, agar dapat dilakukan evaluasi serta pengontrolan untuk proses selanjutnya.
2. Penerapan diagram kendali MEWMA dan MEWMA diharapkan dapat menjadi pertimbangan untuk pengendalian proses produksi secara statistik selain hanya memperhatikan produk yang memenuhi batas spesifikasi yang ditentukan. Dengan memerhatikan resiko produsen dan konsumen, maka dapat disarankan bahwa pembobot yang paling optimal untuk mendeteksi adanya data *out of control* pada diagram kendali MEWMA adalah dengan pembobot  $\omega = 0,7$  dan  $\lambda = 0,9$ . Sedangkan pembobot optimal yang disarankan untuk diagram kendali MEWMA adalah  $\lambda = 0,9$ .
3. Perusahaan perlu lebih memperhatikan ukuran ketebalan leher minimum *bulb* lampu pijar tipe PS 47 dengan melakukan pembaruan terhadap alat ukur yang digunakan untuk memperoleh ukuran ketebalan yang sesuai sehingga dapat meminimalisir terjadinya produk cacat pada lampu PS 47 yang dihasilkan.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] M. Z. Wahyudi, "Evolusi Sebuah Bola Lampu." 2014.
- [2] I. Widiastuti, "Analisis Pengendalian Kualitas pada Proses Produksi Lampu Pijar di PT. Lucolite Cemerlang Berdasarkan Metode Six Sigma," Surabaya, 2016.
- [3] D. Novitasari, "Pengendalian Kualitas Produk Pakan Ternak di PT. Japfa Comfeed Indonesia Tbk Unit Gedangan," Surabaya, 2016.
- [4] D. Morrison, *Multivariate Statistical Methods*, 3rd ed. New York: Mc Graw Hill Companies, 1990.
- [5] S. S. Shapiro and M. B. Wilk, "An analysis of variance test for normality (complete samples)," *Biometrika*, vol. 52, no. 3-4, pp. 591-611, 1965.
- [6] D. Montgomery, *Introduction to Statistical Quality Control*, 6th ed. New York: John Wiley & Sons Inc, 2009.
- [7] L. Huwang, Arthur, and Chien-Wei., "Monitoring Multivariate Process Variability for Individual Observations," *J. Qual. Technol.*, vol. 33, pp. 258-278, 2007.
- [8] S. Raissi, "Multivariate Process Capability Indices on the Presence of Priority for Quality Characteristics," *J. Ind. Eng. Int.*, vol. 5, 2009.