

Analisa Proses Produksi Wheeldops PT. Morodadi Prima dengan Data Tidak Normal Menggunakan Peta Kendali *Exponential Weight Moving Average* (EWMA) dan *Double Exponential Weight Moving Average* (DEWMA)

Muhammad Hilmi Sasmito Adji, Soehardjoepri, dan Farida Agustini Widjajati
Departemen Matematika, Fakultas Matematika, Komputasi, dan Science Data,
Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)
e-mail: agustini.farida54@gmail.com

Abstrak—Pengendalian kualitas dalam industri manufaktur otomotif sangat diperlukan agar produk yang dihasilkan sesuai dengan standar yang telah ditetapkan dan mampu bersaing dengan produsen lain. PT. Morodadi Prima yang memproduksi berbagai kebutuhan kendaraan roda empat, dan salah satunya adalah *Wheeldops*. Namun dalam produksinya, PT. Morodadi Prima belum menerapkan peta kendali statistik. Peta kendali EWMA masih jarang digunakan untuk pengendalian kualitas produk industri, selain itu DEWMA merupakan peta kendali yang merupakan turunan dari peta kendali EWMA. Produksi *Wheeldops* pada PT. Morodadi Prima dilakukan dengan data yang tidak normal, sehingga pada tugas akhir ini dilakukan pengkajian rumusan batas pengendali DEWMA dan EWMA untuk data tidak normal dan membandingkan hasil dan proses dari peta kendali tersebut untuk data tidak normal dalam pengendalian kualitas produk *Wheeldops* pada PT. Morodadi Prima. Hasil perhitungan dan perbandingan menunjukkan bahwa Peta Kendali DEWMA lebih cepat mendeteksi pergeseran data produksi *Wheeldops* PT. Morodadi Prima dengan data tidak normal dari pada peta kendali EWMA.

Kata Kunci—Peta Kendali EWMA dan DEWMA, Data Tidak Normal, ARL.

I. PENDAHULUAN

PERSAINGAN industri di Indonesia saat ini semakin ketat dan luas, sehingga berdampak pada persaingan perusahaan-perusahaan menciptakan produk yang baik. Dengan adanya berbagai sumber daya yang ada, ditambah dengan teknologi yang sudah semakin canggih menyebabkan masing-masing perusahaan harus memiliki perencanaan yang baik terhadap produk yang dihasilkannya. Selain itu, perusahaan juga harus bisa memberi jaminan kualitas atas produk yang dihasilkannya pula. Dengan baiknya produk yang dihasilkan, dapat menarik minat konsumen, sehingga konsumen percaya pada produk dan perusahaan tersebut. Proses produksi adalah satu kegiatan perbaikan terus menerus yang dimulai dari sederet siklus, sejak adanya ide menghasilkan suatu produk, pengembangan produk, kegiatan produksi, sampai distribusi pada konsumen [1]. Dengan adanya kemungkinan bahwa produk yang dihasilkan tidak seluruhnya berkualitas baik, sehingga perlu dilakukan pengendalian kualitas.

Berdasarkan Standar Internasional dan Standar Nasional Indonesia, pengertian kualitas adalah keseluruhan ciri dan karakteristik produk atau jasa yang kemampuannya dapat

memuaskan kebutuhan, baik yang dinyatakan secara tegas maupun tersamar. Sedangkan, pengendalian kualitas adalah aktivitas manajemen dan keteknikan yang dengan aktivitas itu perusahaan dapat mengukur ciri-ciri kualitas produk, membandingkannya dengan spesifikasi atau persyaratan dan mengambil tindakan yang sesuai apabila ada perbedaan antara penampilan yang sebenarnya dan yang standar. Tujuan pokok pengendalian kualitas secara statistika adalah menyidik dengan cepat terjadinya sebab-sebab terduga atau pergeseran proses dan tindakan pembetulan dapat dilakukan sebelum banyak unit yang tak sesuai diproduksi [2].

Peta kendali adalah alat statistik yang digunakan untuk memonitor atau memantau suatu proses serta mempelajari proses dari waktu ke waktu [3]. Peta kendali yang sering digunakan untuk pengendalian kualitas pada proses produksi secara statistik adalah peta kendali \bar{X} . Dalam beberapa jurnal menunjukkan bahwa peta kendali EWMA dapat digunakan untuk pengendalian pada proses produksi massal secara statistik. Selain itu ada beberapa jurnal juga menunjukkan bahwa DEWMA pun dapat digunakan untuk pengendalian kualitas dalam suatu proses produksi dengan lebih akurat menggunakan beberapa syarat.

PT. Morodadi Prima adalah salah satu perusahaan yang memproduksi berbagai jenis furnitur dan *spare part* untuk bis. Beberapa diantaranya adalah kursi dalam, *velg*, *light sen*, *spoiler*, *wheeldops dll*. *Wheeldops* merupakan salah satu *spare part* produksi PT. Morodadi Prima yang merupakan lempengan pelindung *velg* dan ban. *Wheeldops* terbuat dari plat baja putih atau yang biasa disebut plat SPCC (*Steel Plate Cold Rolled Coiled*). Plat SPCC yang berbentuk lembaran kemudian dipotong sehingga berbentuk lingkaran dengan diameter yang sudah ditentukan. Lingkaran tersebut kemudian dibentuk menjadi *wheeldops* dengan alat penekan atau alat *press* dengan tekanan depan dan belakang dengan ukuran tertentu. Produksi *wheeldops* PT. Morodadi Prima tidak memiliki jumlah tetap dalam sekali produksi. Ada beberapa penyebab produksi tersebut tidak memiliki jumlah yang tetap dalam sekali produksi, salah satunya adalah kebutuhan pasar. Oleh karena itu, diperlukan penerapan sistem pengendalian kualitas yang dapat menyelesaikan permasalahan tersebut. Dalam proses produksi tersebut tidak diterapkan peta kendali statistik untuk pemecahan masalah yang ada atau untuk proses pengendalian kualitasnya itu sendiri. Sehingga penerapan *Statistical Quality Control* (SQC) dapat digunakan untuk permasalahan tersebut.

Beberapa penelitian sebelumnya yang berkaitan dengan pengendalian kualitas dengan peta kendali EWMA dan peta kendali DEWMA salah satunya adalah penelitian dari Chusnul Khotimah yang menerapkan peta kendali tersebut dalam analisa produksi papan kayu pada PT, Inhutani Gresik. Penelitian tersebut menggunakan data dengan distribusi normal dan selanjutnya dijadikan rujukan dan referensi dalam penelitian tentang analisa pengendalian kualitas *Wheeldops* pada PT. Morodadi Prima dengan data tidak normal dengan peta kendali EWMA dan DEWMA [4].

Berdasarkan latar belakang dan permasalahan tersebut, pada Tugas Akhir ini bertujuan menganalisis pengendalian kualitas produksi *Wheeldops* pada PT. Morodadi Prima dengan data tidak normal menggunakan metode EWMA dan DEWMA.

II. DASAR TEORI

A. Distribusi Uniform

Data yang berdistribusi *uniform* memiliki nilai peluang kejadian berhasil adalah sama pada *interval* [a,b] [2]. Distribusi *uniform* dalam *interval* [a,b] memiliki fungsi kepadatan probabilitas (*pdf*) adalah

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{untuk } b < x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{untuk } a \leq x \leq b \end{cases} \quad (1)$$

sedangkan rata-rata (μ) dan variansi (σ^2) dari data yang berdistribusi *uniform* adalah:

$$\begin{aligned} \mu &= E(X) \\ \sigma^2 &= Var(X) \end{aligned}$$

dengan $E(X)$ adalah nilai ekspektasi dari X dan $Var(X)$ adalah nilai varian dari X . Dengan nilai ekspektasi dan varian dari X adalah sebagai berikut:

$$E(X) = \frac{b+a}{2} \quad (2)$$

$$Var(X) = \frac{(b-a)^2}{12} \quad (3)$$

dengan b dan a adalah *interval* dari data.

B. Peta Kendali

Model umum peta kendali yang ditemukan pertama kali oleh Dr. Walter A. Shewhart adalah

$$BPA = E(Z) + L\sqrt{Var(Z)}$$

$$GT = E(Z)$$

$$BPB = E(Z) - L\sqrt{Var(Z)}$$

dengan $E(Z)$ adalah ekspektasi dari Z dan $Var(Z)$ adalah varian dari Z .

Sedangkan Z adalah variabel yang menyatakan suatu karakteristik kualitas tertentu. Sedangkan L adalah koefisien lebar batas kendali. Sehingga rumusan batas kendali berdasarkan Persamaan tersebut dapat dituliskan dengan,

$$BPA = \mu_z + L\sigma_z$$

$$GT = \mu_z$$

$$BPB = \mu_z - L\sigma_z$$

dengan $\mu_z = mean$ dari proses Z dan $\sigma_z = Standart$ deviasi dari Z . Peta kendali EWMA merupakan pengembangan dari peta kendali \bar{X} .

C. Peta Kendali EWMA

Pertama kali dikenalkan pada tahun 1959 oleh Roberts. Peta kendali EWMA adalah peta kendali yang digunakan untuk mendeteksi pergeseran kecil *mean* proses. Peta kendali EWMA dapat mendeteksi pergeseran kecil dalam suatu proses produksi dan memiliki nilai pembobot untuk setiap data yang digunakan. Peta Kendali EWMA dapat didefinisikan dengan sebagai berikut:

$$Y_j = \lambda X_j + (1 - \lambda)Y_{j-1} \quad (4)$$

dengan:

λ adalah parameter pembobot EWMA dengan nilai $0 < \lambda \leq 1$

Y_j adalah nilai EWMA

X_j adalah data hasil produksi pada waktu ke j

$j = 1,2,3, \dots, n$

dengan λ adalah parameter pembobot yang digunakan bernilai $0 < \lambda \leq 1$, adanya λ untuk memberikan bobot pada data awal sehingga dapat mendeteksi pergeseran data lebih sensitif [2]. Pada tahun 1999, Borror, Montgomery dan Runger membandingkan kinerja peta kendali EWMA dan Shewhart berdasarkan nilai ARL untuk data berdistribusi normal dan tidak normal. Dua informasi penting yang dihasilkan adalah pertama, nilai ARL untuk peta kendali shewhart dengan data tidak normal sangat kecil sehingga meningkatkan laju alarm palsu dan membuat data tidak valid. Kedua, peta kendali EWMA bekerja dengan sangat baik untuk data berdistribusi normal dan tidak normal.

Batas kendali untuk peta kendali EWMA adalah,

$$BPA = \mu_0 + L\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}} \sigma_X^2 \quad (5)$$

$$GT = \mu_0 \quad (6)$$

$$BPB = \mu_0 - L\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}} \sigma_X^2 \quad (7)$$

dengan,

μ_0 adalah *mean* dari X_j

σ_X^2 adalah varian dari X_j

D. Peta Kendali DEWMA

Pada tahun 1992, Shamma S.E dan Shamma S.K melakukan penelitian mengenai peta kendali DEWMA yang merupakan pengembangan dari peta kendali EWMA. Peta kendali DEWMA dibentuk untuk meningkatkan nilai sensitivitas dalam mendeteksi pergeseran nilai *mean* proses yang kecil. Pada umumnya, data untuk peta kendali EWMA adalah sebagai berikut:

$$Z_j = \lambda Y_j + (1 - \lambda)Z_{j-1} \quad (8)$$

dengan:

λ adalah parameter pembobot EWMA dengan nilai $0 < \lambda \leq 1$

Y_j adalah nilai EWMA

Z_j adalah nilai DEWMA

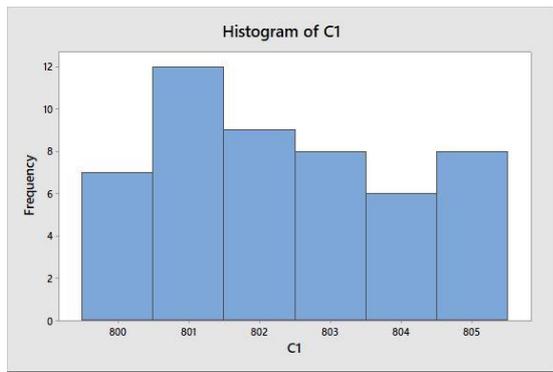
j adalah subgroup dengan $j = 1,2,3, \dots, n$

Sedangkan batas kendali untuk peta kendali DEWMA adalah,

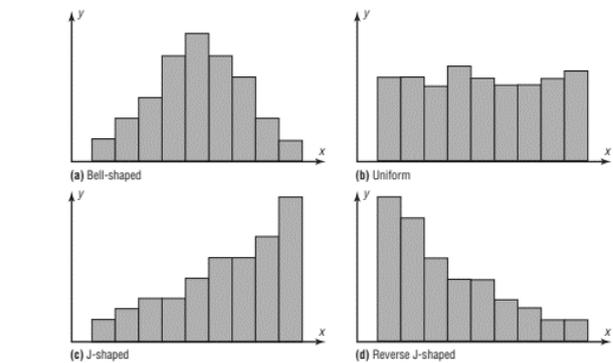
$$BPA = \mu_0 + L\sqrt{\frac{\lambda(\lambda^2-2\lambda+2)}{(2-\lambda)^3}} \sigma_X^2 \quad (9)$$

$$GT = \mu_0 \quad (10)$$

$$BPB = \mu_0 - L\sqrt{\frac{\lambda(\lambda^2-2\lambda+2)}{(2-\lambda)^3}} \sigma_X^2 \quad (11)$$



Gambar 1. Histogram Data Produksi *Wheeldops*.



Gambar 2. Beberapa Distribusi Berdasarkan Histogram.

dengan,

μ_0 adalah *mean* dari X_j

$\sigma_{X_j}^2$ adalah varian dari X_j

E. *Average Run Length (ARL)*

ARL merupakan rata-rata banyaknya sampel subgroup yang harus diamati sampai ditemukan *out of control* yang pertama. Semakin kecil nilai ARL, semakin cepat dan efektif peta kendali tersebut dalam mendeteksi adanya pergeseran proses. Nilai ARL dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$ARL = \frac{1}{1-\beta} \tag{12}$$

dengan β merupakan probabilitas penerimaan hasil sampling seharusnya ditolak atau cacat. Untuk mencari β dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\beta = P(BPB \leq x \leq BPA) \tag{13}$$

dengan *BPA* adalah Batas Kendali Atas dan *BPB* adalah Batas Kendali Bawah.

III. METODOLOGI PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penulisan Makalah ini adalah data primer pada data produksi *wheeldops* PT Morodadi Prima. Produk *wheeldops* yang digunakan adalah baja plat putih berbentuk lingkaran dengan diameter 800 mm dan toleransi ≥ 5 mm. Data yang diambil berupa data diameter *wheeldops* pada 50 proses produksi terakhir.

Langkah-langkah analisis yang akan dilakukan berdasarkan tujuan dalam penulisan Makalah ini adalah sebagai berikut:

1. Langkah analisis untuk menyelesaikan tujuan penelitian yang pertama, yaitu mendapatkan data produksi *wheeldops* PT Morodadi Prima dan mencari distribusi data.
2. Langkah analisis untuk menyelesaikan tujuan penelitian yang kedua, yaitu memperoleh hasil peta kendali EWMA dan DEWMA untuk data proses produksi *wheeldops* PT Morodadi Prima.
 - a. Menerapkan peta kendali EWMA dan DEWMA berdasarkan data yang diperoleh.
 - b. Membandingkan hasil peta kendali EWMA dan DEWMA.
 - c. Menganalisa peta kendali EWMA dan DEWMA berdasarkan ARL.

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisis dan pembahasan mendapatkan dan membandingkan peta kendali EWMA dan peta kendali

DEWMA untuk data produksi *Wheeldops* PT Morodadi Prima adalah sebagai berikut:

A. *Mengkaji Rumusan Batas Kendali EWMA dan DEWMA*

Digunakan plot grafik atau *histogram* untuk menentukan distribusi data [5]. Histogram dari data produksi *wheeldops* dapat dilihat pada Gambar 1:

Pada Gambar 1 disajikan histogram data produksi *wheeldops* dan pada Gambar 2 disajikan histogram dari beberapa distribusi. Berdasarkan Gambar 2, data produksi *wheeldops* termasuk pada distribusi *uniform*. Selain itu, karakteristik data berdistribusi *uniform* yaitu, memiliki *interval* $[a, b]$ dan data produksi *wheeldops* juga memiliki *interval* $[800, 805]$, pada distribusi *uniform* setiap variabelnya juga memiliki peluang berhasil antara *interval* $[a, b]$ sama besar dalam suatu percobaan yang juga pada data produksi *wheeldops* jumlah produk yang dihasilkan memiliki peluang antara *interval* $[800, 805]$ sama besar dalam setiap proses produksinya [3]. Sehingga karena 2 karakteristik data berdistribusi *uniform* juga dimiliki data produksi *wheeldops*, dan plot histogram dari data produksi *wheeldops* hampir sama dengan plot histogram dari data yang berdistribusi *uniform*, maka dapat dikatakan bahwa data produksi *wheeldops* berdistribusi *uniform* [5]. Dengan berdistribusi *uniform*, maka berdasarkan Persamaan (2) dan (3) *mean* dan *standar deviasi* dari data tersebut adalah:

$$\begin{aligned} \mu_X &= E(X) = \frac{b+a}{2} \\ &= \frac{805+800}{2} \\ &= \frac{1605}{2} \\ \mu_X &= 802,5 \\ \sigma_X^2 &= Var(X) = \frac{(b-a)^2}{12} \\ &= \frac{(805-800)^2}{12} \\ &= \frac{5^2}{12} \\ &= \frac{25}{12} \\ &= 2,083 \\ \sigma_X &= \sqrt{2,083} \\ \sigma_X &= 1,4433 \end{aligned}$$

Fungsi kepadatan probabilitas (*pdf*) dari data produksi *wheeldops* yang berdistribusi *uniform* dari Persamaan (1) adalah

$$f(x) = \frac{1}{805-800} = \frac{1}{5} \text{ untuk } 800 \leq x \leq 805.$$

B. *Menerapkan Peta Kendali EWMA dan DEWMA*

1. *Analisa Peta Kendali EWMA*

Tabel 1.
Nilai Y_j untuk $\lambda = 0,1$

No	\bar{X}_j	Y_j	No	\bar{X}_j	Y_j
1	801	802,35	26	800	802,3495
2	804	802,515	27	803	802,4146
3	802	802,4635	28	803	802,4731
4	801	802,3172	29	804	802,6258
5	803	802,3854	30	803	802,6632
6	802	802,3469	31	805	802,8969
7	805	802,6122	32	801	802,7072
8	800	802,351	33	805	802,9365
9	801	802,2159	34	800	802,6482
10	805	802,4943	35	801	802,4786
11	804	802,6499	36	803	802,5307
12	802	802,5804	37	801	802,3776
13	803	802,6223	38	800	802,1399
14	800	802,3601	39	805	802,4259
15	801	802,2241	40	801	802,2833
16	802	802,2017	41	804	802,455
17	800	801,9815	42	802	802,4095
18	805	802,2834	43	801	802,2685
19	803	802,355	44	805	802,5417
20	802	802,3195	45	802	802,4875
21	804	802,4876	46	803	802,5388
22	805	802,7388	47	801	802,3849
23	804	802,8649	48	802	802,3464
24	801	802,6784	49	800	802,1118
25	802	802,6106	50	801	802,0006

Tabel 2.
Nilai Z_j untuk $\lambda = 0,1$

No	\bar{X}_j	Y_j	No	\bar{X}_j	Y_j
1	801	802,35	26	800	802,3495
2	804	802,515	27	803	802,4146
3	802	802,4635	28	803	802,4731
4	801	802,3172	29	804	802,6258
5	803	802,3854	30	803	802,6632
6	802	802,3469	31	805	802,8969
7	805	802,6122	32	801	802,7072
8	800	802,351	33	805	802,9365
9	801	802,2159	34	800	802,6482
10	805	802,4943	35	801	802,4786
11	804	802,6499	36	803	802,5307
12	802	802,5804	37	801	802,3776
13	803	802,6223	38	800	802,1399
14	800	802,3601	39	805	802,4259
15	801	802,2241	40	801	802,2833
16	802	802,2017	41	804	802,455
17	800	801,9815	42	802	802,4095
18	805	802,2834	43	801	802,2685
19	803	802,355	44	805	802,5417
20	802	802,3195	45	802	802,4875
21	804	802,4876	46	803	802,5388
22	805	802,7388	47	801	802,3849
23	804	802,8649	48	802	802,3464
24	801	802,6784	49	800	802,1118

Nilai masing-masing Y_j didapatkan dari Persamaan (4) masing-masing nilai Y_j saling berkaitan satu dengan yang lainnya. Nilai Y_0 dapat diasumsikan sebagai nilai rata-rata data atau μ [6]. Parameter yang digunakan adalah λ dengan nilai $\lambda = 0,1$ hingga $\lambda = 0,5$ dengan selisih 0,1 karena ketika nilai $\lambda < 0,05$ peta kendali yang dihasilkan tidak akan jauh berbeda dari peta kendali $\lambda = 0,1$ dibawahnya dan ketika $\lambda \geq 0,05$ tidak akan jauh dengan beda 0,1 diatasnya.

Untuk $\lambda = 0,1$

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= \lambda X_1 + (1 - \lambda)Y_0 \\
 &= (0,1)\bar{X}_1 + (1 - 0,1)Y_0 \\
 &= (0,1)(801) + (0,9)(802,5) \\
 &= 80,1 + 722,25 \\
 &= 802,35 \\
 Y_2 &= \lambda X_2 + (1 - \lambda)Y_1 \\
 &= (0,1)\bar{X}_2 + (1 - 0,1)Y_1 \\
 &= (0,1)(804) + (0,9)(802,35) \\
 &= 80,4 + 722,115 \\
 &= 802,515 \\
 Y_3 &= \lambda X_3 + (1 - \lambda)Y_2 \\
 &= (0,1)\bar{X}_3 + (1 - 0,1)Y_2 \\
 &= (0,1)(802) + (0,9)(802,515) \\
 &= 80,2 + 722,2635 \\
 &= 802,4635
 \end{aligned}$$

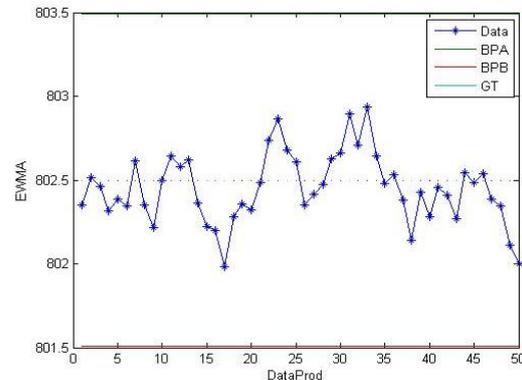
melalui perhitungan yang sama untuk $j = 4,5,6, \dots, 50$ nilai Y_j untuk $\lambda = 0,1$ ditampilkan pada Tabel 1. Dengan perhitungan yang sama pula digunakan untuk menghitung $\lambda = 0,2$ hingga $\lambda = 0,5$.

Berdasarkan Persamaan (5), Persamaan (6) dan Persamaan (7). Setelah diperoleh Batas Kendali Atas dan Batas Kendali Bawah, dapat disusun peta kendali EWMA dengan λ yang ditentukan untuk menampilkan data produksi *wheeldops*.

Pada Gambar 3 dari 50 data produksi, tidak terdapat titik yang berada diluar garis batas kendali. Hal ini menunjukkan bahwa produksi *wheeldops* telah terkendali secara statistik.

3. Analisa Peta Kendali DEWMA

Pengendalian kualitas produksi pada produk *wheeldops* dengan menggunakan peta kendali DEWMA dilakukan untuk



Gambar 1. Peta Kendali EWMA dengan $\lambda = 0,1$.

menunjukkan data hasil produksi pada produk *wheeldops* sudah terkendali atau belum.

Nilai Z_j dapat diperoleh melalui Persamaan (8) dengan Z_0 yang merupakan nilai awal yang diperoleh dari rata-rata data $Z_0 = Y_0 = \mu_x$. Sehingga nilai $Z_0 = 802,5$ dan nilai standar deviasinya adalah 1,4433. Parameter yang digunakan dalam peta kendali DEWMA adalah $\lambda = 0,1$ hingga $\lambda = 0,5$.

Untuk $\lambda = 0,1$

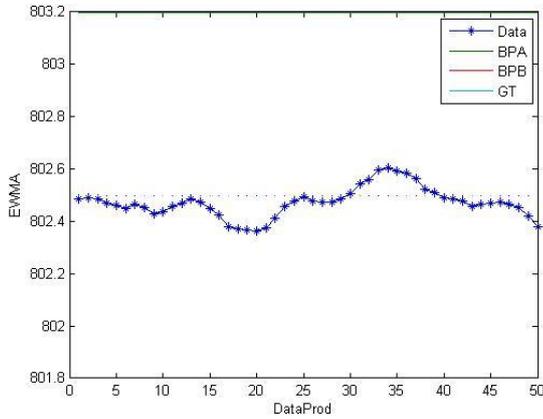
$$\begin{aligned}
 Z_1 &= \lambda Y_1 + (1 - \lambda)Z_0 \\
 &= (0,1)Y_1 + (1 - 0,1)Z_0 \\
 &= (0,1)(802,35) + (0,9)(802,5) \\
 &= 80,235 + 722,25 \\
 &= 802,485 \\
 Z_2 &= \lambda Y_2 + (1 - \lambda)Z_1 \\
 &= (0,1)Y_2 + (1 - 0,1)Z_1 \\
 &= (0,1)(802,515) + (0,9)(802,485) \\
 &= 80,2515 + 722,2365 \\
 &= 802,488 \\
 Z_3 &= \lambda Y_3 + (1 - \lambda)Z_2 \\
 &= (0,1)Y_3 + (1 - 0,1)Z_2 \\
 &= (0,1)(802,4635) + (0,9)(802,488) \\
 &= 80,2464 + 722,2392 \\
 &= 802,4856
 \end{aligned}$$

dengan melakukan perhitungan yang sama, nilai Z_j untuk $j = 4,5,6, \dots, 50$ dapat ditunjukkan pada Tabel 2. Dengan

perhitungan yang sama pula digunakan untuk menghitung $\lambda = 0,2$ hingga $\lambda = 0,5$.

Berdasarkan Persamaan (9), Persamaan (10) dan Persamaan (11) diperoleh Batas Kendali Atas dan Batas Kendali Bawah, dapat disusun peta kendali DEWMA dengan λ yang ditentukan untuk menampilkan data produksi *wheeldops*.

Pada Gambar 4 dari 50 data produksi tidak terdapat titik yang berada diluar garis batas kendali. Hal ini menunjukkan bahwa produksi *wheeldops* telah terkendali secara statistik.



Gambar 4. Peta Kendali DEWMA dengan $\lambda = 0,1$

4. Perbandingan Peta Kendali EWMA dan DEWMA

Setelah dilakukan penerapan masing-masing peta kendali terhadap data produksi *wheeldops*, dilakukan perbandingan kedua metode untuk menunjukkan peta kendali yang paling peka mendeteksi pergeseran proses berdasarkan ARL. Jika semakin kecil nilai ARL semakin cepat pula peta kendali mendeteksi pergeseran data. Berdasarkan Persamaan (13) nilai β untuk $\lambda = 0,1$ adalah:

$$\begin{aligned} \beta_{EWMA} &= P(BPB \leq x \leq BPA) \\ &= \int_{801,507}^{803,493} f(x) dx \\ &= \left(\int_{801,507}^{803,493} \frac{1}{5} dx \right) \\ &= \left(\frac{1,986}{5} \right) \\ &= 0,3972 \end{aligned}$$

dengan melakukan perhitungan yang sama, nilai β pada peta kendali EWMA untuk $\lambda = 0,2$ hingga $\lambda = 0,9$ dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Nilai β peta kendali EWMA untuk $\lambda = 0,1$

λ	β_{EWMA}
0,1	0,3972
0,2	0,5772
0,3	0,7276
0,4	0,866
0,5	1,000

Nilai β untuk $\lambda = 0,1$ peta kendali DEWMA berdasarkan Persamaan (13) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \beta_{DEWMA} &= P(BPB \leq x \leq BPA) \\ &= \int_{801,7965}^{803,2035} f(x) dx \\ &= \left(\int_{801,7965}^{803,2035} \frac{1}{5} dx \right) \\ &= \left(\frac{1,407}{5} \right) \\ &= 0,2814 \end{aligned}$$

dengan melakukan perhitungan yang sama, nilai β pada peta kendali DEWMA untuk $\lambda = 0,2$ hingga $\lambda = 0,5$ dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4.

Nilai β peta kendali DEWMA $\lambda = 0,1$

λ	β_{DEWMA}
0,1	0,2814
0,2	0,4132
0,3	0,5082
λ	β_{DEWMA}
0,4	0,607
0,5	0,7453

Berdasarkan Persamaan (11) nilai ARL peta kendali EWMA dengan $\lambda = 0,1$ adalah,

$$\begin{aligned} ARL_{EWMA} &= \frac{1}{1-\beta_{EWMA}} \\ &= \frac{1}{1-0,3972} \\ &= \frac{1}{0,6028} \\ &= 1,6589 \end{aligned}$$

sedangkan nilai ARL untuk peta kendali DEWMA dengan $\lambda = 0,1$ adalah,

$$\begin{aligned} ARL_{DEWMA} &= \frac{1}{1-\beta_{DEWMA}} \\ &= \frac{1}{1-0,2814} \\ &= \frac{1}{0,7186} \\ &= 1,3916 \end{aligned}$$

dengan perhitungan yang sama nilai ARL untuk peta kendali DEWMA dengan $\lambda = 0,2$ hingga $\lambda = 0,5$ dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 4.

Nilai ARL peta kendali EWMA dan DEWMA

λ	ARL_{EWMA}	ARL_{DEWMA}
0,1	1,6589	1,3916
0,2	2,3652	1,7042
0,3	3,6711	2,0358
0,4	7,4627	2,5445
0,5	-	3,9262

Berdasarkan Tabel 5 karena semakin kecil nilai ARL maka akan semakin cepat peta kendali mendeteksi pergeseran proses, sehingga peta kendali DEWMA lebih cepat mendeteksi pergeseran dari pada peta kendali EWMA.

V. KESIMPULAN

Dari hasil pembahasan yang telah disajikan dapat disimpulkan:

1. Batas kendali untuk peta kendali EWMA berdasarkan data adalah,

$$\text{Batas Atas Kendali} = 802,5 + 3 \cdot (1,4433) \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}$$

$$\text{Batas Bawah Kendali} = 802,5 + 3 \cdot (1,4433) \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}$$

sedangkan batas kendali untuk peta kendali DEWMA berdasarkan data adalah,

$$\text{Batas Atas Kendali} = 802,5 + 3 \cdot (1,4433) \sqrt{\frac{\lambda(\lambda^2-2\lambda+2)}{(2-\lambda)^3}}$$

$$\text{Batas Bawah Kendali} = 802,5 + 3 \cdot (1,4433) \sqrt{\frac{\lambda(\lambda^2-2\lambda+2)}{(2-\lambda)^3}}$$

2. Penerapan peta kendali EWMA dan DEWMA untuk data produksi *wheeldops* PT. Morodadi Prima dengan data tidak normal menunjukkan bahwa proses produksi telah terkendali secara statistik.

3. Setelah menerapkan peta kendali EWMA dan DEWMA, untuk data produksi *wheeldops* PT. Morodadi Prima, berdasarkan nilai ARLnya, nilai ARL peta kendali DEWMA

lebih kecil, hal ini menunjukkan bahwa peta kendali DEWMA lebih cepat dalam mendeteksi pergeseran proses pada data proses produksi *wheeldops* PT Morodadi Prima dari pada peta kendali EWMA.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] V. Gasperz, "Total Quality Management," 2004. [Online]. Available: https://www.researchgate.net/publication/305302118_Total_Quality_Management. [Accessed: 27-Mar-2019].
- [2] D. C. Montgomery, *Design and analysis of experiments*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2009.
- [3] A. Blauman, *Elementary Statistics*. New York: Mc Graw Hill Companies, 2009.
- [4] C. Khotimah, "Analisis Peta Kendali DEWMA (Double Exponential Weight Moving Average) dalam Pengendalian Kualitas Produksi FJLB (Finger Joint Laminating Board) pada PT. Inhutani 1 Gresik," Surabaya, 2017.
- [5] Montgomery and C. Douglas, *Introduction to Statistical Quality Control*, 6th ed. USA: John Wiley & Sons Inc, 2009.
- [6] S. S. Alkahtani, "Robustness of DEWMA versus EWMA Control Charts to Non-Normal Processes," *J. Mod. Appl. Stat. Methods*, vol. 12, no. 1, pp. 148–163, May 2013.