

Analisis Pola Persebaran Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU) Wilayah Surabaya Menggunakan *Spatial Poisson Point Process*

Achmad Nuruddin Syaifulloh, Nur Iriawan, dan Pratnya Paramitha Oktaviana
Departemen Statistika, Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data,
Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)
e-mail: paramitha@statistika.its.ac.id

Abstrak—Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU) merupakan sarana yang berfungsi untuk melayani pemenuhan kebutuhan akan bahan bakar bagi kendaraan bermotor masyarakat umum. Hingga 2017, kota Surabaya memiliki 85 SPBU, akan tetapi SPBU di Surabaya belum tersebar secara merata. Akibatnya terdapat daerah yang kesulitan dalam memenuhi kebutuhan BBM karena letak SPBU yang kurang terjangkau. Oleh karena itu pada penelitian ini akan dilakukan analisis pola persebaran SPBU dengan menggunakan metode *spatial poisson point process* untuk mendapatkan efektifitas lokasi SPBU di Surabaya yang dapat dilihat dari lokasi SPBU di wilayahnya. Pendekatan *poisson process* dilakukan karena setelah dilakukan pengujian distribusi, jumlah SPBU setiap lokasi mengikuti distribusi *poisson*. Hasil analisis menunjukkan bahwa pola persebaran SPBU tidak homogen atau *inhomogeneous poisson process*, kemudian model dari intensitas kepadatan SPBU di Surabaya didapatkan dengan menggunakan *mixture poisson regression*. Diketahui bahwa variabel kovariat yang digunakan dalam penelitian ini tidak ada yang memiliki pengaruh signifikan terhadap penambahan SPBU, sehingga penelitian selanjutnya dapat dilakukan dengan penambahan variabel kovariat yang lain.

Kata Kunci—SPBU, *Spatial Poisson Point Process*, Surabaya.

I. PENDAHULUAN

KOTA Surabaya merupakan daerah pusat pemerintahan di provinsi Jawa Timur. Kota Surabaya mempunyai luas wilayah kurang lebih 326,36 km² dengan jumlah penduduk pada tahun 2017, sebanyak 3.065.000 jiwa yang tersebar di 31 kecamatan. Ditinjau dari beberapa aspek, Kota Surabaya mempunyai potensi dari segi wilayah, pariwisata, maupun sosial ekonomi [1]. Berdasarkan letak wilayah, Kota Surabaya dapat dikatakan daerah strategis karena menghubungkan daerah antar provinsi melalui jalur laut serta menghubungkan antar kota dalam provinsi melalui jalur darat baik melalui jalan tol maupun jalan raya. Tingginya tingkat konektivitas memudahkan arus pergerakan sosial maupun ekonomi baik dari dalam maupun dari luar. Hal tersebut memicu perkembangan di Kota Surabaya dalam peningkatan upaya masyarakat untuk memenuhi kebutuhan hidupnya dan peningkatan perekonomian daerah. Selain sebagai kota tujuan pendidikan, Kota Surabaya juga menjadi daerah tujuan wisata yang dipadati pengunjung, sehingga Kota Surabaya merupakan daerah yang memiliki arus pergerakan yang cukup tinggi.

Peningkatan jumlah kendaraan bermotor disebabkan tingginya arus pergerakan kendaraan di Kota Surabaya. Berdasarkan data dari publikasi Kota Surabaya dalam angka 2018 jumlah kendaraan bermotor tahun 2014 sebanyak

2.011.512 dan tahun 2015 sebanyak 2.126.168, hal ini berarti terjadi peningkatan volume kendaraan bermotor sebesar 5,7% [1]. Adanya peningkatan jumlah kendaraan bermotor berdampak pada peningkatan jumlah konsumsi Bahan Bakar Minyak (BBM) di Kota Surabaya. Konsumsi BBM harian rata-rata sebanyak 46ribu kiloliter untuk pertalite, 15ribu kiloliter untuk pertamax, dan 24ribu kiloliter untuk premium dengan total 85ribu kiloliter per hari. Sehingga banyak para investor yang menanamkan modal dengan membuka beberapa SPBU baru di Kota Surabaya. Hingga 2017, kota Surabaya memiliki 85 SPBU, akan tetapi SPBU di Surabaya tersebar tidak merata dari yang sudah digambarkan peneliti. Akibatnya ada daerah yang kesulitan dalam memenuhi kebutuhan BBM karena letak SPBU yang kurang terjangkau. Upaya untuk mengatasi masalah tersebut, peneliti berencana untuk melakukan analisis pola persebaran dan mendapatkan model *spatial poisson point process* berdasarkan lokasi SPBU di Surabaya.

Spatial point process merupakan pola acak titik dalam ruang dimensi lebih atau sama dengan 2. *Spatial point process* digunakan sebagai model statistik untuk menganalisis pola persebaran titik, dengan titik mewakili lokasi dari suatu objek penelitian yang keberadaan dan persebarannya merupakan random di suatu wilayah [2]. Pada penelitian ini, objek yang digunakan adalah SPBU. Lokasi SPBU di Surabaya merupakan suatu titik acak pada peta karena SPBU dibangun untuk memenuhi kebutuhan masyarakat sekitar. Data titik yang mewakili lokasi dari SPBU merupakan tipe *spatial*, dimana dalam penelitian ini menggunakan titik geografis latitude dan longitude dari lokasi SPBU.

Penelitian sebelumnya mengenai studi analisis pola persebaran puskesmas di Surabaya dengan menggunakan *spatial poisson point process* telah dilakukan oleh [3], penelitian ini memberikan hasil bahwa penambahan titik puskesmas tidak dipengaruhi oleh variabel kovariat yang diteliti. Penelitian lainnya mengenai Analisa kecelakaan lalu lintas melalui pendekatan *spatial point process* telah dilakukan oleh [4], penelitian ini mengestimasi parameter *spatial point process* dengan model *seemingly unrelated regression* (SUR) dengan pendekatan *Generalized Least Square* (GLS). Evaluasi peta distribusi stasiun pelayanan bahan bakar umum (SPBU) Pertamina Daerah Istimewa Yogyakarta yang dilakukan oleh [5] dengan pendekatan analisis peta distribusi SPBU pada skala 1:200000 memberikan kesimpulan anjuran untuk pendirian SPBU di sekitar jalan lingkar utara. Penelitian serupa mengenai penentuan lokasi SPBU di Surabaya dilakukan oleh [6] dengan sistem informasi geografis berbasis web dan metode

Analytic Hierarchy Process (AHP) memberikan rekomendasi lokasi pembangunan SPBU baru diantaranya di Jl. Pandegling, Jl. Urip Sumoharjo, Jl. Embong Kemiri, Jl. Gubeng Pojok, serta Jl. Keramat Gantung. Metode AHP merupakan metode matematika tanpa ada pengujian secara statistik dan penentuan tingkat prioritas kriteria bergantung pada persepsi peneliti, sehingga hasil yang didapatkan tidak cukup baik. Pada penelitian ini, diharapkan metode *spatial poisson point process* mampu melengkapi kekurangan dari metode AHP tersebut.

Berdasarkan uraian tersebut, akan dilakukan analisis pola persebaran SPBU di Surabaya dengan menggunakan metode *spatial poisson point process*. Penelitian ini diharapkan dapat memberikan tambahan informasi untuk investor menanamkan modalnya dalam bentuk pembangunan SPBU, serta masyarakat dapat lebih mudah memenuhi kebutuhan akan BBM.

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Uji Kesesuaian Model

Uji kesesuaian model dengan Kolmogorv-Smirnov dilakukan untuk mengetahui bahwa data jumlah SPBU berdistribusi *poisson*. Kolmogorov-Smirnov merupakan metode yang dapat digunakan pada data kuantitatif dan pada n yang kecil [7]. Hipotesis dari uji Kolmogorov-Smirnov.

H_0 : Data mengikuti pola fungsi distribusi tertentu.

H_1 : Data tidak mengikuti pola fungsi distribusi tertentu.

Penolakan hipotesis dapat dilakukan dengan menggunakan statistik uji pada persamaan (1).

$$D = \max_{1 \leq i \leq n} \left(F(x_i) - \frac{i-1}{n}, \frac{i}{n} - F(x_i) \right) \quad (1)$$

dengan D nilai statistik uji Kolmogorov-Smirnov, n jumlah sampel, x_i data ke- i yang telah diurutkan, dan $F(x_i)$ fungsi distribusi kumulatif dari distribusi tertentu. Hipotesis akan tolak H_0 apabila $D > \text{Critical Value}$ (CV), nilai kritis dalam uji Kolmogorv-Smirnov adalah [8].

$$CV = \frac{1,36}{\sqrt{n}} \quad (2)$$

B. Keluarga Eksponensial

Distribusi *poisson* termasuk keluarga eksponensial, sehingga dapat dinyatakan dalam persamaan (3).

$$f(w; \lambda) = \exp[a(w)b(\lambda) + c(\lambda) + d(w)] \quad (3)$$

b dan c merupakan koefisien dari parameter λ , sedangkan a dan d merupakan parameter dari w .

Distribusi *poisson* merupakan distribusi banyaknya kejadian yang tergantung pada selang waktu tertentu atau wilayah tertentu, dimana hasil pengamatan berupa data diskrit dan antar kejadian saling independent. *Link function* merupakan penghubung antara prediktor linier dengan *mean* dari fungsi distribusi. *Link function* dari distribusi didapatkan dengan membentuk fungsi peluang dari distribusi ke dalam bentuk keluarga eksponensial seperti yang ditunjukkan oleh persamaan (4).

$$a(w) = (\ln(w))^{-1}, b(\lambda) = (-\lambda), c(\lambda) = \ln(\lambda), d(w) = w \quad (4)$$

Link function pada bentuk keluarga eksponensial merupakan komponen $c(\lambda)$, sehingga *link function* untuk distribusi *poisson* merupakan $\ln(\lambda)$ pada model linear dengan kovariat x seperti pada persamaan (5).

$$\ln(\lambda) = \mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta} \quad (5)$$

C. Spatial Poisson Point Process

Spatial Point Process merupakan pola acak titik dalam ruang dimensi lebih atau sama dengan 2 yang digunakan sebagai model statistik untuk menganalisis pola persebaran titik, dimana titik mewakili lokasi dari suatu objek penelitian. Contohnya, sarang burung, lokasi pohon, dan lain-lain yang keberadaannya dan persebarannya merupakan random di suatu wilayah [2]. Proses *poisson* terdiri dari *homogeneous poisson process* dan *inhomogeneous poisson process*.

Homogeneous poisson process merupakan suatu proses *poisson* dengan fungsi intensitas λ bernilai konstan atau tunggal [9]. Karakteristik dari *Homogeneous poisson Point Process* diantaranya [10].

1. Jumlah $n(\mathbf{X} \cap B)$ dari *point* berada di dalam wilayah B memiliki distribusi *poisson*.
2. Nilai ekspektasi dari *point* yang berada di dalam wilayah B merupakan $E[n(\mathbf{X} \cap B)] = \lambda|B|$
3. Jika B_1, B_2, \dots merupakan wilayah berbeda dari suatu ruang maka $n(\mathbf{X} \cap B_1), n(\mathbf{X} \cap B_2), \dots$ merupakan variabel random yang saling independent
4. Jika $n(\mathbf{X} \cap B) = n$, maka n *point* merupakan independent dan berdistribusi secara seragam pada wilayah B .

Inhomogeneous poisson process merupakan suatu proses *poisson* dengan fungsi intensitas λ yang tidak konstan atau bervariasi sesuai dengan perubahan waktu dan area [9]. Karakteristik dari *inhomogeneous poisson point process* diantaranya.

1. Jumlah $n(\mathbf{X} \cap B)$ dari *point* berada di dalam wilayah B memiliki distribusi *poisson*.
2. Nilai ekspektasi dari *point* yang berada di dalam wilayah B merupakan $E[n(\mathbf{X} \cap B)] = \int_B \lambda(u) du$
3. Jika B_1, B_2, \dots merupakan wilayah berbeda dari suatu ruang maka $n(\mathbf{X} \cap B_1), n(\mathbf{X} \cap B_2), \dots$ merupakan variabel random yang saling independent
4. Jika $n(\mathbf{X} \cap B) = n$, maka n *point* merupakan independent dan berdistribusi secara identik, dengan PDF pada persamaan (6).

$$f(u) = \frac{\lambda(u)}{I}, \text{ dengan } I = \int_B \lambda(u) du \quad (6)$$

Uji homogenitas pada proses *poisson* bertujuan untuk mengetahui intensitas pola titik yang diteliti termasuk pola titik homogen non homogen, sehingga pada saat melakukan estimasi parameter didapatkan model yang sesuai. Uji homogenitas proses *poisson* dilakukan menggunakan uji *chi-square* dengan hipotesis.

H_0 : Intensitas lokasi SPBU homogen

H_1 : Intensitas lokasi SPBU tidak homogen

Penolakan hipotesis di atas dapat dilakukan dengan menggunakan statistik uji pada persamaan (7) [10].

$$X^2 = \sum_{j=1}^r \frac{(n_j - e_j)^2}{e_j} = \sum_{j=1}^r \frac{(n_j - \bar{\lambda} a_j)^2}{\bar{\lambda} a_j} \quad (7)$$

dengan, $\bar{\lambda} = n/a$, n : total jumlah *point*, a : total luas area.

D. Transformasi Pixel Image

Data kovariat pada penelitian ini ditampilkan dalam bentuk *pixel image* menggunakan metode *kernel smoother of mark*. Metode tersebut digunakan untuk *spatial smoothing* dari nilai *mark* pada *point pattern*. Misalkan data merupakan *point* x_1, \dots, x_n , dengan nilai *mark* m_1, \dots, m_n , yang mana merupakan nilai real yang sesuai dengan titik lokasi u . Fungsi *spatial* yang digunakan merupakan *The Nadaraya-Watson smoother* dirumuskan pada persamaan (8).

$$m(u) = \frac{\sum_{i=1}^n m_i k(u - x_i)}{\sum_{i=1}^n k(u - x_i)} \tag{8}$$

Transformasi *pixel image* dalam *package spatstat* menggunakan *smooth.ppp* untuk *point pattern*. Hasil dari *smooth.ppp* akan mendekati rata-rata *mark* dalam kumpulan data [11].

E. Standardize

Standardize merupakan sebuah cara mengubah *range* data yang sangat besar dari variabel yang digunakan dalam penelitian. Pada konteks regresi, *standardize* digunakan untuk mengurangi *collinearity* yang disebabkan oleh adanya interaksi dalam model regresi [11].

F. Regresi Poisson

Regresi *poisson* merupakan regresi yang dapat menggambarkan hubungan antara variabel respon (Y) yang berdistribusi *poisson* dengan satu atau lebih variabel prediktor (X). Pengaplikasian regresi *poisson* untuk analisis data *count* [12]. Bentuk regresi *poisson* ditunjukkan oleh persamaan (9).

$$\ln(\lambda_j) = \beta_0 + \beta_1 x_{1j} + \beta_2 x_{2j} + \dots + \beta_k x_{kj} \tag{9}$$

dengan, λ_j merupakan rata-rata jumlah kejadian suatu interval atau area tertentu.

Model regresi *mixture poisson* akan terbentuk apabila variabel respon dalam analisis diduga memiliki lebih dari satu distribusi *poisson*. Pola model *mixture* ditunjukkan pada persamaan (10) [13].

$$f_{mix}(y|\lambda, \mathbf{P}) = \sum_{j=1}^M P_j g_j(y|\lambda_j) \tag{10}$$

dengan, $f_{mix}(y|\lambda, \mathbf{P})$: fungsi densitas model *mixture*, $g_j(y|\lambda_j)$: fungsi densitas j dari sebanyak M komponen penyusun model *mixture*, λ : vektor parameter dengan elemen $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M)$, dan \mathbf{P} : vektor parameter proporsi komponen *mixture* dengan elemen (P_1, P_2, \dots, P_M) dimana \mathbf{P} harus memenuhi syarat $\sum_{j=1}^M P_j = 1$ serta $0 \leq P_j \leq 1, j = 1, 2, \dots, M$.

Sehingga model dari data banyak sub populasi M yang masing-masing berdistribusi *poisson* pada persamaan (11).

$$f_{mix}(y|\lambda, \mathbf{P}) = P_1 \text{poiss}(y|\lambda_1) + \dots + P_M \text{poiss}(y|\lambda_M) \tag{11}$$

G. Metode Bayesian

Metode bayesian merupakan metode statistik yang digunakan untuk mencari estimasi parameter dari model *inhomogeneous poisson process* dengan memanfaatkan data sampel dari sebuah populasi dan memandang semua parameter yang tidak diketahui sebagai variabel random [14].

Teorema Bayes pada x yang berdistribusi *poisson* dengan parameter λ , maka posterior ditunjukkan oleh persamaan (12).

$$p(\lambda|x) = \frac{p(x|\lambda)p(\lambda)}{p(x)} \tag{12}$$

dengan $p(\lambda|x)$ merupakan distribusi posterior, $p(x|\lambda)$ merupakan fungsi *likelihood*, $p(\lambda)$ merupakan distribusi prior, dan $p(x)$ merupakan konstanta normalitas.

1. Distribusi Prior

Distribusi *prior* merupakan distribusi yang diperlukan untuk membentuk distribusi *posterior* suatu data. Distribusi *prior* ada berbagai jenis diantaranya [15].

- a. *Conjugate prior* dan *non conjugate prior* merupakan penentuan distribusi *prior* berdasarkan pola fungsi *likelihood*.
- b. *Proper prior* dan *improper prior* merupakan penentuan distribusi *prior* berdasarkan pemberian densitas atau bobot pada setiap titik dengan pertimbangan terdistribusi secara uniform atau tidak.
- c. *Informative prior* dan *non informative prior* merupakan penentuan distribusi *prior* berdasarkan pola distribusi data yang sudah diketahui atau tidak.
- d. *Pseudo prior* merupakan penentuan distribusi *prior* berdasarkan hasil dari *frequentist*.

2. Markov Chain Monte Carlo (MCMC)

Markov Chain Monte Carlo (MCMC) merupakan metode untuk membangkitkan variabel random berdasarkan penyusunan *markov chain* hingga mencapai konvergen. MCMC membangkitkan data sampel parameter dengan menggunakan metode *gibbs sampling*, kemudian menggunakan prosedur iterasi yang bergantung pada langkah sebelumnya [14].

3. Gibbs Sampling

Gibbs Sampling merupakan teknik membangkitkan variabel random dari suatu distribusi data atau distribusi marginal $f(x)$ tanpa harus menghitung fungsi kepadatan distribusi tersebut. Proses *gibbs sampling* dilakukan dengan cara membangkitkan serangkaian *gibbs* variabel random (*gibbs sequence*) berdasarkan sifat dasar *markov chain* [16].

H. Deviance Information Criterion (DIC)

Pemilihan model terbaik dilakukan apabila terdapat lebih dari satu model yang layak digunakan. *Deviance Information Criterion* (DIC) merupakan salah satu alat yang dapat digunakan sebagai pemilihan model terbaik metode Bayesian dengan mempertimbangkan kompleksitas model [17]. Ukuran kompleksitas model dinyatakan dalam P_D , yang merupakan selisih antara rata-rata *posterior* dari *deviance* $\bar{D}(\hat{\theta})$ dan *deviance posterior* taksiran parameter $D(\hat{\theta})$. Perumusan untuk memperoleh nilai *deviance* diberikan pada persamaan (13)

$$DIC = \bar{D}(\hat{\theta}) - P_D \tag{13}$$

Model dikategorikan dalam model terbaik apabila memiliki nilai DIC yang paling kecil diantara model alternatif lainnya [18].

I. Stasiun Pengisian Bahan bakar Umu (SPBU)

Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU) adalah sarana yang berfungsi untuk melayani pemenuhan kebutuhan akan bahan bakar bagi kendaraan bermotor masyarakat

umum [19]. Seiring dengan adanya kebijakan pemerintah mengenai pasar bebas dan otonomi daerah, memicu adanya pertumbuhan pembangunan SPBU di berbagai wilayah secara pesat yang dilakukan oleh pihak swasta. Pembangunan SPBU mencakup beberapa faktor yang terdiri dari faktor fisik, sosial, dan ekonomi. Pemilihan lokasi SPBU tentunya harus dapat mendukung peningkatan pemasukan bagi SPBU tersebut.

III. METODOLOGI PENELITIAN

A. Sumber Data

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data sekunder mengenai 85 lokasi SPBU di kota Surabaya pada tahun 2018 berupa titik *latitude* dan *longitude* yang didapatkan dari *website google maps*. Selain data lokasi SPBU, data kovariat atau data pendukung lainnya diperoleh dari publikasi Surabaya dalam angka 2018 yang berasal dari *website BPS Kota Surabaya*.

B. Variabel Penelitian

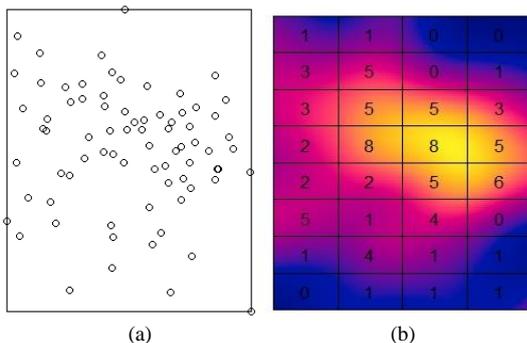
Variabel penelitian yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari variabel respon dan variabel kovariat. Variabel respon yang digunakan berupa jumlah SPBU pada area lokasi yang memiliki ukuran titik *latitude* dan titik *longitude* tertentu yang didasarkan pada jumlah kecamatan di kota Surabaya. Sedangkan untuk variabel kovariat yang digunakan merupakan variabel pendukung dari SPBU meliputi jumlah penduduk per kecamatan, jumlah industri per kecamatan, serta jumlah bangunan pendidikan per kecamatan. Tabel 1 merupakan data lokasi SPBU yang telah didapatkan.

Tabel 1.
Data lokasi SPBU

No	Alamat	Latitude	Longitude
1	Jl. Dupak Rukun No. 110	-7.24937	112.7105
2	Jl. Raya Margomulyo No. 33	-7.24399	112.6815
...
85	Jl. Raya Sawotratap Aloha	-7.28934	112.735

Data mengenai lokasi SPBU pada Tabel 1 dilakukan visualisasi menjadi bentuk *planar point pattern* seperti pada Gambar 1 (a) yang menjelaskan bahwa pola persebaran SPBU di Surabaya tersebar secara tidak merata.

Pada penelitian ini persebaran SPBU di Surabaya dibagi menjadi 32 grid yang memiliki ukuran titik *latitude* dan titik *longitude* tertentu didasarkan pada jumlah kecamatan di Surabaya. Setiap grid saling independen terhadap grid yang lainnya seperti pada Gambar 1 (b).



Gambar 1. (a) *Planar point pattern* lokasi SPBU (b) Pembagian grid dengan jumlah SPBU di Surabaya.

Tabel 2.
Variabel Penelitian

Variabel	Skala	Deskripsi
Y	Rasio	Jumlah SPBU setiap grid
X_1	Rasio	Jumlah industri setiap grid
X_2	Rasio	Jumlah penduduk setiap grid
X_3	Rasio	Jumlah bangunan pendidikan setiap grid

Tabel 3.
Struktur Data Penelitian

Grid	Y	X_1	X_2	X_3
1	Y_1	$X_{1,1}$	$X_{1,2}$	$X_{1,3}$
2	Y_2	$X_{2,1}$	$X_{2,2}$	$X_{2,3}$
...
32	Y_{32}	$X_{32,1}$	$X_{32,2}$	$X_{32,3}$

Pembagian grid tersebut digunakan sebagai dasar penggunaan variabel penelitian, dimana variabel jumlah industri per kecamatan, jumlah penduduk per kecamatan, dan jumlah bangunan pendidikan per kecamatan dilakukan transformasi *pixel image* ke dalam 32 grid sehingga didapatkan variabel penelitian seperti pada Tabel 2. Sedangkan Tabel 3 menunjukkan struktur data pada penelitian ini.

C. Langkah Analisis

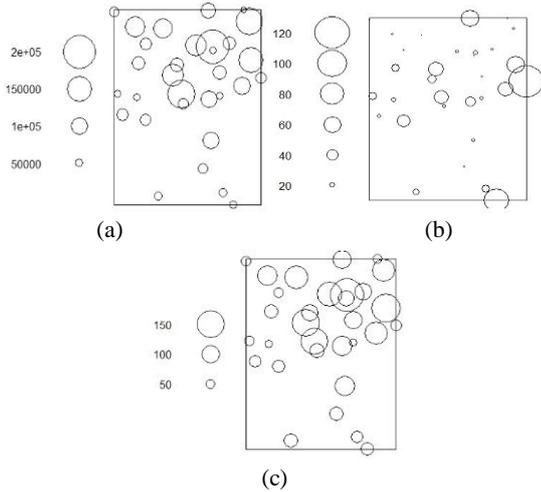
Langkah-langkah dalam melakukan analisis pola persebaran SPBU di Surabaya adalah sebagai berikut.

- Melakukan analisis karakteristik pola persebaran SPBU di Surabaya dengan membuat plot dari data titik *latitude* dan *longitude*. Kemudian menganalisis pola persebaran SPBU melalui *contour* untuk mengetahui secara visual SPBU tersebar secara merata atau tidak.
- Melakukan identifikasi inhomogeneous poisson process dengan melakukan uji kesesuaian distribusi dan melakukan uji homogenitas poisson process untuk memperkuat secara statistik hasil analisis secara visual menunjukkan hasil yang sesuai.
- Melakukan identifikasi model mixture untuk mengetahui data memiliki pola lebih dari satu. Jika terindikasi mixture, data respon dibagi menjadi beberapa kategori.
- Melakukan estimasi parameter model dengan metode Bayesian. Algoritma metode Bayesian menggunakan WinBUGS diantaranya.
 - Membentuk fungsi *likelihood* dari distribusi *poisson*
 - Menentukan distribusi *prior* yang bergantung pada hasil *frequentist*
 - Membentuk distribusi *posterior* berdasarkan distribusi *prior*
 - Membentuk full *conditional posterior distribution* untuk parameter yang diestimasi
 - Menyusun DAG pada WinBUGS
 - Menentukan besarnya sampel yang akan dibangkitkan sampai memenuhi sifat *irreducible*, *recurrent*, dan *aperiodic*.
 - Melakukan proses iterasi penaksiran parameter menggunakan *gibbs sampling*
 - Mendapatkan parameter model terbaik menggunakan DIC
- Membuat kesimpulan dan saran dari hasil analisis.

IV. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

A. Eksplorasi Data

Karakteristik variabel *respon* data lokasi SPBU seperti yang telah diberikan dalam Gambar 1(a) yang menunjukkan bahwa lokasi SPBU tersebar secara tidak merata seta Gambar 1(b) menjelaskan kepadatan dari beberapa lokasi memiliki nilai yang tinggi daripada yang lain yaitu pada grid dengan jumlah SPBU 5, 6, dan 8. Kedua hal tersebut mengindikasikan tidak homogenya persebaran lokasi SPBU.



Gambar 2. (a) Mark Point Pattern Jumlah Industri, (b) Mark Point Pattern Jumlah Penduduk, dan (c) Mark Point Pattern Jumlah Bangunan Pendidikan.

Karakteristik variabel kovariat yang diberikan pada Gambar 2 menunjukkan bahwa jumlah terbanyak dari industri, penduduk, serta bangunan pendidikan terletak pada grid dengan jumlah SPBU berkisar 5 seperti pada Gambar 1. Penambahan industri pada daerah grid akan berdampak pada meningkatkan kebutuhan BBM, sedangkan penambahan SPBU pada daerah grid dengan penduduk dan bangunan pendidikan terbanyak akan meningkatkan profit bagi SPBU serta membantu masyarakat sekitar dalam memenuhi kebutuhan BBM.

B. Model Spatial Poisson Point Process

Model *spatial poisson point process* didapatkan melalui identifikasi *inhomogeneous poisson process* dan identifikasi model *mixture*. Identifikasi *inhomogeneous poisson process* dapat dilakukan apabila data jumlah SPBU berdistribusi *poisson*, sehingga perlu dilakukan uji kesesuaian distribusi. Hasil pengujian kesesuaian distribusi dengan menggunakan software *EasyFit* diberikan pada Tabel 4.

Tabel 4.
Pengujian Kesesuaian Distribusi

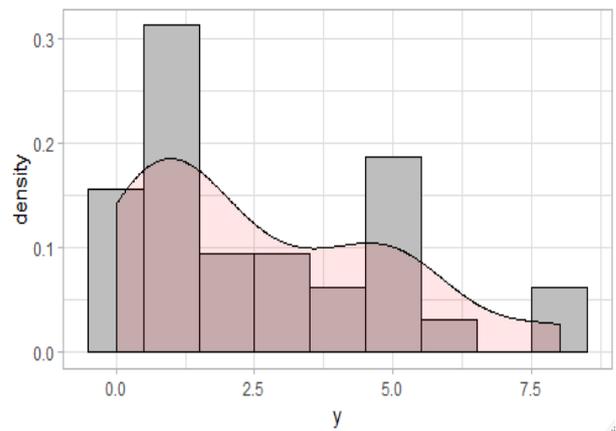
Nilai Statistik	Critical Value	p-value
0,22797	0,23424	0,06065

Berdasarkan hasil pengujian pada Tabel 4 didapatkan keputusan gagal tolak H_0 dikarenakan nilai statistik kurang dari *critical value* dengan menggunakan alpha sebesar 5%. Sehingga data jumlah SPBU berdistribusi *poisson* atau persebaran lokasi SPBU di Surabaya memenuhi kriteria *poisson process*. Persebaran SPBU dapat diketahui melalui uji homogenitas intensitas dengan menggunakan software R yang memberikan hasil pada Tabel 5.

Tabel 5.
Pengujian Homogenitas Intensitas

Nilai Statistik	df	p-value
63.706	31	0,0009655

Hasil pengujian pada Tabel 5 memberikan keputusan tolak H_0 dikarenakan p-value kurang dari alpha 5%. Sehingga dapat disimpulkan bahwa tingkat intensitas persebaran lokasi SPBU wilayah Surabaya tidak homogen atau intensitas *poisson process* termasuk dalam jenis *inhomogeneous poisson process*. Untuk mengetahui bahwa jumlah SPBU memiliki pola lebih dari satu dilakukan identifikasi *mixture*.



Gambar 3. Histogram Data Jumlah SPBU Setiap Grid.

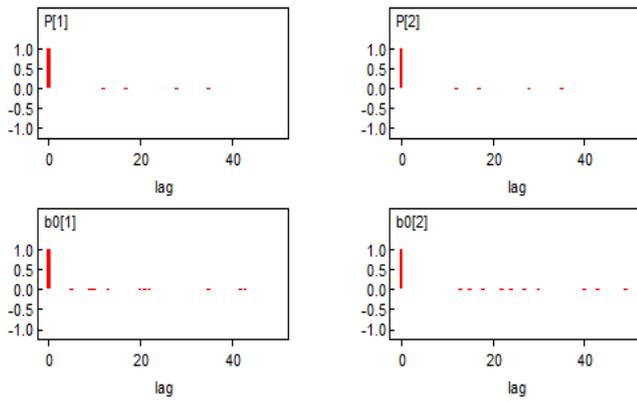
Berdasarkan Gambar 3 diketahui secara visual bahwa data jumlah lokasi SPBU setiap grid menunjukkan pola lebih dari satu pola yaitu memiliki dua pola. Hal tersebut diperkuat dengan identifikasi model *mixture* menggunakan software Mathematica pada Tabel 6.

Tabel 6.
Deteksi Model Mixture

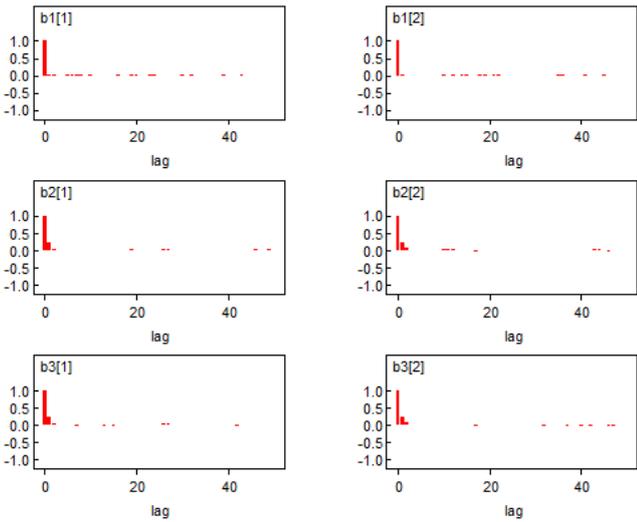
Distribusi	Parameter	Proporsi	Nilai <i>chi-square</i>
<i>Poisson</i>	0,971237	0,545724	0,659012
<i>Poisson</i>	4,66024	0,454276	

Tabel 6 menjelaskan bahwa data jumlah SPBU memiliki dua pola yang berarti termasuk model *mixture*. Pembagian variabel respon dilakukan berdasarkan plot histogram pada Gambar 3 sehingga diperoleh dua komponen, yaitu data grid dengan jumlah SPBU cukup rendah dengan proporsi 0,545724 dan data grid jumlah SPBU cukup tinggi dengan proporsi 0,454276.

Sebelum dilakukan pemodelan *mixture poisson regression*, terlebih dahulu dilakukan pemodelan dengan *Generalized Linear Models (GLMs)* untuk mendapatkan *initial value prior* pada metode Bayesian dengan software R. Selanjutnya pemodelan *mixture poisson regression* dilakukan menggunakan software WinBUGS dengan menerapkan *thin optimum* sebesar 10 untuk membangkitkan sampel sebanyak 10.000.



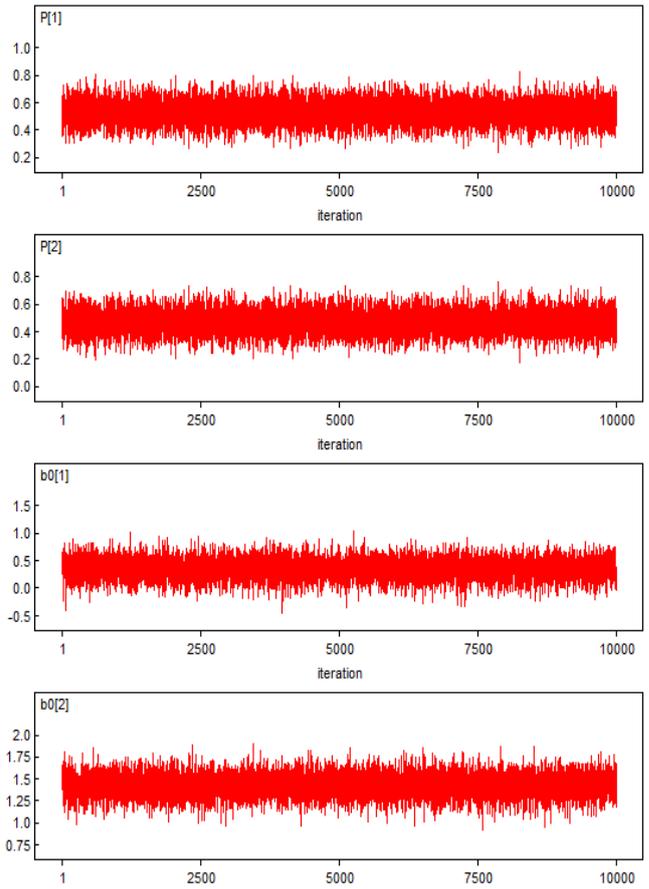
Gambar 4. Plot ACF *Mixture Poisson Regression*.



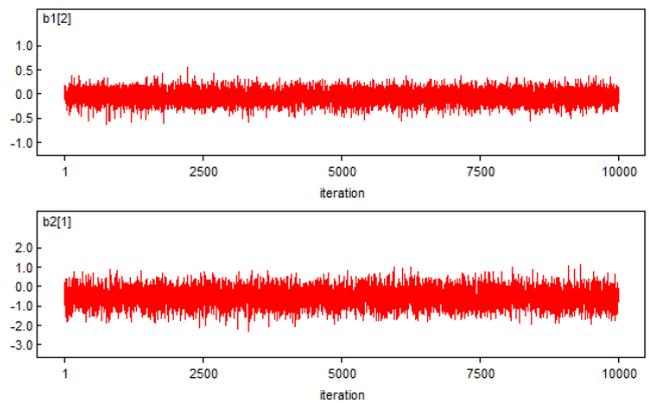
Gambar 4. Plot ACF *Mixture Poisson Regression* (Lanjutan).

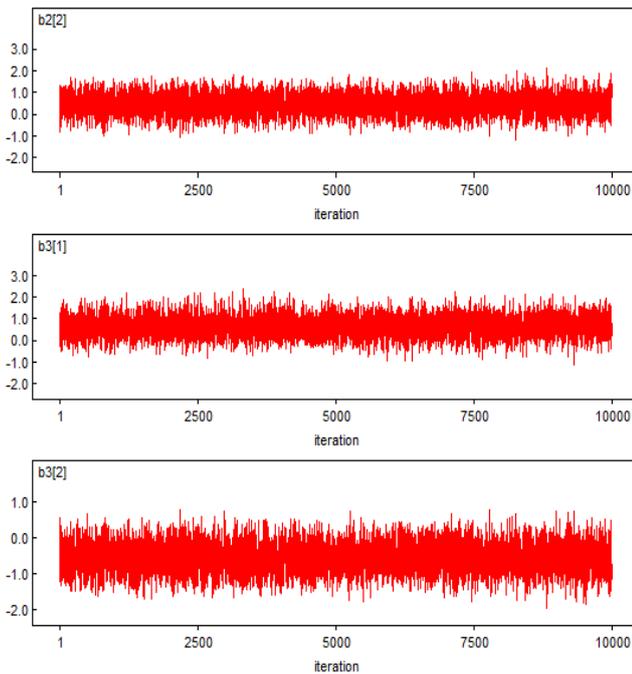
Gambar 4 tersebut menunjukkan bahwa tidak terdapat autokorelasi pada model sehingga tidak ada pengaruh periode waktu pada data.

Hasil iterasi MCMC yang ditunjukkan oleh Gambar 5 sudah memenuhi sifat *irreducible*, *aperiodic*, dan *reccurent*. Sifat *irreducible* ditunjukkan oleh hasil iterasi masing-masing parameter memiliki nilai acak sebagai gambaran dari sifat *communicate* antar keadaan dalam *markov chain*. Sifat *aperiodic* ditunjukkan oleh hasil iterasi masing-masing parameter yang tidak memiliki periode tertentu. Sedangkan sifat *reccurent* ditunjukkan oleh kemungkinan nilai parameter yang dibangkitkan (*state i*) akan kembali ke *state i*.



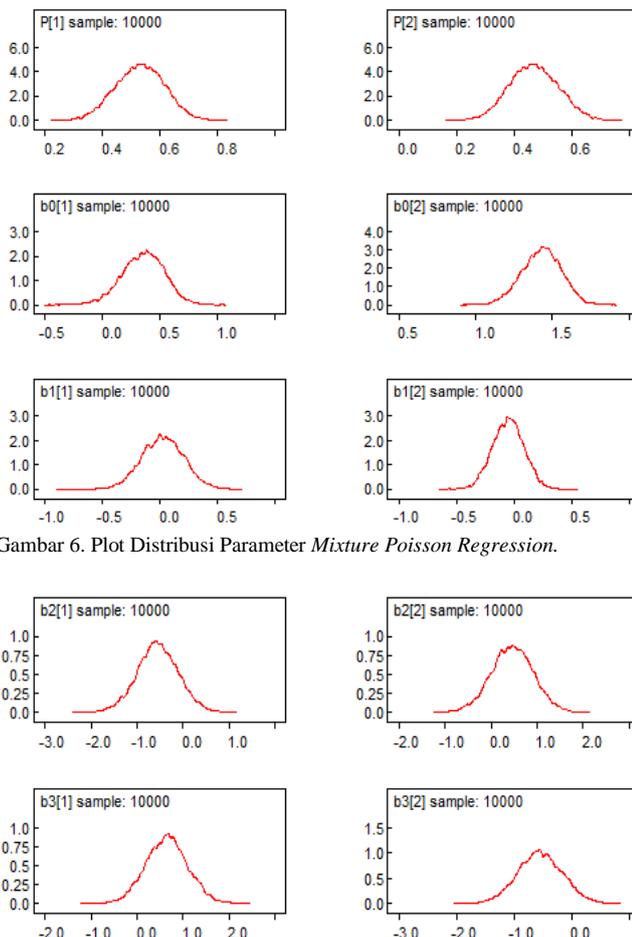
Gambar 5. Plot Iterasi Parameter *Mixture Poisson Regression*.





Gambar 5. Plot Iterasi Parameter *Mixture Poisson Regression* (Lanjutan).

Masing-masing parameter dari model *mixture poisson regression* yang ditunjukkan Gambar 6 berdistribusi normal dan hanya memiliki satu puncak sehingga nilai *mean* telah terpusat ke satu titik, dimana titik tersebut merupakan estimasi parameter yang didapatkan dengan menggunakan metode Bayesian.



Gambar 6. Plot Distribusi Parameter *Mixture Poisson Regression* (Lanjutan).

Estimasi parameter model *bayesian mixture poisson regression* memberikan hasil bahwa tidak terdapat variabel kovariat yang mempengaruhi jumlah SPBU di Surabaya. Oleh sebab itu, penambahan SPBU dapat dilakukan tanpa mempertimbangkan jumlah industri, jumlah penduduk, maupun jumlah bangunan pendidikan. Model *bayesian mixture poisson regression* yang terbentuk adalah.

$$\hat{\lambda} = 0,5307 \exp(\mathbf{x}_1^T \boldsymbol{\beta}_1) + 0,4693 \exp(\mathbf{x}_2^T \boldsymbol{\beta}_2)$$

dimana $\mathbf{x}_1^T \boldsymbol{\beta}_1$ adalah hasil estimasi parameter komponen 1, $0,3554 + 0,02384x_1 [1] - 0,5494x_2 [1] + 0,6492x_3 [1]$, untuk $\mathbf{x}_2^T \boldsymbol{\beta}_2$ adalah hasil estimasi parameter pada komponen 2, $1,429 - 0,05118x_1 [2] + 0,4611x_2 [2] - 0,5437x_3 [2]$, dengan variabel x_1 adalah jumlah industri setiap grid, x_2 adalah jumlah penduduk setiap grid, dan x_3 adalah jumlah bangunan pendidikan setiap grid. Berdasarkan model tersebut dapat diketahui bahwa rata-rata jumlah SPBU pada komponen 1 atau intensitas SPBU cukup rendah adalah $\hat{\lambda} = \exp(0,3554) = 1,4267 \square 1$ unit dengan peluang sebesar 53,07%. Sedangkan pada komponen 2 atau intensitas SPBU cukup tinggi adalah $\hat{\lambda} = \exp(1,429) = 4,1745 \square 4$ unit dengan peluang sebesar 46,93%. Penentuan model terbaik dilihat dari nilai DIC seperti pada Tabel 7.

Tabel 7.
Hasil *Deviance Information Criterion (DIC)*

Model	Nilai DIC
<i>Bayesian Mixture Poisson Regression</i>	127,035
<i>Bayesian Poisson Regression</i>	150,649

Model *bayesian mixture poisson regression* merupakan model terbaik karena memiliki nilai DIC terkecil dibandingkan dengan model *bayesian poisson regression* seperti ditunjukkan pada Tabel 7.

C. Simulasi Penambahan Titik

Simulasi yang akan diberikan adalah penambahan titik pada grid yang memiliki jumlah SPBU paling sedikit di Kecamatan Mulyorejo pada titik *latitude* -7,25 dan *longitude* 112,785 dengan jumlah industri 62 industri, jumlah penduduk 94.728 jiwa, serta jumlah bangunan pendidikan 103 bangunan.

Estimasi parameter model *bayesian mixture poisson regression* setelah dilakukan penambahan SPBU memberikan hasil bahwa terdapat variabel kovariat yang mempengaruhi jumlah SPBU di Surabaya yaitu jumlah penduduk dan jumlah bangunan pendidikan. Model *bayesian mixture poisson regression* yang terbentuk adalah.

$$\hat{\lambda} = 0,5297 \exp(\mathbf{x}_1^T \boldsymbol{\beta}_1) + 0,4703 \exp(\mathbf{x}_2^T \boldsymbol{\beta}_2)$$

dimana $\mathbf{x}_1^T \boldsymbol{\beta}_1$ adalah hasil estimasi parameter komponen 1, $-0,01524 - 0,00142x_1 [1] + 1,024x_2 [1] - 1,094x_3 [1]$, untuk $\mathbf{x}_2^T \boldsymbol{\beta}_2$ adalah hasil estimasi parameter pada komponen 2, $1,497 + 0,06877x_1 [2] - 1,478x_2 [2] + 1,127x_3 [2]$ dengan variabel x_1 adalah jumlah industri setiap grid, x_2 adalah jumlah penduduk setiap grid, dan x_3 adalah jumlah bangunan pendidikan setiap grid. Berdasarkan model tersebut dapat diketahui bahwa rata-rata jumlah SPBU pada komponen 1 atau intensitas SPBU cukup rendah adalah

$\hat{\lambda} = \exp(-0,01524) = 0,9848 \square 0$ unit dengan pe-luang sebesar 52,97 %. Sedangkan pada komponen 2 atau intensitas SPBU cukup tinggi $\hat{\lambda} = \exp(0,4703) = 1,6005 \square 1$ unit dengan peluang sebesar 47,03%.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, diperoleh kesimpulan bahwa pola perebaran SPBU di wilayah Surabaya tidak tersebar secara merata karena terdapat dua puncak intensitas. Model *mixture poisson process* memiliki dua komponen yaitu intensitas SPBU cukup rendah dan intensitas SPBU cukup tinggi. Simulasi penambahan titik mempengaruhi hasil estimasi parameter yang didapatkan, dimana ada variabel kovariat jumlah penduduk dan jumlah bangunan pendidikan yang berpengaruh signifikan terhadap intensitas penambahan SPBU.

Dalam penelitian selanjutnya, akan lebih baik apabila dapat mengkombinasikan data SPBU dengan peta wilayah yang diteliti. Hal ini akan memberikan hasil yang lebih baik dan lebih akurat daripada menggunakan grid. Penelitian selanjutnya dapat menggunakan wilayah lain dikarenakan setiap wilayah memiliki karakteristiknya masing-masing.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Badan Pusat Statistik Kota Surabaya, *Kota Surabaya dalam Angka 2017*. Surabaya: Badan Pusat Statistik Kota Surabaya, 2017.
- [2] A. Baddeley, "Spatial Point Processes and their Applications," Australia, 2008.
- [3] C. Kusumaningrum, "Pattern analysis of community health center location in Surabaya using spatial Poisson point process," in *AIP Conference Proceedings*, 2017.
- [4] Takbir, Sunusi, and Islamiyati, "Studi Analisa Kecelakaan Lalu Lintas Melalui Pendekatan Spatial Point Process," Makassar, 2016.
- [5] M. Sucoko, "Evaluasi Peta Distribusi Stasiun Pelayanan Bahan Bakar Umum (SPBU) Pertamina Daerah Istimewa Yogyakarta," *J. UGM*, 2002.
- [6] Z. Fitria, "Sistem Informasi Geografis Berbasis Web Untuk Penentuan Lokasi Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU) Baru Menggunakan Metode Analytical Hierarchy Process (AHP)," Surabaya, 2011.
- [7] A. Law and W. Kelton, *Simulation Modeling and Analysis*, 3rd ed. New York: Mc Graw Hill, 2000.
- [8] A. Ang and W. Tang, *Pobability Concepts in Engineering*. New York: Wiley, 2007.
- [9] Gustin, "Investigation of some test for homogeneity of intensity with applications to insurance data," 2011.
- [10] A. Baddeley, E. Rubak, and R. Turner, *Spatial Point Patterns Methodology and Applications with R*. New York: CRC Pres, 2016.
- [11] W. Finch, J. Bolin, and K. Kelley, *Multilevel Modeling Using R*. New York: CRC Press Taylor & Francis Grup, 2014.
- [12] A. Agresti, *Categorical Data Analysis*, 2nd ed. New Jersey: John Willey & Sons, Inc., 2002.
- [13] N. Iriawan, "Penaksiran Model Mixture Normal Univariabel: Suatu Pendekatan Metode Bayesian dengan MCMC," 2001.
- [14] I. Ntzoufras, *Bayesian Modeling Using WinBugs*. Canada: John Wiley & Sons Inc, 2009.
- [15] G. Box and G. Tiao, *Bayesian Inference in Statistics in Statistical Analysis*. New York: John Wiley and Sons Inc, 1973.
- [16] G. Casella and E. George, "Explaining the Gibbs Sampler," *Am. Stat.*, vol. 46, pp. 167–174, 1992.
- [17] Sorensen and Gianola., *Likelihood, Bayesian, and MCMC Method in Quantitative Genetics*. Madison: Springer, 2002.
- [18] A. Irawan, N. Iriawan, and S. W. Purnami, "Pemodelan Perulangan Pengobatan Pasien Kanker Serviks di RSUD dr. Soetomo dengan Bayesian Geometric Regression dan Bayesian Mixture-Geometric Regression," Surabaya, 2017.
- [19] Pertamina, "SPBU Pertamina," 2018.