Analisis Kecepatan dan Temperatur di Sekitar Titik Stagnasi Terendah pada Magnetohidrodinamika Fluida Nano

Isnainatul Mayagrafinda dan Basuki Widodo Departemen Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) *e-mail*: b widodo@matematika.its.ac.id

Abstrak—Penelitian ini membahas tentang analisis kecepatan dan temperatur di sekitar titik stagnasi terendah pada magnetohidrodinamika fluida nano vang melewati silinder berpori. Persamaan pembangun diperoleh dari persamaan dimensional, yaitu persamaan kontinuitas, momentum, dan dimensional energi. Persamaan tersebut kemudian ditransformasikan menjadi persamaan nondimensional menggunakan parameter-parameter dan variable-variabel nondimensional. Selanjutnya akan diubah menjadi persamaan similaritas dengan fungsi alir. Kemudian penyelesaian numerik diselesaikan menggunakan metode Keller-Box. Hasil simulasi dilakukan pada partikel nano Li_2O dan Fe_2O_3 dengan fluida dasar air. Hasil simulasi menunjukkan bahwa semakin besar parameter magnetik dan porositas, maka kecepatan meningkat sedangkan temperatur menurun. Semakin besar parameter volume fraction, maka kecepatan menurun dan temperature meningkat. Sedangkan saat bilangan Prandtl semakin besar, maka kecepatan dan temperature menurun.

Kata Kunci-Fluida Nano, Kecepatan, Temperatur, MHD.

I. PENDAHULUAN

AGNETOHIDRODINAMIKA atau yang sering disebut Magnetohydrodynamics (MHD) ini mempelajari tentang aliran fluida yang dipengaruhi medan magnet dan dapat menghantarkan aliran listrik. Konsep dasar MHD adalah bahwa medan magnet dapat menginduksi arus listrik dalam cairan konduktif yang bergerak, sehingga menciptakan gaya dalam cairan dan mengubah medan magnetnya sendiri. [1]. Adapun manfaat atau penerapannya diantaranya adalah pada pembangkit listrik, pendingin reaktor nuklir, dan generator.

Fluida dibagi menjadi dua, yaitu fluida nonnewtonian dan fluida newtonian. Fluida newtonian merupakan fluida yang mempunyai hubungan linier antara besarnya tegangan geser yang diterapkan dan laju perubahan bentuk yang diakibatkan [2]. Sedangkan fluida nonnewtonian merupakan fluida yang laju deformasinya tak linier dan tidak memiliki viskositas konstan [3]. Fluida nano merupakan jenis fluida newtonian yang digunakan dalam penelitian ini.

Fluida nano terdiri dari nano partikel yang terdispersi oleh fluida dasarnya[3]. Fluida dasar yang bisa digunakan diantaranya air dan minyak. Sedangkan nano partikel yang bisa digunakan diantaranya adalah CuO, Li_2O , Fe_2O_3 , dan Al_2O_3 . Kelebihan fluida nano adalah meningkatkan viskositas fluida dasar dan efektivitas konduktivitas termal.

Beberapa penelitian tentang fluida nano dan magnetohidrodinamika telah dilakukan, diantaranya adalah pada tahun 2017, Basuki, dkk meneliti tentang aliran fluida nano melalui silinder berpori dibawah pengaruh konveksi campuran dan medan magnet [3]. Pada tahun 2019, Basuki,



Gambar 1. Model fisis.

dkk meneliti tentang aliran fluida nano melalui bola berpori dibawah pengaruh konveksi campuran dan medan magnet [4]. Tahun 2020 melakukan penelitian tentang analisis model matematika aliran fluida nano magnetohidrodinamik yang melalui bola magnet berpori teriris [5], dan juga meneliti tentang model matematika magnetohidrodinamika yang melalui bola bermagnet teriris dalam fluida nano dengan pengaruh konveksi campuran [6].

Dalam penelitian ini, analisis kecepatan dan temperatur dilakukan di sekitar titik stagnasi terendah pada magnetohidrodinamika fluida nano yang melalui silinder berpori. Persamaan pembangun diperoleh dari persamaan kontinuitas, persamaan momentum, dan juga persamaan energi. Persamaan dimensional yang diperoleh kemudian akan ditransformasikan menjadi persamaan nondimensional. Selanjutnya mengubahnya menjadi persamaan similaritas dan penyelesaian numerik didapatkan dengan menggunakan metode Keller Box. Simulasi dilakukan untuk mengetahui pengaruh parameter magnetik, porositas, *volume fraction*, dan bilangan Prandtl terhadap kecepatan dan temperatur.

II. METODE PENELITIAN

Model fisis penelitian yang dilakukan tertera pada Gambar 1. Air merupakan fluida dasar yang digunakan dalam penelitian ini. Sedangkan nano partikelnya adalah Li_2O dan Fe_2O_3 . Fluida diasumsikan mengalir melawan arah gravitasi dari bawah ke atas.

A. Pembentukan Persamaan Pembangun Dimensional

Persamaan pembangun dimensional diperoleh dari persamaan kontinuitas yang diperoleh dari hasil penurunan hukum kekekalan massa, persamaan momentum yang diperoleh dari hasil penurunan hukum kekekalan kedua Newton, dan persamaan energi yang diperoleh dari hasil penurunan hukum I termodinamika. Sehingga didapatkan persamaan pembangun dimensional yaitu persamaan kontinuitas yang tertera pada persamaan (1), persamaan





Gambar 2. Profil kecepatan dengan parameter magnetik untuk nano partikel Li_2O .



Gambar 3. Profil temperatur dengan parameter magnetik untuk nano partikel Li_2O .

momentum pada sumbu x dan y pada persamaan (2) dan (3) dan persamaan energi pada persamaan (4) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} &= 0 \\ (1) \\ \rho_{nf} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right) &= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \right) - \bar{u}\sigma(B_0)^2 + \\ \bar{u} \frac{\mu_{nf}}{K^*} + \rho_{nf} (T - T_\infty) g \sin\left(\frac{\bar{x}}{a}\right) \\ (2) \\ \rho_{nf} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} \right) &= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{y}^2} \right) - \bar{v}\sigma(B_0)^2 + \\ \bar{v} \frac{\mu_{nf}}{K^*} + \rho_{nf} (T - T_\infty) g \cos\left(\frac{\bar{x}}{a}\right) \\ (3) \\ \bar{u} \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \bar{y}} = \alpha_{nf} \left(\frac{\partial^2 \bar{\tau}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{\tau}}{\partial \bar{y}^2} \right) \end{aligned}$$

Dengan kecepatan aliran bebas didefinisikan $\bar{u}_e = \frac{3}{2}U_{\infty} \sin x$ [4], dan dengan kondisi batas sebagai berikut:



Gambar 4. Profil kecepatan dengan parameter porositas untuk nano partikel Li_2O .



Gambar 5. Profil temperatur dengan parameter porositas untuk nano partikel Li_2O .

$$\bar{u} = \bar{v} = 0, \qquad \bar{T} = T_w \text{ untuk } \bar{y} = 0$$
$$\bar{u} = \bar{u}_e(x), \qquad \bar{T} = T_{\infty}, \text{ untuk } \bar{y} \to \infty$$

dimana \bar{u} adalah komponen kecepepatan pada sumbu x, \bar{v} adalah komponen kecepepatan pada sumbu y, ρ_{nf} adalah densitas fluida nano, \bar{p} adalah tekanan, μ_{nf} adalah viskositas fluida nano, σ adalah tegangan, B_0 adalah medan magnet, K^* adalah permeabilitas benda berpori, \bar{T} adalah temperatur fluida nano, g adalah gravitasi, dan α_{nf} adalah rasio konduktivitas panas (k_{nf}) dengan kapasitas panas $((\rho C p)_{nf})$.

B. Pembentukan Persamaan Nondimensional

Persmaan (1)-(4) kemudian ditransformasikan menjadi persamaan nondimensional dengan mensubstitusikan parameter-parameter dan variable-variabel nondimensional sebagai berikut[7]:

$$x = \frac{\bar{x}}{a}, \quad y = \operatorname{Re}^{\frac{1}{2}} \frac{\bar{y}}{a}, \quad p = \frac{\bar{p}}{\rho_{nf} U_{\infty}^{2}}, \quad T = \frac{\bar{T} - T_{\infty}}{T_{w} - T_{\infty}}, \quad u = \frac{\bar{u}}{U_{\infty}},$$
$$v = \operatorname{Re}^{\frac{1}{2}} \frac{\bar{v}}{U_{\infty}}$$
$$Pr = \frac{v_{nf}}{\alpha_{nf}}, \quad M = \frac{\bar{u}\sigma(B_{0})^{2}}{\rho_{nf} U_{\infty}}, \quad \lambda = \frac{Gr}{Re^{2}}, \quad \phi = \frac{a\mu_{nf}}{\rho_{nf} K^{*} U_{\infty}},$$



Gambar 6. Profil kecepatan dengan parameter volume fraction untuk nano partikel Li_2O .



Gambar 7. Profil temperatur dengan parameter volume fraction untuk nano partikel Li_2O .

$$Gr = \frac{g\beta(\bar{T}_w - \bar{T}_\infty)a^3}{v_{nf}^2}$$

dimana bilangan Reynolds $Re = \frac{U_{\infty}a}{v_{nf}}$, Pr adalah bilangan Prandtl, *M* adalah parameter magnetik, λ adalah konveksi campuran, ϕ adalah parameter porositas, dan *Gr* adalah bilangan Grasshof. Sehingga persamaan nondimensional diperoleh sebagai berikut:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{5}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) + (\phi - M)u + \lambda T \sin x$$
(6)

$$\frac{1}{Re} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re^2} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + Re \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{Re} Mv + \frac{1}{Re} \phi v - \frac{1}{Re^{\frac{1}{2}}} \lambda T \cos x$$
(7)

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{Re}\frac{1}{Pr}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{1}{Pr}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$
(8)

C. Teori Pendekatan Lapisan Batas

Dengan teori pendekatan lapisan batas [5], dimana $\frac{1}{Re} \rightarrow 0$, maka didapatkan persamaan lapisan batas nondimensional sebagai berikut:



Gambar 8. Profil kecepatan dengan parameter bilangan prandtl untuk nano partikel Li_2O .



Gambar 9. Profil temperatur dengan parameter bilangan prandtl $\,$ untuk nano partikel $Li_2O.$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{9}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{v_{nf}}{v_f} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) + (\phi - M)(u_e - u) + \lambda T \sin x \tag{10}$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{\Pr} \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)$$
(11)

Dengan kondisi batas:

$$u = v = 0, T = 1 \text{ pada } y = 0$$

 $u \rightarrow \frac{3}{2} \sin x, T \rightarrow 0 \text{ pada } y \rightarrow \infty$

D. Pembentukan Persamaan Similaritas

Persamaan pembangun nondimensional tersebut kemudian ditransformasikan menjadi bentuk persamaan similaritas. Hal ini karena kami ingin sistem persamaan differensial parsial nonlinier ini diubah menjadi sistem persamaan differensial biasa yang nonlinier agar lebih mudah diselesaikan secara numerik. Fungsi alir dan temperatur yang dinyatakan dengan [3].

$$\psi = x(x)f(x,\eta), \quad T = \theta(x,\eta)$$

dan ψ merupakan fungsi aliran yang didefinisikan:





Gambar 10. Profil kecepatan dengan parameter magnetik untuk nano partikel Fe_2O_3 .



Gambar 11. Profil temperatur dengan parameter magnetic untuk nano partikel Fe_2O_3 .

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \qquad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Dengan mesubstitusikan u dan v ke Persamaan (9)-(11), dengan $\frac{\partial f}{\partial \eta} = f'$ dan $\frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \theta'$, Persamaan (10)-(11) dapat ditulis dengan:

$$-\left(\frac{\partial f}{\partial \eta}\right)^2 + f\frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} + \frac{9}{4}\frac{\sin x \cos x}{x} + \frac{v_{nf}}{v_f}\left(\frac{\partial^3 f}{\partial \eta^3}\right) + (M+\phi)\left(\frac{\partial f}{\partial \eta} - \frac{3}{2}\frac{\sin x}{x}\right) - \lambda\theta\frac{\sin x}{x} = x\left(\frac{\partial f}{\partial \eta}\frac{\partial^2 f}{\partial \eta \partial x} - \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2}\right)$$
(12)

$$\frac{1}{\Pr} \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} \right) + f \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = x \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right)$$
(13)

Pada penelitian ini, dikaji pada daerah di depan titik stagnasi bawah, yaitu x = 0, sehingga Persamaan (12) dan (13) masing-masing berubah menjadi:

$$-(f')^{2} + ff'' + \frac{9}{4} + \frac{v_{nf}}{v_{f}}f''' + (M + \phi)\left(f' - \frac{3}{2}\right) - \lambda\theta = 0 (14)$$

$$\frac{1}{Pr}\frac{\alpha_{nf}}{\alpha_{f}}\theta'' + f\theta' = 0$$
(15)



[12. Profil kecepatan dengan parameter porositas untuk nano partikel Fe_2O_3 .



Gambar 13. Profil temperatur dengan parameter porositas untuk nano partikel Fe_2O_3 .

E. Metode Keller Box

Persamaan (14) dan (15) diselesaikan dengan metode beda hingga implisit skeman Keller Box. Tahap pertama adalah merubah Persamaan (14) dan (15) menjadi persamaan orde pertama. Selanjutnya, melakukan diskritisasi persamaan orde pertama menggunakan metode beda hingga pusat. Kemudian melakukan pelinieran dengan menggunakan metode Newton menjadi bentuk matriks vektor. Tahap terakhir adalah mencari solusi dari hasil pelinieran menggunakan teknik eliminasi matriks blok tridiagonal.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam simulasi yang dilakukan, variasi parameter yang diamati adalah parameter magnetik, porositas, volume fraction, dan bilangan Prandtl. Dengan fluida dasar yang digunakan adalah air dan partikel nanonya adalah Li_2O dan Fe_2O_3 .

A. Pengaruh Variasi Parameter dengan Partikel Nano Li₂0

Nilai karakteristik partikel nano Li_2O dengan fluida dasar air adalah tertera pada Tabel 1 [8]. Variasi parameter porositas yang digunakan dalam simulasi adalah M =1.3, 1.8, 2, and 2.3. Gambar 1 menunjukkan bahwa semakin



Gambar 14. Profil kecepatan dengan parameter volume fraction untuk nano partikel Fe_2O_3 .



Gambar 15. Profil temperatur dengan parameter volume fraction untuk nano partikel Fe_2O_3 .

besar nilai parameter magnetik, kecepatan meningkat. Dan Gambar 2 menunjukkan bahwa semakin besar nilai parameter magnetik, temperatur menurun. Gambar 3 menunjukkan profil temperatur dengan parameter magnetik.

Pengaruh dari parameter porositas terhadap kecepatan dan temperatur ditunjukkan oleh Gambar 4 dan Gambar 5. Variasi parameter porositas yang digunakan dalam simulasi adalah is $\phi = 2, 2.5, 3$, and 3.5. Gambar 4 menunjukkan bahwa semakin besar nilai parameter porositas, kecepatan meningkat. Gambar 5 menunjukkan bahwa semakin besar nilai parameter porositas, temperatur menurun.

Variasi volume fraction yang digunakan dalam simulasi adalah $\chi = 0.1, 0.12, 0.14$, dan 1.6. Gambar 6 menunjukkan bahwa semakin besar nilai parameter volume fraction, kecepatan semakin menurun. Gambar 7 menunjukkan bahwa semakin besar nilai parameter volume fraction temperatur fluidanya semakin meningkat.

Variasi bilangan Prandtl yang digunakan dalam simulasi adalah Pr = 1.25, 1.5, 1.75, and 2. Gambar 8 menunjukkan bahwa semakin besar nilai parameter bilangan Prandtl, kecepatan semakin menurun. Gambar 9 menunjukkan bahwa



Gambar 16. Profil temperatur dengan parameter bilangan prandtl untuk nano partikel Fe_2O_3 .



Gambar 17. Profil kecepatan dengan parameter bilangan prandtl untuk nano partikel Fe_2O_3 .

semakin besar nilai parameter bilangan Prandtl temperatur fluidanya semakin menurun.

B. Pengaruh Variasi Parameter dengan Partikel Nano Fe_2O_3

Solusi numerik untuk partikel nano Fe_2O_3 dengan fluida dasar air diberikan nilai termofisiknya tertera pada Tabel 2 [7].

Variasi parameter porositas yang digunakan dalam simulasi adalah is M = 1.3, 1.8, 2, and 2.3. Gambar 10 menunjukkan bahwa semakin besar nilai parameter magnetik, kecepatan meningkat. Gambar 11 menunjukkan bahwa semakin besar nilai parameter magnetik, temperatur menurun.

Variasi parameter porositas yang digunakan dalam simulasi adalah is $\phi = 2, 2.5, 3$, and 3.5. Gambar 12 menunjukkan bahwa semakin besar nilai parameter porositas, kecepatan meningkat. Gambar 13 menunjukkan bahwa semakin besar nilai parameter porositas, temperatur menurun.

Variasi volume fraction yang digunakan dalam simulasi adalah $\chi = 0.1, 0.12, 0.14$, dan 1.6. Gambar 14 menunjukkan bahwa semakin besar nilai parameter volume fraction, kecepatan semakin menurun. Gambar 15 menunjukkan bahwa semakin besar nilai parameter volume fraction temperatur fluidanya semakin meningkat.

Variasi bilangan Prandtl yang digunakan dalam simulasi adalah Pr = 1.25, 1.5, 1.75, and 2. Gambar 16 menunjukkan bahwa semakin besar nilai parameter bilangan Prandtl, kecepatan semakin menurun. Gambar 17 menunjukkan bahwa semakin besar nilai parameter bilangan Prandtl temperatur fluidanya semakin menurun.

IV. KESIMPULAN

hasil simulasi numerik Berdasarkan dari model matematika magnetohidrodinamika fluida yang nano melewati silinder berpori dengan nano partikel Li20 dan Fe_2O_3 menggunakan variasi parameter magnetik, porositas, volume fraction, dan bilangan Prandtl, dapat disimpulkan bahwa pada saat parameter magnetik dan porositas semakin besar maka kecepatan aliran fluida nano semakin besar, Sedangkan untuk volume fraction dan bilangan Prandtl semakin kecil, maka kecepatan aliran fluida semakin besar. Selanjutnya, Pada saat parameter magnetik, porositas, dan bilangan Prandtl semakin kecil, maka temperatur fluida nano semakin besar. Sedangkan untuk volume fraction semakin besar maka temperatur fluida semakin besar

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Direktorat Pendidikan Tinggi, Departemen Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia yang telah memberikan dukungan finansial melalui Beasiswa Bidik Misi tahun 2010-2014". Penulis juga diperkenankan menyampaikan ucapan terima kasih kepada sponsor penyedia dana penelitian.

DAFTAR PUSTAKA

- B. Widodo, D. Khalimah, F. Zainal, and C. Imron, "The Effect of Prandtl Number and Magnetic Parameter on Forced Convection Unsteady Magnetohydrodynamic Boundary Layer Flow of a Viscous Fluid Past A Sphere," in *International Conference on Science and Innovative Engineering (ICSIE)*. 2015.
- [2] M. Potter, Schaum's Outline Mekanika Fluida. Jakarta: Airlangga, 2008.
- [3] B. Widodo, D. K. Arif, D. Aryany, and N. Asiyah, "The Effect of Magnetohydrodynamic Nano Fluid Flow Through Porous Cylinder," in *AIP Conference Proceedings*. 2017.
- [4] B. Widodo, M. Abu, and C. Imron, "Unsteady Nano Fluid Flow Through Magnetic Porous Sphere Under The Influence of Mixed Convection," in *Journal of Physics: Conference Series*. 2019.
- [5] M. Thahiruddin, B. Widodo, and C. Imron, "Unsteady Magnetohydrodynamics of Nano Fluid Over Porous Sliced Magnetic Sphere," in *AIP Conference Proceedings*. 2020.
- [6] O. Safitri, B. Widodo, D. Adzkiya, and K. Kamiran, "Unsteady Magnetohydrodynamics Mixed Convection Flow Pass Sliced Magnetic Sphere in Nano Fluid," in *AIP Conference Proceedings*. 2020.
- [7] B. Widodo, "Unsteady Magnetohydrodynamics Nano Fluid Flows Pass a Cut Magnetic Solid Sphere When The Mixed Convection Included," in *Journal of Physics: Conference Series*. 2021.
- [8] R. Kandasamy, N. A. bt Adnan, and R. Mohammad, "Nanoparticle shape effects on squeezed MHD flow of water based Cu, Al2O3 and SWCNTs over a porous sensor surface," *Alexandria Eng. J.*, vol. 57, no. 3, pp. 1433–1445, 2018.