Estimasi Tingkat Inflasi Nasional Menggunakan ARCH-GARCH Filter Kalman

Radisha Fanni Sianti, Sentot Didik Surjanto, dan Erna Apriliani
Departemen Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)
e-mail: sentotds@matematika.its.ac.id

***Abstrak*—Tingkat inflasi nasional merupakan salah satu indikator yang penting dalam menganalisis pertumubuhan perekonomian suatu negara. Tingkat inflasi yang tidak dikelola dengan baik dapat menyebabkan perekonomian suatu negara mengalami kemunduran. Pada data tingkat inflasi nasional digunakan model ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*) dan terdeteksi terdapat adanya heteroskedastisitas, sehingga digunakan model time series ARCH-GARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity-Generalized Conditional Heteroskedasticity*). Model yang sesuai yaitu ARCH(1) dengan nilai MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*) yang masih sangat besar yaitu 34,662%. Oleh karena itu, untuk mendapatkan nilai error yang lebih kecil dilakukan perbaikan error dengan menggunakan Filter Kalman. Hasil akhir menunjukkan bahwa Filter Kalman mampu memperbaiki hasil estimasi yang ditandai dengan nilai MAPE ARCH-Filter Kalman lebih kecil dibandingkan dengan model ARCH. Hasil estimasi terbaik pada data tingkat inflasi nasional adalah Filter Kalman polinomial derajat 2 dengan nilai $Q = R = 0,01$ yang memiliki nilai MAPE terkecil yaitu 1,0035%.**

***Kata Kunci*—ARCH-GARCH, Filter Kalman, Tingkat Inflasi.**

I. PENDAHULUAN

KESTABILAN tingkat inflasi nasional merupakan salah satu upaya pemerintah dalam menciptakan pertumbuhan ekonomi yang berkesinambungan demi terciptanya peningkatan kesejahteraan masyarakat. Secara sederhana inflasi adalah proses meningkatnya harga-harga secara umum dan terus-menerus yang mengakibatkan nilai suatu mata uang akan mengalami penurunan dan daya beli mata uang tersebut menjadi semakin lemah yang akan berdampak terhadap individu, dunia usaha serta anggaran pendapatan dan belanja pemerintah [1]. Oleh karena itu, diperlukannya usaha untuk mengendalikan tingkat inflasi pada suatu tingkat yang rendah dan stabil yaitu dengan mengambil kebijakan ekonomi yang tepat.

Dalam mengestimasi tingkat inflasi terdapat beberapa penelitian yang telah dilakukan. Salah satunya adalah dengan menggunakan ARIMA-Filter Kalman dan Var-Filter Kalman oleh Popy Febritasari (2016) dalam mengestimasi tingkat inflasi di kota Malang dan Probolinggo [2]. Hasil akhir dari penelitian ini menunjukkan bahwa algoritma Filter Kalman mempu memperbaiki hasil ramalan model ARIMA dan Var Estimasi tingkat inflasi di Jawa Timur juga dilakukan oleh Jessica Rahma Prilantika (2017) dengan menggunakan GSTAR-Filter Kalman dan mendapatkan nilai RMSE yang lebih kecil dibandingkan model GSTAR estimasi OLS [3].

Pada penelitian Tugas Akhir ini, akan dilakukan estimasi tingkat inflasi nasional dengan menggunakan metode ARCH-GARCH Filter Kalman. Metode ARCH-GARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity-Generalized Conditional Heteroskedasticity*) adalah suatu metode yang dapat digunakan untuk permalan data *time series* yang mengandung unsur heteroskedastisitas. Namun, untuk menghasilkan nilai error yang lebih kecil maka diterapkan metode Filter Kalman untuk memperbaiki error yang diperoleh dari model ARCH-GARCH. Algortima Filter Kalman adalah salah satu algoritma yang dapat digunakan untuk memperkirakan nilai berikutnya berdasarkan nilai-nilai sebelumnya. Algoritma ini biasanya digunakan untuk melakukan estimasi data sebenarnya berdasarkan data pengamatan yang mengandung noise dan beberapa faktor ketidaktepatan nilainya.

II. METODE PENELITIAN

A. Sumber Data

Data yang digunakan adalah data sukender tingkat inflasi nasional dari *website* resmi Bank Indonesia bulan Januari 2011 sampai Desember 2020. Data tersebut dibagi menjadi 2 yaitu, data *in-sample* dan data *out-sample*. Data *in-sample* yang digunakan sebanyak 108 data (Januari 2011 – Desember 2019), sedangkan data *out-sample* sebanyak 12 data (Januari 2020 – Desember 2020). Data *in-sample* digunakan untuk membentuk model dan *data out-sample* digunakan untuk mengecek ketepatan model. Pada penelitian ini, data tingkat inflasi nasional dimisalkan degan X_t.

B. Analisis Time Series

Langkah pertama analisis *time series* adalah uji *Augmented Dickey Fuller* untuk menentukan stasioneritas. Apabila data tidak stasioner terhadap varian maka dilakukan Transformasi Box-Cox sedangkan apabila data tidak stasioner terhadap mean maka dilakukan *diifferencing*. Setelah data stasioner terhadap varian maupun mean, dilakukan analis plot PACF dan ACF untuk identifikasi model ARIMA. Pada model dugaan sementara dilakukan uji signifikansi parameter, uji residual white noise dan uji normalitas. Pada model ARIMA terbaik dilakukan uji heteroskedastisitas. Apabila terdapat unsur heteroskedastisitas digunakan model ARCH-GARCH untuk menyelesaikan volatilitas pada data. Kemudian pada model yang sesuai diterapkan Filter Kalman untuk memperbaiki error. Hasil estimasi Filter Kalman dibandingkan dengan menggunakan MAPE dari model ARCH dan ARCH-Filter Kalman.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Stasioneritas

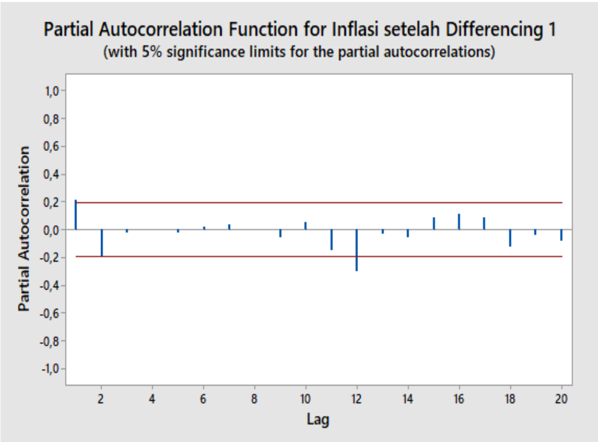
Stasioneritas terhadap data *time series* dapat dilakukan dengan melakukan uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF). Uji *Augmented Dickey-Fuller* adalah konsep formal yang dikenalkan oleh *David Dickey* dan *Wayne Fuller* untuk mengetahui apakah suatu data memiliki akar unit atau tidak. Apabila data memiliki akar unit maka data tersebut tidak

Null Hypothesis: INFLASI0 has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=20)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-2.312808	0.1699
Test critical values:	1% level	-3.493129	
	5% level	-2.888932	
	10% level	-2.581453	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Gambar 1. Uji *augmented dickey fuller.*



Gambar 2. Plot *partial autocorrelation function* (PACF) tingkat inflasi nasional.

stasioner dan sebaliknya. Berdasarkan Gambar 1. didapatkan t-statistik ADF sebesar -2,313 dengan probabilitas 0,1699. Uji ADF dapat dilakukan sebagai berikut :

H_0 : $\gamma = 0$ (terdapat akar unit sehingga data tidak stasioner)

H_1 : $\gamma < 0$ (tidak terdapat akar unit sehingga data stasioner)

1) Statistik Uji

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\gamma}}{S.E.(\hat{\gamma})} = -2{,}313$$

$$t_{tabel} = t_{0,05;250} = -2{,}889$$

2) Kriteria Pengujian

Dengan taraf signifikansi $\alpha = 0{,}05$, Menolak H_0 jika nilai $t_{hitung} < t_{tabel}$

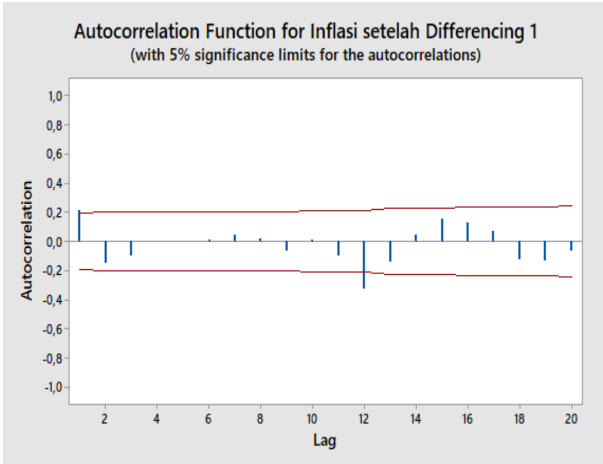
3) Keputusan

Gagal menolak H_0 karena nilai $t_{hitung} > t_{tabel}$ artinya pada data tingkat inflasi nasional terdapat akar unit sehingga data tidak stasioner.

Pada data tingkat inflasi nasional memiliki nilai λ (*rounded value*) sebesar 0 yang menunjukkan bahwa data belum stasioner terhadap varian dan terdapat *trend* pada grafik time series yang menunjukkan bahwa data belum stasioner terhadap mean. Sehingga data tingkat inflasi nasional perlu dilakukan transformsi dan *differencing.*

B. Identifikasi Model ARIMA

Setelah data tingkat inflasi nasional stasioner terhadap *varian* maupun *mean,* identifikasi ARIMA dilakukan dengan melihat plot ACF (*Autocorrelation Function*) dan PACF



Gambar 3. Plot *autocorrelation function* (ACF) tingkat inflasi nasional.

Tabel 1.
Estimasi parameter model ARIMA ([1,12],1,[1,12])

Parameter	Koefisien	SE	t-stat	P-value
ϕ_1	0,145472	0,21097	0,689	0,492
ϕ_{12}	0,120532	0,175807	0,686	0,495
θ_1	0,059786	0,223965	0,267	0,79
θ_{12}	-0,60443	0,203829	-2,965	0,004

(*Partial Autocorrelation Function*) pada data tingkat inflasi nasional yang sudah stasioner terhadap mean maupun varian.

Berdasarkan Gambar 2. dan Gambar 3. dugaan model sementara adalah ARIMA ([1,12], 1, [1,12]) yang akan dilanjutkan dengan uji signifikansi parameter. Berikut adalah langkah-langkah dalam uji signifikansi parameter model ARIMA ([1,12], 1, [1,12]).

1) Hipotesis

H_0 : $\phi_1 = 0$ (parameter ϕ_1 tidak signifikan)

H_1 : $\phi_1 \neq 0$ (parameter ϕ_1 signifikan)

2) Statistik uji

Dengan menggunakan rumus t maka didapatkan hasil berikut

$$t_{hitung} = \frac{\widehat{\phi_1}}{SE(\phi_1)} = \frac{0{,}145472}{0{,}21097} = 0{,}689538$$

$$t_{tabel} = t_{0,025\ ;108} = 1{,}98217$$

3) Kriteria pengujian

Dengan taraf siginifikansi $\alpha = 0{,}05$, Menolak H_0 jika $|t_{hitung}| > t_{tabel}$

4) Keputusan

Gagal menolak H_0 karena $|t_{hitung}| < t_{tabel}$ artinya parameter ϕ_1 tidak signifikan.

Dengan cara yang sama, dilakukan juga uji signifikansi pada parameter AR(12), MA(1) dan MA(12). Didapatkan bahwa model ARIMA ([1,12],1,[1,12]) tidak semua parameternya signifikan yang tertera pada Tabel 1. Maka dilakukan *overfitting* pada model ARIMA untuk mencari parameter model yang signifikan. Diperoleh model ARIMA yang signifikan adalah ARIMA (1,1,12), ARIMA (12,1,1), ARIMA (1,1,0) dan ARIMA (12,1,0). Selanjutnya dilakukan uji *white noise* dan uji normalitas pada salah satu model

Tabel 2.
Uji *white noise* dan uji normalitas model *overfitting* ARIMA

Model	Uji *White Noise*	Uji Normalitas
ARIMA (1,1,12)	Tidak *White Noise*	Tidak Normal
ARIMA (12,1,1)	Tidak White Noise	Tidak Normal
ARIMA (1,1,0)	*White Noise*	Tidak Normal
ARIMA (12,1,0)	Tidak *White Noise*	Tidak Normal

Tabel 3.
Estimasi parameter model overfitting ARCH-GARCH

Model		Koef	SE	t-Stat	p-value
ARCH(1)	α_0	0,0049	0,002	3,294	0,001
	α_1	0,9281	0,42	2,206	0,027
GARCH(1,1)	α_0	0,0061	0,002	3,9571	0,0001
	α_1	0,7820	0,29	2,6953	0,007
	β_1	-0,036	0,11	-0,331	0,741

Tabel 4.
Uji Signifikansi, nilai AIC dan SIC model *overfitting* ARCH-GARCH

Model	Uji Signifikansi	AIC	SIC
ARCH(1)	Signifikan	-1,6848	-1,6875
GARCH(1,1)	Tidak Signifikan	-1,6581	-1,5576

Tabel 5.
Perbandingan MAPE ARCH dan ARCH filter kalman

Model Terbaik		MAPE
	ARCH	34, 662%
ARCH-Filter Kalman	$Q = 0{,}01$ dan $R = 0{,}1$	8,6668%
Polinomial Derajat 1	$Q = R = 0{,}01$	1,6105%
ARCH-Filter Kalman	$Q = 0{,}01$ dan $R = 0{,}1$	6,5447%
Polinomial Derajat 2	$Q = R = 0{,}01$	1,0035%

ARIMA yaitu ARIMA(1,1,0). Pengujian asumsi residual *white noise* dilakukan sebagai berikut :

1) *Hipotesis*

$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_{15} = 0$ (residual bersifat *white noise*)

H_1 : minimal ada satu $\rho_i \neq 0$, dengan $i = 1,2,\ldots,15$ (residual tidak bersifat *white noise*)

2) *Statistik Uji*

Untuk $k = 15$, maka

$$Q = n(n+2)\sum_{k=1}^{15}\frac{\widehat{\rho_k}^2}{n-k}$$

$$Q = 107(107+2)\left(\frac{(0{,}042)^2}{108-1}+\cdots+\frac{(0{,}122)^2}{108-15}\right)$$

$$Q = 21{,}032$$

Tabel distribusi Chi-Square diperoleh :

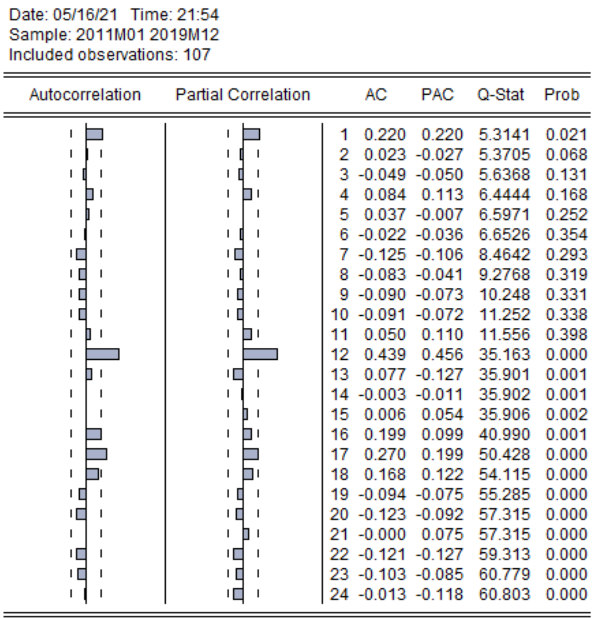
$$\chi^2_{(0{,}05;15-1-0)} = \chi^2_{(0{,}05;14)} = 23{,}685$$

3) *Kriteria Pengujian*

Dengan taraf signifikansi $\alpha = 0{,}05$, Menolak H_0 jika $Q > \chi^2_{(0{,}05;14)}$

4) *Keputusan*

Gagal menolak H_0 karena $Q < \chi^2_{(0{,}05;14)}$ artinya residual ARIMA (1,1,0) bersifat *white noise.* Selanjutnya pada uji normalitas digunakan rumus *Jarque Bera* sebagai berikut :



Date: 05/16/21 Time: 21:54
Sample: 2011M01 2019M12
Included observations: 107

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.220	0.220	5.3141	0.021
2	0.023	-0.027	5.3705	0.068
3	-0.049	-0.050	5.6368	0.131
4	0.084	0.113	6.4444	0.168
5	0.037	-0.007	6.5971	0.252
6	-0.022	-0.036	6.6526	0.354
7	-0.125	-0.106	8.4642	0.293
8	-0.083	-0.041	9.2768	0.319
9	-0.090	-0.073	10.248	0.331
10	-0.091	-0.072	11.252	0.338
11	0.050	0.110	11.556	0.398
12	0.439	0.456	35.163	0.000
13	0.077	-0.127	35.901	0.001
14	-0.003	-0.011	35.902	0.001
15	0.006	0.054	35.906	0.002
16	0.199	0.099	40.990	0.001
17	0.270	0.199	50.428	0.000
18	0.168	0.122	54.115	0.000
19	-0.094	-0.075	55.285	0.000
20	-0.123	-0.092	57.315	0.000
21	-0.000	0.075	57.315	0.000
22	-0.121	-0.127	59.313	0.000
23	-0.103	-0.085	60.779	0.000
24	-0.013	-0.118	60.803	0.000

Gambar 4. *Autocorrelation function* dan *partial autocorrelation function* residual kuadrat.

1) *Hipotesis*

H_0 : residual berdistribusi normal
H_1 : residual tidak berdistribusi normal

2) *Statistik Uji*

$$JB = n\left(\frac{S^2}{6}+\frac{(K-3)^2}{24}\right)$$

$$JB = 108\left(\frac{(0{,}069766)^2}{6}+\frac{(5{,}390609-3)^2}{24}\right)$$

$$JB = 108(0{,}2389366904)$$

$$JB = 25{,}5662$$

Tabel distribusi Chi-Square diperoleh :

$$\chi^2_{(0{,}05;2)} = 5{,}99145$$

3) *Kriteria Pengujian*

Dengan taraf signifikansi $\alpha = 0{,}05$, Menolak H_0 jika nilai JB > $\chi^2_{(0{,}05;2)}$

4) *Keputusan*

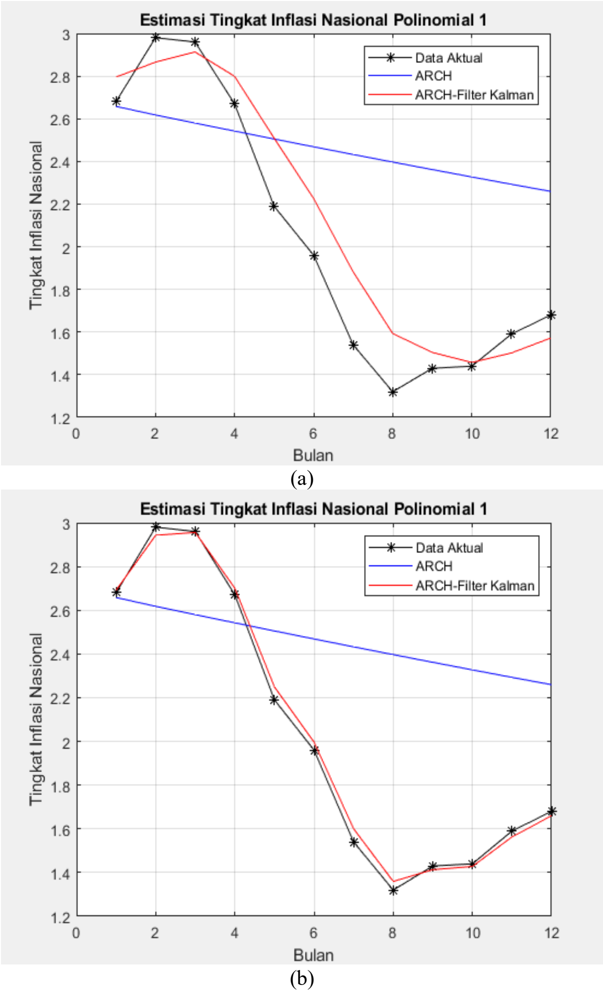
Menolak H_0 d $JB > \chi^2_{(0{,}05;2)}$ artinya residual ARIMA (1,1,0) tidak berdistribusi normal.

Dengan cara yang sama didapatkan uji *white noise* dan uji normalitas pada model *overfitting* yang tertera pada Tabel 2.

Berdasarkan Tabel 2. model ARIMA (1,1,0) memenuhi uji asumsi *white noise* namun tidak berdistribusi normal. Ketidaknormalan dari residual dapat mengindikasikan kondisi heteroskedastisitas yang menunjukkan adanya proses ARCH-GARCH [4]. Oleh karena itu, dilakukan uji heteroskedastisitas pada model ARIMA (1,1,0).

1) *Hipotesis*

$H_0 : \rho_1 = \cdots = \rho_{12} = 0$(tidak bersifat heteroskedastisitas)
H_0 : Minimal ada satu $\rho_i \neq 0$, dengan $i = 1,\ldots,12$ (bersifat heteroskedastisitas)



Gambar 6. Hasil simulasi tingkat inflasi nasional filter kalman polinomial derajat 1 (a) Q = 0,01 dan R = 0,1 dan (b) Q = R = 0,01.

2) *Statistik uji*

Untuk $k = 12$, maka

$$LB = n(n+2)\sum_{k=1}^{12}\frac{{\rho_k}^2}{n-k}$$

$$LB = 107(109)\left(\frac{(0{,}22)^2}{120-1}+\cdots+\frac{(0{,}439)^2}{120-12}\right)$$

$$LB = 34{,}864$$

Tabel distribusi Chi-Square diperoleh :

$${\chi^2}_{(0{,}05;12-1-0)} = 19{,}6751$$

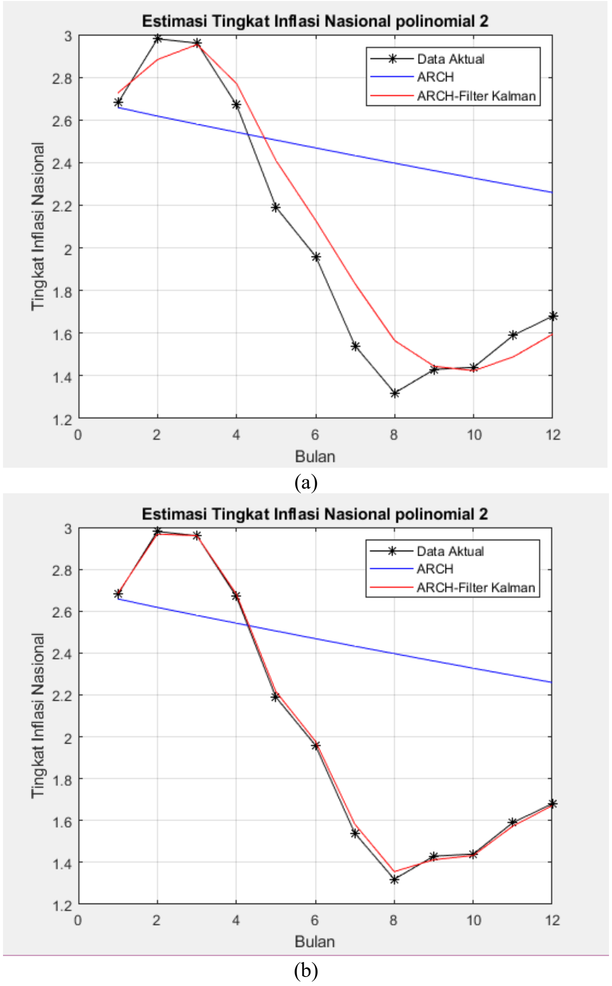
3) *Kriteria pengujian*

Dengan taraf signifikansi $\alpha = 0{,}05$, Menolak H_0 jika $LB > {\chi^2}_{(0{,}05;11)}$

4) *Keputusan*

Menolak H_0 karena $LB > {\chi^2}_{(0{,}05;11)}$ artinya kuadrat residual ARIMA (1,1,0) bersifat heteroskedastisitas.

Karena kuadrat residual model ARIMA (1,1,0) bersifat heteroskedastisitas maka untuk meramalkan data tingkat inflasi nasional menggunakan model ARIMA menjadi kurang efisien. Untuk mendapatkan hasil yang lebih baik perlu dilakukan pemodelan *time series* yang mempertimbangkan adanya heteroskedastisitas yaitu model ARCH-GARCH.



Gambar 5. Hasil simulasi tingkat inflasi nasional filter kalman polinomial derajat 2 (a) Q = 0,01 dan R = 0,1 dan (b) Q = R = 0,01.

C. *Identifikasi Model ARCH-GARCH*

Pembentukan model ARCH-GARCH yang pertama dilakukan adalah membuat plot ACF dan PACF residual kuadrat.

Berdasarkan Gambar 4. plot ACF menunjukkan *cuts off* pada lag ke-1 dan 12 dan plot PACF menunjukkan *cuts off* pada lag ke-1 dan 12. Sehingga diperoleh model dugaan sementara adalah ARCH(1) dan GARCH(1,1). Hasil estimasi parameter ARCH(1) dan GARCH(1,1) tertera pada Tabel 3.

Berdasarkan hasil *overfitting*, dipilih model ARCH(1) karena memiliki parameter yang signifikan dan memiliki nilai AIC dan SIC terkecil yang tertera pada Tabel 4. Sehingga didapatkan model ARCH(1) dan ARIMA (1,1,0) sebagai berikut :

$$Z_t = 0{,}107501 Z_{t-1} + u_t$$

$$\text{Dengan } Z_t = Y_{t+1} - Y_t \;\&\; Y_t = \ln X_t$$

$${\sigma_t}^2 = 0{,}004993 + 0{,}928125\, {u_{t-1}}^2$$

Keterangan :

X_t : data tingkat inflasi nasional pada waktu t
Y_t : transformasi data tingkat inflasi nasional pada waktu t
Z_t : *differencing* data tingkat inflasi nasional pada waktu t
u_t : residual data tingkat inflasi nasional pada waktu t

${\sigma_t}^2$: varian residual data tingkat inflasi nasional pada waktu t

Pada hasil ramalan didapatkan tingkat inflasi nasional 2020 yang cenderung menurun dengan nilai terbesar pada bulan Januari 2020 sebesar 2,658% dan nilai terkecil pada bulan Desember 2020 sebesar 2,259% dengan nilai MAPE sebesar 34,662%. Berdasarkan hasil perhitungan MAPE dapat disimpulkan bahwa model ARCH(1) kurang cukup baik karena nilai MAPE > 10%. Oleh karena itu diterapkan Filter Kalman untuk memperbaiki error hasil ramalan.

D. Penerapan Filter Kalman

Penerapan Filter Kalman merupakan suatu estimasi dengan tahapan prediksi satu langkah kedepan dan kemudian dikoreksi dengan data aktual, sehingga dapat diestimasi nilai error dengan menggunakan besaran nilai kovarian yaitu *noise* sistem dan *noise* pengukuran. Dengan nilai kovarian yang diasumsikan diharapkan terdapat pengaruh terhadap hasil estimasi tingkat inflasi nasional.Penerapan Filter Kalman dilakukan dengan menggunakan persamaan polinomial derajat 1 dan polinomial derajat 2 yang membentuk persamaan sebagai berikut :

$u_1^0 = a_{0,1} + a_{1,1}m_i$ dengan $x_t = \begin{bmatrix} a_{0,1} \\ a_{1,1} \end{bmatrix}$ dan $H_i = [1 \quad m_i]$

$u_2^0 = a_{0,2} + a_{1,2}m_i + a_{2,2}{m_i}^2$ dengan $x(t_i) = \begin{bmatrix} a_{0,2} \\ a_{1,2} \\ a_{2,2} \end{bmatrix}$

Dan $H_i = [1 \quad m_i \quad {m_i}^2]$

Model sistem Filter Kalman untuk polinomial derajat 1 dan 2 adalah sebagai berikut :

$$x_{t+1} = A_t x_t + \omega_t$$

Dapat dituliskan dalam bentuk state space sebagai berikut untuk polinomial derajat 1:

$$\begin{bmatrix} a_{0,1} \\ a_{1,1} \end{bmatrix}_{t+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{0,1} \\ a_{1,1} \end{bmatrix}_t + \omega_t$$

Untuk polinomial derajat 2

$$\begin{bmatrix} a_{0,2} \\ a_{1,2} \\ a_{2,2} \end{bmatrix}_{t+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{0,2} \\ a_{1,2} \\ a_{2,2} \end{bmatrix}_t + \omega_t$$

Dan model pengukuran

$$z_t = H_t x_t + v_t$$

Dengan u_i^0 sebagai variabel pengukuran maka diperoleh model pengukuran z_t dalam bentuk state space sebagai berikut untuk polinomial derajat 1

$$z_t = [1 \quad m_i] \begin{bmatrix} a_{0,1} \\ a_{1,1} \end{bmatrix}_t + v_t$$

Untuk polinomial derajat 2

$$z_t = [1 \quad m_i \quad {m_i}^2] \begin{bmatrix} a_{0,2} \\ a_{1,2} \\ a_{2,2} \end{bmatrix}_t + v_t$$

Diasumsikan bahwa nilai $Q = 0{,}01$. Dengan untuk polinomial derajat 1:

$P_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ dan $Q_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} Q$

Dan untuk polinomial derajat 2

$P_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ dan $Q_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} Q$

Nilai awal diperoleh dari nilai hasil peramalan tingkat inflasi nasional pada model ARCH(1). Untuk polinomial derajat 1 nilai $\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} 2{,}658 \\ 2{,}618 \end{bmatrix}$. Untuk polinomial derajat 2 nilai $\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} 2{,}658 \\ 2{,}618 \\ 2{,}579 \end{bmatrix}$. Kemudian dilanjutkan pada tahap prediksi dan tahap koreksi. Tahap prediksi dilakukan dengan menggunakan persamaan berikut:

$$\hat{x}_{\bar{t}+1} = A_t \hat{x}_t$$

$$P_{\bar{t}+1} = A_t P_t A_t^T + Q_k$$

Sedangkan tahap koreksi dilakukan sebagai berikut, Kalman Gain didapatkan dengan menggunakan nilai kovarian error pada tahap prediksi.

$$K_{t+1} = P_{\bar{t}+1} H_{t+1}^T (H_{t+1}\, P_{\bar{t}+1}\, H_{t+1}^T + R_{t+1})^{-1}$$

Kemudian nilai $\hat{x}_{k+1}$ didapatkan dengan menggunakan nilai $\hat{x}_{\bar{t}+1}$ yang diperoleh pada tahap prediksi dan nilai Kalman Gain pada tahap koreksi.

$$\hat{x}_{t+1} = \hat{x}_{\bar{t}+1} + K_{t+1}[z_{t+1} - H_{t+1}\, \hat{x}_{\bar{t}+1}]$$

Kemudian, nilai P_{t+1} didapatkan dengan menggunakan nilai $P_{\bar{t}+1}$ yang telah diperoleh pada tahap prediksi dan Kalman Gain pada tahap koreksi.

$$P_{t+1} = [(P_{\bar{t}+1})^{-1} + H_{t+1}^T (R_{t+1})^{-1}\, H_{t+1}]^{-1}$$

Simulasi Filter Kalman telah dilakukan dengan menggunakan *software* MatLab. Berikut adalah hasil estimasi tingkat inflasi nasional menggunakan Filter Kalman derajat polinomial 1 .

Gambar 5 adalah hasil simulasi Filter Kalman polinomial derajat 1. Pada simulasi didapatkan nilai MAPE terkecil pada data tingkat inflasi nasional dengan menggunakan nilai $Q = R = 0{,}01$.

Gambar 6 adalah hasil simulasi Filter Kalman polinomial derajat 2. Pada simulasi didapatkan nilai MAPE terkecil pada data tingkat inflasi nasional dengan menggunakan nilai $Q = R = 0{,}01$. Tabel 5 adalah nilai MAPE dari masing-masing model.

Tabel 5. menunjukkan bahwa hasil nilai MAPE terbaik didapatkan setelah dilakukanya penerapan Filter Kalman yang ditandai dengan nilai MAPE yang bernilai kecil dan mendekati data aktual.

IV. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian Tugas Akhir ini, dapat disimpulkan sebagai berikut diperoleh model terbaik pada data tingkat inflasi nasional yaitu ARCH (1) dengan nilai MAPE 34,662%. Secara matematis dapat dituliskan sebagai berikut :

$$Z_t = 0{,}107501 Z_{t-1} + u_t$$

dengan $Z_t = Y_{t+1} - Y_t$ dan $Y_t = \ln X_t$

$$\sigma_t{}^2 = 0{,}004993 + 0{,}928125\, u_{t-1}{}^2$$

Berdasarkan model tersebut, tingkat inflasi nasional pada saat t dipengaruhi oleh tingkat inflasi pada saat $t-1$. Sedangkan nilai variani residual pada saat t dipengaruhi oleh varian residual kuadrat pada saat $t-1$.

Pada simulasi Filter Kalman perbaikan error, nilai MAPE pada Filter Kalman polinomial derajat 2 sebesar 1,0035% lebih kecil dibandingkan Filter Kalman polinomial derajat 1 sebesar 1,6105% untuk setiap nilai Q dan R yang sama. Hal ini menunjukkan bahwa estimasi Filter Kalman Polinomial derajat 2 lebih baik dari pada Filter Kalman polinomial Derajat 1. Hasil estimasi tingkat inflasi nasional untuk periode 2020 berada pada kisaran 1,356% hingga 2,967%.

Adapun saran yang dapat yang dapat dikembangkan untuk Penelitian Tugas Akhir adalah estimasi Filter Kalman dalam memperbaiki error dari peramalan time series lainnya seperti SARIMA atau motede peramalan lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Suseno and S. Astiyah, *Inflasi*, Jakarta: Bank Indonesia, 2009.
[2] P. Febritasari, "Estimasi Inflasi Wilayah Kerja KpwBI Malang Menggunakan ARIMA-Filter Kalman dan VAR-Filter Kalman," Departemen Matematika: Institut Teknologi Sepuluh Nopember, 2016.
[3] J. R. Prillantika, "Perbandingan Model Gstar Dan Gstar-Filter Kalman Pada Peramalan Tingkat Inflasi Di Tiga Kota Di Jawa Timur," Departemen Matematika: Institut Teknologi Sepuluh Nopember, 2017.
[4] L. P. Widasari and N. Wahyuningsih, "Aplikasi model ARCH-GARCH dalam peramalan tingkat inflasi," *J. Sains dan Seni ITS*, vol. 1, no. 1, 2012.