

Analisis Aliran Konveksi Campuran Fluida Viskoelastik Melewati Bola Teriris yang Dipengaruhi Medan Magnet

Tanjung Eviloka dan Basuki Widodo

Departemen Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

e-mail: b_widodo@matematika.its.ac.id

Abstrak—Magnetohidrodinamik (MHD) merupakan aliran khusus yang akhir-akhir ini sering diteliti. Aliran Magnetohidrodinamik mempelajari tentang aliran fluida yang dipengaruhi oleh medan magnet dan dapat menghantarkan aliran listrik. Pada penelitian ini, akan dibahas terkait aliran konveksi campuran fluida viskoelastik melewati bola pejal teriris yang dipengaruhi medan magnet. Persamaan pembangun dibangun dari persamaan kontinuitas, momentum, dan energi. Aliran fluida viskoelastik tersebut mengalir dari bawah dan melewati bola pejal teriris yang kemudian menimbulkan lapisan batas (*boundary layer*). Persamaan lapisan batas tersebut kemudian ditransformasikan ke bentuk non-dimensional menggunakan variabel non-dimensional dan selanjutnya diubah ke persamaan similaritas menggunakan fungsi alir (*Stream function*). Persamaan similaritas kemudian diselesaikan secara numerik menggunakan metode *Keller-Box*. Hasil numerik yang diperoleh berupa profil temperatur dan kecepatan fluida dengan variasi parameter magnetik, parameter konveksi, parameter viskoelastik, Bilangan Prandtl, dan variasi sudut irisan bola. Hasil simulasi numerik menunjukkan semakin besar parameter konveksi, parameter magnetik dan besar sudut irisan bola maka semakin meningkat pula profil kecepatannya atau berbanding lurus, sedangkan untuk parameter viskoelastik dan Bilangan Prandtl berbanding terbalik dengan profil kecepatan. Untuk profil temperatur meningkat ketika parameter viskoelastik meningkat atau berbanding lurus, sedangkan parameter magnetik, parameter konveksi, Bilangan Prandtl, dan variasi sudut irisan berbanding terbalik.

Kata Kunci—Bola Teriris, Fluida Viskoelastik, Konveksi Campuran, Magnetohidrodinamik, Metode *Keller-Box*.

I. PENDAHULUAN

FLUIDA merupakan zat yang bila terkena tegangan geser akan berubah bentuk secara kontinu, meskipun tegangan geser tersebut bernilai kecil. Berdasarkan viskositasnya fluida dibagi menjadi dua yaitu fluida Newtonian dan fluida Non-Newtonian. Fluida yang memiliki viskositas bernilai konstan dan memiliki kurva tegangan yang linier apabila terdapat gaya yang bekerja dinamakan fluida Newtonian. Sedangkan fluida yang memiliki kurva tegangan yang non linear atau tidak memenuhi hukum linierisasi newton dan viskositas bernilai tidak konstan apabila terdapat gaya yang bekerja dinamakan fluida Non-Newtonian [1]. Dalam banyak sektor industri, pemanasan atau pendinginan fluida merupakan kebutuhan utama [2].

Magnetohidrodinamik (MHD) merupakan aliran khusus yang akhir-akhir ini sering diteliti. Aliran Magnetohidrodinamik mempelajari tentang aliran fluida yang dipengaruhi oleh medan magnet dan dapat menghantarkan aliran listrik [3]. Pemanfaatan magnetohidrodinamik pada bidang teknologi cukup luas,

salah satu contohnya adalah pada PLTU. Dengan adanya penerapan MHD pada PLTU, diperoleh efisiensi mencapai 30% [4]. Pemanfaatan MHD juga dilakukan pada pengeboran minyak, simulasi yang akurat terkait aliran lumpur pada pengeboran minyak di persekitaran antara pipa bor dan dinding tanah sangat penting untuk evaluasi variasi tekanan dalam lumpur di dalam sumur bor, efisiensi transportasi dari *stek rock drill* dan penurunan tekanan gesekan. Medan magnet juga dapat digunakan untuk pengendalian operasi aliran seperti dimana cairan yang keluar terionisasi dan mengandung listrik [5].

Fluida viskoelastik merupakan salah satu jenis dari fluida Non-Newtonian selain fluida pseudoplastic, fluida rheopectic, dan fluida thixotropic yang memiliki sifat viskos (kental) dan elastis. Penerapan dari fluida viskoelastik sangat penting terutama untuk pengeboran minyak, industri pertahanan, dan industri makanan. Fluida tipe ini telah menarik perhatian banyak peneliti karena aplikasi dari fluida ini sangat penting sehingga banyak penelitian yang dilakukan terkait dengan fluida viskoelastik [6]. Seperti Sulistyanyingtyas yang telah meneliti pengaruh aliran fluida viskoelastik yang melewati pelat datar dan juga Sahaya yang telah melakukan penelitian terhadap aliran fluida magnetohidrodinamik viskoelastik tersuspensi yang melewati pelat datar [6-7]. Pada penelitian sebelumnya, fluida viskoelastik sudah banyak diteliti dengan jenis konveksi yang berbeda dan diberbagai objek, seperti silinder eliptik, bola berpori, pelat datar, bola pejal, dan sebagainya.

Berdasarkan kegunaan MHD yang sangat menunjang dalam perkembangan teknologi, maka perlu dilakukan penelitian yang lebih mendalam terkait MHD terutama fluida viskoelastik. Pada penelitian ini, akan dibahas terkait aliran konveksi campuran fluida viskoelastik melewati bola pejal teriris yang dipengaruhi medan magnet. Jenis fluida yang digunakan adalah fluida viskoelastik yang merupakan salah satu jenis dari fluida non-newtonian. Persamaan pembangun dibangun dari persamaan kontinuitas, momentum, dan energi. Bola teriris yang digunakan dalam penelitian ini dalam keadaan diam dan permukaan halus (tidak berpori). Aliran fluida viskoelastik tersebut mengalir dari bawah dan melewati bola pejal teriris yang kemudian menimbulkan lapisan batas (*boundary layer*). Persamaan lapisan batas tersebut kemudian ditransformasikan ke bentuk non-dimensional menggunakan variabel non-dimensional dan selanjutnya diubah ke persamaan similaritas menggunakan fungsi alir (*Stream function*). Persamaan similaritas kemudian diselesaikan secara numerik menggunakan metode *Keller-Box* dan divisualisasikan menggunakan software MATLAB. Hasil numerik yang diperoleh berupa profil temperatur dan kecepatan fluida dengan variasi parameter

magnetik, parameter konveksi, parameter viskoelastik, bilangan Prandtl, dan variasi sudut irisan bola.

II. METODE PENELITIAN

Langkah-langkah dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

A. Studi Literatur

Tahap pertama adalah melakukan studi literatur. Pada tahap ini dikaji beberapa referensi dari penelitian sebelumnya yang dapat mendukung dan menunjang pengerjaan Tugas Akhir ini. Seperti dari buku ataupun jurnal ilmiah yang berkaitan dengan proses penelitian, contohnya mengenai magnetohidrodinamik, fluida viskoelastik, dan hal lain yang berhubungan dengan permasalahan tersebut.

B. Pembentukan Persamaan Pembangun Dimensional

Pada tahap ini digunakan persamaan pembangun untuk membentuk persamaan pembangun dimensional dari aliran konveksi campuran fluida viskoelastik melewati bola teriris yang dipengaruhi medan magnet. Adapun persamaan pembangun yang digunakan yaitu persamaan kontinuitas, persamaan momentum, dan persamaan energi.

C. Transformasi ke dalam Persamaan non-Dimensional

Persamaan pembangun ditransformasi dari bentuk dimensional menjadi bentuk non-Dimensional menggunakan variabel non-Dimensional dan parameter non-Dimensional. Tahap ini dilakukan untuk menjadikan persamaan pembangun tidak berpengaruh terhadap satuan.

D. Pembentukan Persamaan Similaritas

Persamaan pembangun non-Dimensional diubah ke dalam persamaan similaritas dengan menggunakan fungsi alir (stream function). Tahap ini dilakukan untuk menjadikan persamaan dua dimensi menjadi persamaan satu dimensi. Sehingga nantinya dapat diselesaikan menggunakan metode Keller-Box.

E. Penyelesaian Numerik

Penyelesaian numerik dari aliran konveksi campuran fluida viskoelastik melewati bola teriris yang dipengaruhi medan magnet diselesaikan menggunakan skema metode beda hingga Keller-Box.

F. Simulasi

Dibuat algoritma program dari metode beda hingga implisit dengan skema Keller-Box terhadap aliran konveksi campuran fluida viskoelastik melewati bola teriris yang dipengaruhi medan magnet. Program dibuat menggunakan MATLAB.

G. Analisis Hasil dan Pembahasan

Dilakukan analisis hasil simulasi pengaruh parameter magnetik, parameter konveksi, parameter viskoelastik, bilangan Prandtl dan besar sudut irisan bola terhadap kurva kecepatan dan kurva temperatur.

H. Penarikan Kesimpulan

Pada tahap ini akan ditarik kesimpulan dari hasil analisis yang telah dilakukan dari tahap sebelumnya.

III. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

A. Persamaan Pembangun Dimensional

Berikut merupakan persamaan pembangun dari aliran konveksi campuran fluida viskoelastik melewati bola teriris yang dipengaruhi medan magnet dalam keadaan steady dan incompressible adalah sebagai berikut:

1) Persamaan Kontinuitas

$$\frac{\partial(\bar{r}\bar{u})}{\partial\bar{x}} + \frac{\partial(\bar{r}\bar{v})}{\partial\bar{y}} = 0 \quad (1)$$

2) Persamaan Momentum

Sumbu x:

$$\left(\bar{u}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{x}} + \bar{v}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{y}}\right) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial\bar{x}} + \frac{\mu_0}{\rho}\left(\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial\bar{x}^2} + \frac{\partial^2\bar{u}}{\partial\bar{y}^2}\right) - \frac{k_0}{\rho}\left[\bar{u}\left(\frac{\partial^3\bar{u}}{\partial\bar{x}^3} + \frac{\partial^3\bar{u}}{\partial\bar{x}\partial\bar{y}^2}\right) + \bar{v}\left(\frac{\partial^3\bar{u}}{\partial\bar{x}^2\partial\bar{y}} + \frac{\partial^3\bar{u}}{\partial\bar{y}^3}\right) - \frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{y}}\left(\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial\bar{x}\partial\bar{y}} + \frac{\partial^2\bar{v}}{\partial\bar{x}^2}\right) - 2\frac{\partial\bar{v}}{\partial\bar{x}}\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial\bar{x}\partial\bar{y}} - \frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{x}}\left(3\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial\bar{x}^2} - \frac{\partial^2\bar{u}}{\partial\bar{y}^2}\right)\right] - \frac{1}{\rho}\frac{25}{16}\sigma B_0^2\bar{u} + g\beta(\bar{T} - T_\infty) \quad (2)$$

Sumbu y :

$$\left(\bar{u}\frac{\partial\bar{v}}{\partial\bar{x}} + \bar{v}\frac{\partial\bar{v}}{\partial\bar{y}}\right) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial\bar{y}} + \frac{\mu_0}{\rho}\left(\frac{\partial^2\bar{v}}{\partial\bar{x}^2} + \frac{\partial^2\bar{v}}{\partial\bar{y}^2}\right) - \frac{k_0}{\rho}\left[\bar{u}\frac{\partial^3\bar{v}}{\partial\bar{x}^3} + \bar{u}\frac{\partial^3\bar{v}}{\partial\bar{x}\partial\bar{y}^2} + \bar{v}\frac{\partial^3\bar{v}}{\partial\bar{x}^2\partial\bar{y}} + \bar{v}\frac{\partial^3\bar{v}}{\partial\bar{y}^3} + \frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{x}}\left(3\frac{\partial^2\bar{v}}{\partial\bar{y}^2} - \frac{\partial^2\bar{v}}{\partial\bar{x}^2}\right) - \frac{\partial\bar{v}}{\partial\bar{x}}\left(\frac{\partial^2\bar{v}}{\partial\bar{x}\partial\bar{y}} + \frac{\partial^2\bar{u}}{\partial\bar{y}^2}\right) - 2\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{y}}\frac{\partial^2\bar{v}}{\partial\bar{x}\partial\bar{y}}\right] - \frac{1}{\rho}\frac{25}{16}\sigma B_0^2\bar{v} + g\beta(\bar{T} - T_\infty)\frac{g}{\cos\left(\frac{\bar{x}\cos\bar{y}}{\cos\theta_s}\right)} \quad (3)$$

3) Persamaan Energi

$$\bar{u}\frac{\partial\bar{T}}{\partial\bar{x}} + \bar{v}\frac{\partial\bar{T}}{\partial\bar{y}} = \alpha\frac{\partial^2\bar{T}}{\partial\bar{y}^2} \quad (4)$$

dengan kondisi batas :

$$\bar{u} = \bar{v} = 0, \bar{T} = T_w \text{ untuk } \bar{y} = 0$$

$$\bar{u} = \bar{u}_e(x), \frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{y}} = 0, \bar{T} = T_\infty, \text{ untuk } \bar{y} \rightarrow \infty$$

dengan kecepatan aliran bebas $\bar{u}_e = \frac{3}{2}\sin\left(\frac{\bar{x}}{b}\right)$, dan

α : Difusi termal

μ_0 : Viskositas dinamik

k_0 : Koefisien memori pendek

ρ : Massa jenis fluida

β : Koefisien muai panas

u : Komponen kecepatan pada sumbu x

v : Komponen kecepatan pada sumbu y

B. Pendekatan Lapisan Batas

Persamaan momentum (2) dan (3) tidak mudah untuk diselesaikan sehingga membutuhkan penyederhanaan dengan teori lapisan batas. Selanjutnya, Persamaan (2) dan (3) diukur dalam bentuk 1 dan Δ . Dengan 1 menunjukkan kecepatan dominan fluida bergerak dan Δ menunjukkan perubahan suatu nilai kecepatan aliran yang sangat kecil [8].

$$\bar{u} \sim 1, \bar{x} \sim 1, \bar{v} \sim \Delta, \frac{K_0}{\rho} \sim \Delta^2, \frac{\mu_0}{\rho} \sim \Delta^2, g \sim 1$$

Berdasarkan bentuk notasi di atas, dilakukan proses penyederhanaan persamaan momentum untuk persamaan momentum pada sumbu x dan y sehingga didapatkan :
Sumbu x:

$$\left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}}\right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \bar{x}} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2}\right) - \frac{k_0}{\rho} \left[u \left(\frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}^2}\right) + \nu \left(\frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial \bar{y}^3}\right) - \frac{\partial u}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}\right) + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right] - \frac{25}{16} \frac{1}{\rho} \sigma B_0^2 \bar{u} + g\beta(\bar{T} - T_\infty) \tan\left(\frac{x \cos \theta_s}{\cos \theta_s}\right) \quad (5)$$

Pada sumbu y hasil yang diperoleh hanya memuat nilai Δ sehingga menunjukkan bahwa persamaan momentum pada sumbu y mengalami perubahan nilai kecepatan sangat kecil. Sehingga, pada analisa berikutnya persamaan momentum pada sumbu y tidak digunakan.

C. *Persamaan Pembangun non-Dimensional*

Pada penelitian ini digunakan variabel tak berdimensi sebagai berikut [9]:

$$x = \frac{\bar{x}}{a}, \quad y = Re^{\frac{1}{2}} \frac{\bar{y}}{a}, \quad r = \frac{\bar{r}}{a}, \quad b = \frac{\bar{b}}{a}, \quad u = \frac{\bar{u}}{U_\infty}, \\ v = Re^{\frac{1}{2}} \frac{\bar{v}}{U_\infty}, \quad p = \frac{\bar{p}}{\rho U_\infty^2}, \quad T = \frac{\bar{T} - T_\infty}{T_w - T_\infty}$$

dengan Bilangan Reynolds $Re = \frac{U_\infty a}{\nu}$ dimana ν merupakan viskositas kinematik yang dituliskan dengan $\nu = \frac{\mu}{\rho}$.

Digunakan pula parameter-parameter sebagai berikut :

1. Parameter Magnetik (M) :

$$M = \frac{\sigma B_0^2 a}{\rho U_\infty}$$

2. Bilangan Prandtl (Pr) :

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

3. Parameter Viskoelastik (K) :

$$K = \frac{k_0 U_\infty}{a \rho \nu}$$

4. Parameter Konveksi (λ) :

$$\lambda = \frac{Gr}{Re^2}$$

5. Dengan Bilangan Grashof :

$$Gr = g\beta(T - T_\infty) \frac{a^3}{\nu^2}$$

Maka diperoleh :

$$\lambda = \frac{g\beta(T - T_\infty) a^3}{U_\infty^2}$$

Dengan mensubstitusikan variabel non-Dimensional dan Parameter non-Dimensional di atas, maka diperoleh persamaan pembangun non-Dimensional sebagai berikut :

1) *Persamaan Kontinuitas*

$$\frac{\partial(ru)}{\partial x} + \frac{\partial(rv)}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

2) *Persamaan Momentum*

$$\frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - K \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(u \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + v \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right] - \frac{25}{16} M u + \lambda T \tan\left(\frac{x \cos \theta_s}{\cos \theta_s}\right) \quad (7)$$

3) *Persamaan Energi*

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (8)$$

$$u = v = 0, T = 1 \text{ untuk } y = 0$$

$$u = u_e(x), \frac{\partial u}{\partial y} = 0, T = 0 \text{ untuk } y \rightarrow \infty$$

D. *Pembentukan Persamaan Similaritas*

Untuk mengubah persamaan dua dimensi menjadi satu dimensi maka digunakan fungsi alir (stream function) dan temperatur yang dinyatakan dengan [10]:

$$\psi = xr(x)f(x, \eta), \quad T = \theta(x, \eta)$$

dan ψ merupakan fungsi alir yang didefinisikan sebagai berikut:

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \\ v = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Dengan mensubstitusikan fungsi alir di atas kedalam persamaan (6)-(8) maka diperoleh persamaan similaritas sebagai berikut:

Persamaan Kontinuitas:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial \eta} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial \eta} = 0$$

Karena Persamaan kontinuitas bernilai 0, maka persamaan kontinuitas adalah trivial sehingga tidak digunakan dalam perhitungan selanjutnya.

Persamaan Momentum:

$$0 = f''' + 2ff'' - (f')^2 + \frac{9}{4 \cos^2 \theta_s} - 2K(f'f''' - ff'''' - (f'')^2) + \frac{\lambda \theta}{\cos \theta_s} - \frac{25}{16} M \left(f' - \frac{3}{2 \cos \theta_s} \right) \quad (9)$$

Persamaan Energi:

$$\frac{1}{Pr} \theta'' + 2f\theta' = 0 \quad (10)$$

Dengan kondisi batas :

$$f(0) = f'(0) = 0, \theta = 1 \text{ untuk } \eta = 0$$

$$f'(\infty) = 1, f''(\infty) = 0, \theta(\infty) = 0 \text{ untuk } \eta \rightarrow \infty$$

Dengan tanda ' merupakan turunan terhadap η

E. *Penyelesaian Numerik*

Pada penelitian ini, model yang telah didapatkan diselesaikan menggunakan metode *Keller-Box*.

1) *Transformasi Menjadi Orde Pertama*

Dengan melakukan pemisalan fungsi sebagai berikut :

$$f' = u \\ u' = v \\ v' = w \\ s' = t$$

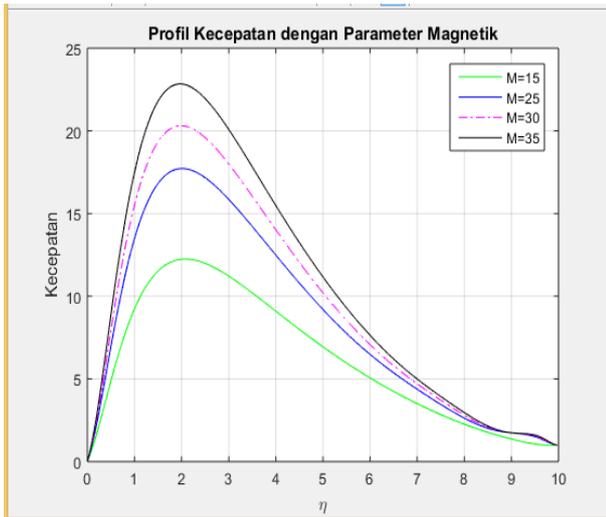
Sehingga persamaan (9)-(10) menjadi :

$$0 = w + 2fv - u^2 + \frac{9}{4 \cos^2 \theta_s} - 2K(uw - fw' - v^2) + \frac{\lambda s}{\cos \theta_s} - \frac{25}{16} M \left(u - \frac{3}{2 \cos \theta_s} \right) \quad (11)$$

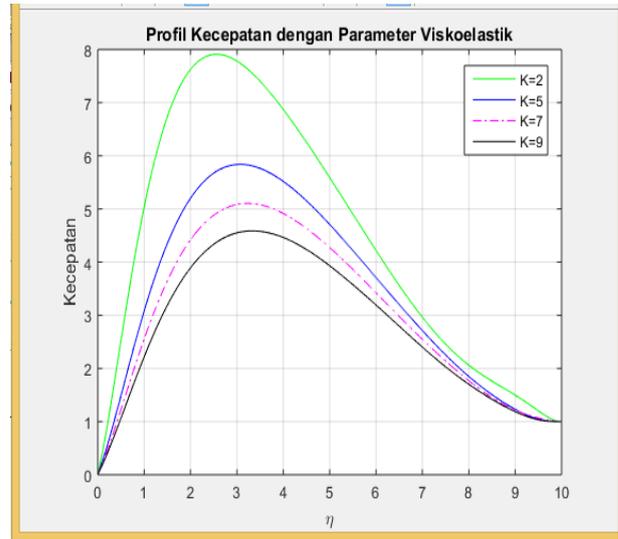
$$0 = \frac{1}{Pr} t' + 2ft \quad (12)$$

$$f(0) = u(0) = 0, s(0) = 0 \text{ pada saat } \eta = 0$$

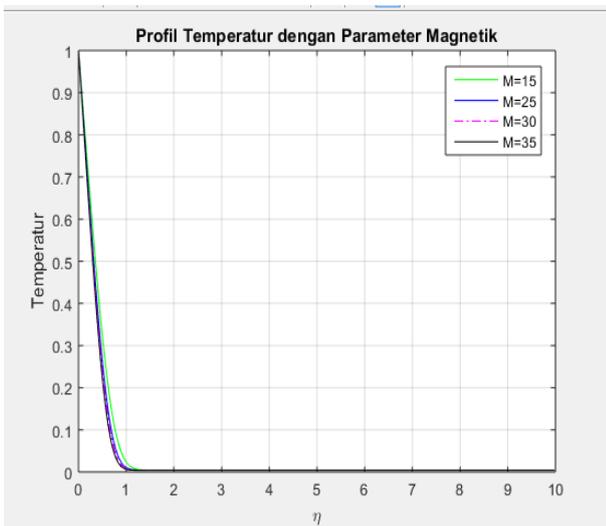
$$u \rightarrow 1, s \rightarrow 0 \text{ pada saat } \eta \rightarrow \infty$$



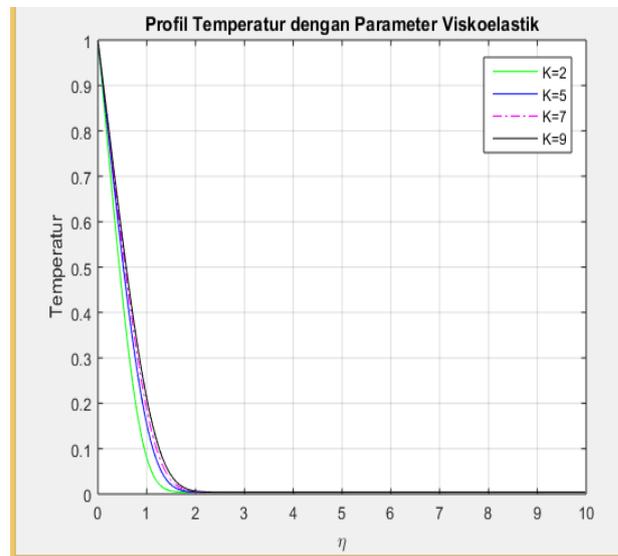
Gambar 1. Profil kecepatan dengan variasi parameter magnetik (m).



Gambar 3. Profil kecepatan dengan variasi parameter viskoelastik (K).



Gambar 2. Profil temperatur dengan variasi parameter magnetik (m).



Gambar 4. Profil temperatur dengan variasi parameter viskoelastik (k).

2) Diskritisasi Model

Selanjutnya dilakukan diskritisasi pada model yang diperoleh dengan menggunakan metode beda hingga pusat.

3) Linierisasi Model

Setelah didapatkan hasil dari diskritisasi model, maka selanjutnya dilakukan linierisasi dengan bentuk iterasi (i) metode Newton sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 f_j^{(i+1)} &= f_j^{(i)} + \delta f_j^{(i)} \\
 u_j^{(i+1)} &= u_j^{(i)} + \delta u_j^{(i)} \\
 v_j^{(i+1)} &= v_j^{(i)} + \delta v_j^{(i)} \\
 w_j^{(i+1)} &= w_j^{(i)} + \delta w_j^{(i)} \\
 s_j^{(i+1)} &= s_j^{(i)} + \delta s_j^{(i)} \\
 \tau_j^{(i+1)} &= \tau_j^{(i)} + \delta \tau_j^{(i)}
 \end{aligned}$$

4) Teknik Eliminasi Blok

Pada langkah terakhir, hasil dari linearisasi diselesaikan menggunakan teknik eliminasi matriks blok tridiagonal.

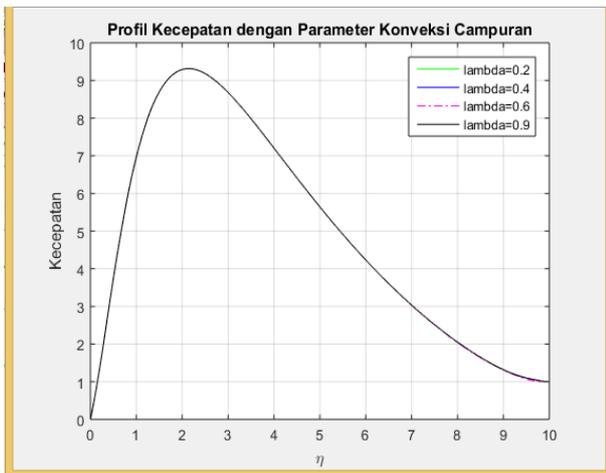
F. Hasil Simulasi Numerik

Setelah penyelesaian numerik maka selanjutnya dilakukan simulasi menggunakan Matlab. Grafik yang dihasilkan dari proses simulasi menunjukkan pengaruh dari variasi nilai

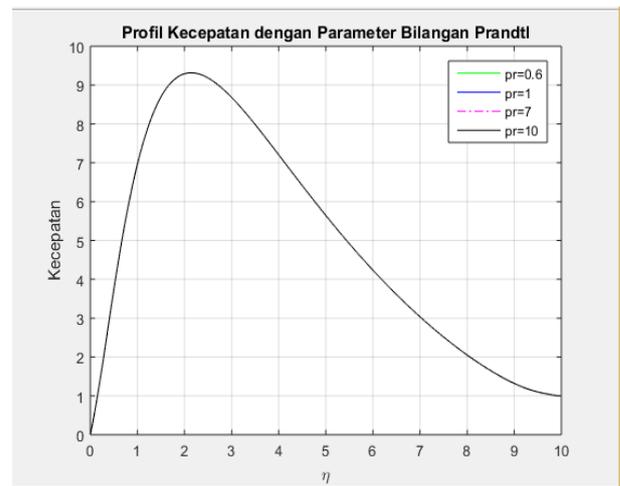
parameter magnetik (M), parameter viskoelastik (K), parameter konveksi campuran (λ), bilangan Prandtl (Pr), dan variasi sudut irisan bola (θ_s) terhadap profil kecepatan (f') dan juga terhadap profil temperatur (θ). Pada perhitungan numerik, jumlah partisi η (np) adalah 500 dan nilai Δη yang digunakan adalah 0.02.

1) Pengaruh Parameter Magnetik (M)

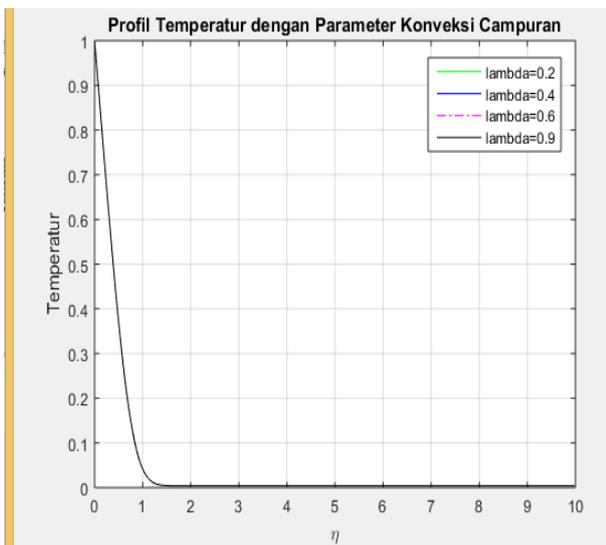
Variasi parameter magnetik yang digunakan adalah 15, 25, 30, 35. Nilai parameter lain yang digunakan antara lain K = 1, Pr = 0.7, λ = 1, θ_s = π/6 = 30°. Gambar 1 dan Gambar 2 menunjukkan semakin meningkat parameter magnetik maka profil kecepatan juga meningkat atau berbanding lurus, sedangkan profil temperatur menurun atau berbanding terbalik. Hal ini disebabkan ketika medan magnet bertambah maka massa jenis fluida berkurang, sehingga hambatan dari gaya antar partikel juga berkurang, dan selanjutnya kecepatan akan semakin bertambah. Medan magnet bertambah dan massa jenis berkurang juga menyebabkan energi internal fluida semakin bertambah sehingga energi yang digunakan untuk bergerak akan berkurang. Selanjutnya temperatur akan menurun ketika parameter magnetik bertambah.



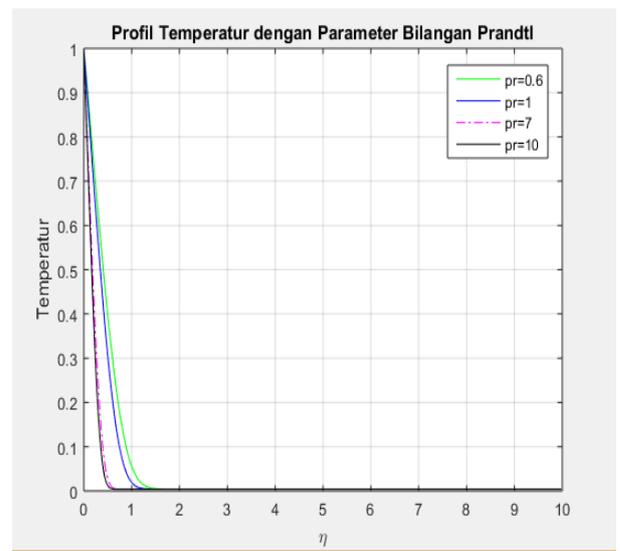
Gambar 5. Profil kecepatan dengan variasi parameter konveksi campuran (λ).



Gambar 7. Profil kecepatan dengan variasi parameter bilangan prandtl (Pr).



Gambar 6. Profil temperatur dengan variasi parameter konveksi campuran (λ).



Gambar 8. Profil temperatur dengan variasi parameter bilangan prandtl (Pr).

2) Pengaruh Parameter Viskoelastik (K)

Variasi parameter viskoelastik yang digunakan adalah 2, 5, 7, 9. Nilai parameter lain yang digunakan antara lain $M = 10, Pr = 0.7, \lambda = 1, \theta_s = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$. Gambar 3 dan Gambar 4 menunjukkan bahwa semakin meningkat parameter viskoelastik maka profil kecepatan semakin menurun atau berbanding terbalik, sedangkan profil temperatur semakin meningkat. Hal ini diakibatkan pergerakan fluida menjadi lebih lambat ketika fluida tersebut memiliki elastisitas yang besar dan juga elastisitas yang tinggi pada fluida dapat meningkatkan profil temperatur.

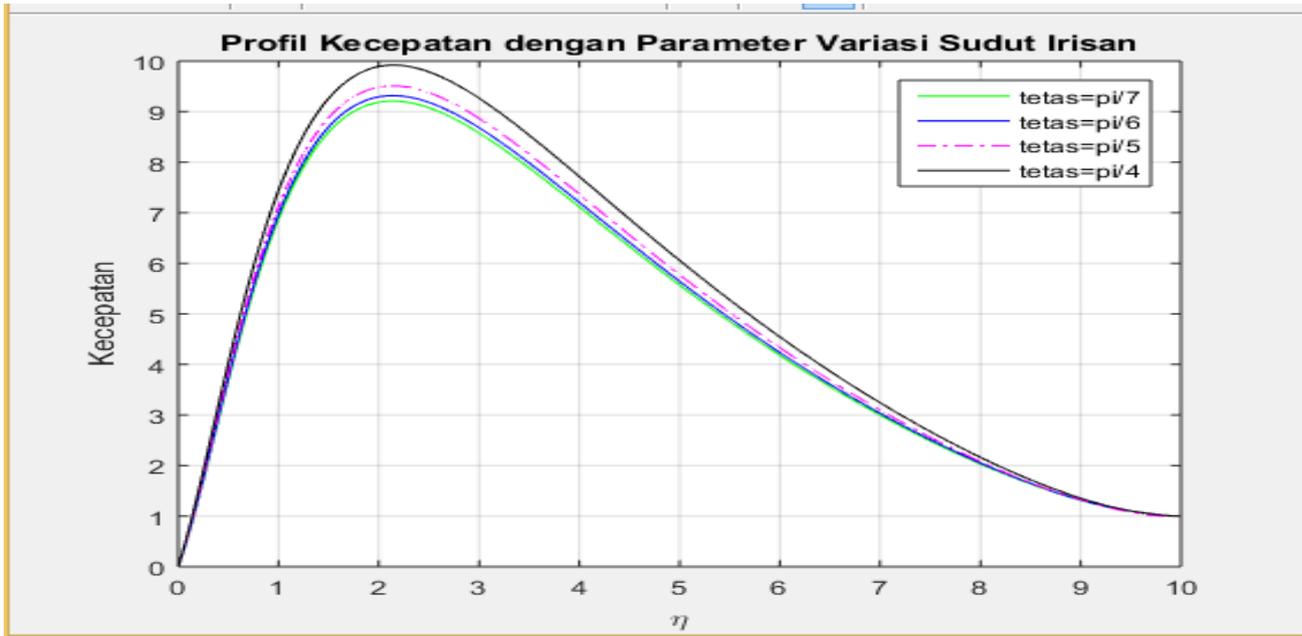
3) Pengaruh Parameter Konveksi Campuran (λ)

Variasi parameter konveksi campuran yang digunakan adalah 0.2, 0.4, 0.6, 0.9. Nilai parameter lain yang digunakan antara lain $M = 10, Pr = 0.7, K = 1, \theta_s = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$. Gambar 5 dan Gambar 6 menunjukkan bahwa ketika parameter konveksi campuran meningkat maka profil kecepatan juga akan meningkat, sedangkan profil temperatur semakin menurun. Hal ini dikarenakan pengaruh gaya apung, dimana gaya apung fluida mempengaruhi momentum fluida sehingga kecepatan aliran fluida semakin besar. Dan juga diakibatkan $\lambda = \frac{Gr}{Re^2}$ dimana ($\lambda \sim Gr$). Kemudian dilihat dari persamaan

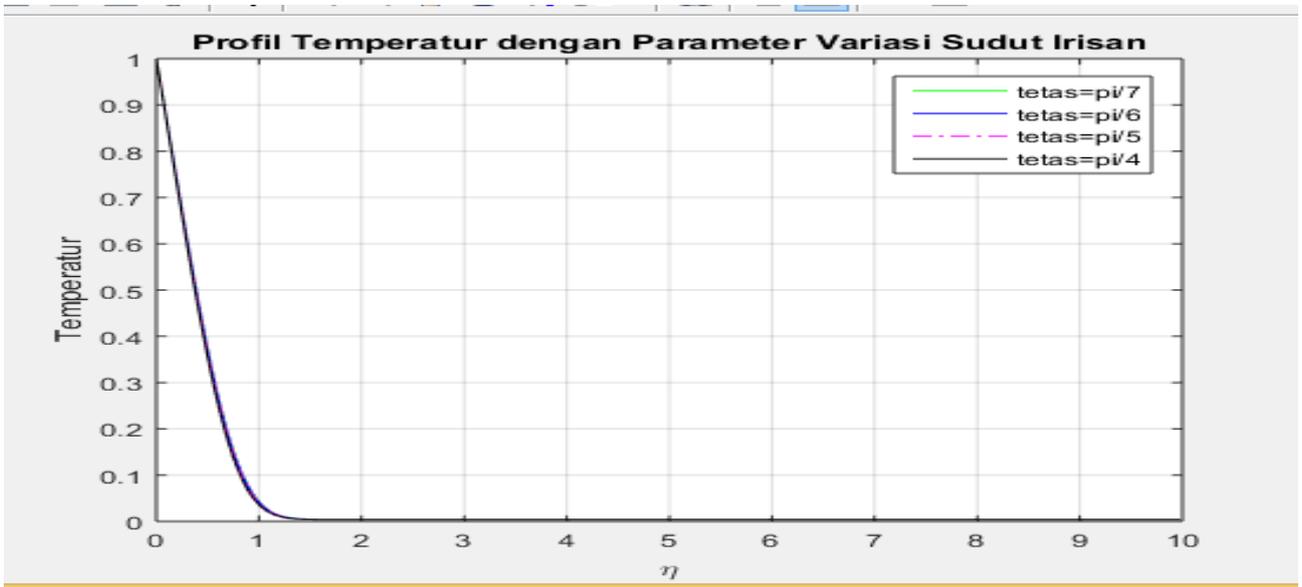
Gr sendiri maka diperoleh $\lambda \sim Gr \sim (T_w - T_\infty)$. Ketika λ semakin besar maka $(T_w - T_\infty)$ juga semakin besar dengan nilai T_w tetap sehingga terjadi penurunan temperatur.

4) Pengaruh Bilangan Prandtl (Pr)

Variasi parameter Bilangan Prandtl yang digunakan adalah 0.6, 1, 7, 10. Nilai parameter lain yang digunakan antara lain $M = 10, \lambda = 1, K = 1, \theta_s = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$. Gambar 7 dan Gambar 8 menunjukkan bahwa semakin besar nilai Bilangan Prandtl maka profil kecepatan dan profil temperatur semakin menurun. Hal ini disebabkan oleh Bilangan Prandtl berbanding lurus dengan massa jenis sehingga jika Bilangan Prandtl meningkat maka massa jenis fluida juga meningkat. Hal inilah yang menyebabkan kecepatan menurun ketika Bilangan Prandtl bertambah. Dan juga Bilangan Prandtl berbanding terbalik dengan difusivitas termal, yang berarti bahwa ketika Bilangan Prandtl bertambah maka difusivitas termal menurun. Difusivitas termal berhubungan dengan perbandingan penerusan panas dengan kapasitas energi molekul sehingga distribusi panas antar fluida berkurang atau dengan kata lain perpindahan panas ke permukaan lebih cepat dari fluidanya sehingga menyebabkan temperatur semakin menurun.



Gambar 9. Profil kecepatan dengan variasi sudut irisan bola (θ_s).



Gambar 10. Profil temperatur dengan variasi sudut irisan bola (θ_s).

5) Pengaruh Parameter Variasi Sudut Irisan Bola (θ_s)

Variasi parameter sudut irisan bola yang digunakan adalah $\frac{\pi}{7}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{5}, \frac{\pi}{4}$. Nilai parameter lain yang digunakan antara lain $M = 10, \lambda = 1, K = 1, Pr = 0.7$. Gambar 9 dan Gambar 10 menunjukkan bahwa semakin besar sudut irisan bola maka profil kecepatan semakin meningkat, sedangkan profil temperatur semakin menurun. Hal ini disebabkan letak titik stagnasi semakin keatas karena besar sudut irisan semakin besar sehingga menyebabkan profil kecepatan meningkat. Dan juga semakin besar sudut irisan bola maka permukaan depan bertambah luas yang menyebabkan distribusi panas ke bola lebih cepat bila dibandingkan dengan distribusi panas ke fluidanya sehingga mengakibatkan temperatur menurun.

IV. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan dan juga analisis yang telah dilakukan, diperoleh kesimpulan sebagai berikut: (1) Persamaan similaritas model matematika dari aliran konveksi

campuran fluida viskoelastik melewati bola teriris yang dipengaruhi medan magnet pada titik stagnasi $x = 0$, dimana simulasi menggunakan banyak partisi sumbu η ($n\eta$) = 500 dan h_j ($\Delta\eta$) = 0.02 menghasilkan grafik dengan sumbu η sepanjang 10. Hal ini menunjukkan jika setiap $n\eta = 50$ menghasilkan sumbu η sepanjang 1. (2) Parameter konveksi campuran (λ), parameter magnetik (M), dan variasi sudut irisan bola (θ_s) berbanding lurus dengan profil kecepatan, sedangkan bilangan prandtl (Pr) dan parameter viskoelastik (K) berbanding terbalik dengan profil kecepatan. (3) Parameter magnetik (M), parameter konveksi campuran (λ), bilangan prandtl (Pr), dan variasi sudut irisan bola (θ_s) berbanding terbalik dengan profil temperatur, sedangkan parameter viskoelastik (K) berbanding lurus dengan profil temperatur.

DAFTAR PUSTAKA

[1] B. Widodo, *Pemodelan Matematika*, 1st ed. Surabaya: ITS Press, 2012.
 [2] G. Lazarus, "Nanofluid heat transfer and applications," *J. Therm. Eng.*,

- vol. 1, no. 2, pp. 113–115, 2015.
- [3] B. Widodo, D. A. Khalimah, F. D. S. Zainal, and C. Imron, “Numerical solution of heat transfer unsteady boundary layer magnetohydrodynamics in micropolar fluid past a sphere,” *Int. J. Far East J. Math. Sci. Publ. House-India*, vol. 100, no. 2, pp. 291–299, 2015.
- [4] S. Irianto, “Kombinasi Operasi PLTU – MHD – Fuel Cell dan Kemungkinan Penerapannya di Indonesia,” Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, 2013.
- [5] P. A. Davidso, *An Introduction to Magnetohydrodynamics*, 1st ed. New York: Cambridge University Press, 2010.
- [6] R. Sahaya, “Aliran Fluida Magnetohidrodinamik Viskoelastik Tersuspensi yang Melewati Pelat Datar,” Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, 2016.
- [7] S. A. D., “Pengaruh Aliran Fluida Viskoelastik yang Melewati Silinder Eliptik,” Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, 2015.
- [8] A. R. . Kasim, “Convective Boundary Layer Flow of Viscoelastic Fluid,” Universiti Teknologi Malaysia, 2014.
- [9] P. P. Wanti, “Viscoelastic Fluid Past A Flat Plate with the Effect of Magnetohydrodynamic,” Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, 2015.
- [10] M. S. D. Utama, “Magnetohidrodinamik Tak Tunak pada Konveksi Campuran yang Mengalir Melalui Bola Teriris dalam Fluida Kental di Bawah Pengaruh Medan Magnet,” Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, 2017.