

Analisis Reliabilitas Transformator (Trafo) di PT. PLN APJ Surabaya Barat dengan Pendekatan Bayesian Mixture

Zainiyah H. Paramita, Nur Iriawan

Jurusan Statistika, FMIPA, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111 Indonesia

e-mail: nur_i@statistika.its.ac.id

Abstrak—Transformator adalah suatu peralatan listrik statis yang berfungsi sebagai penaik (*step up*) dan penurun (*step down*) tegangan atau arus. Besarnya jumlah permintaan akan kebutuhan listrik saat ini menyebabkan reliabilitas dan faktor yang mempengaruhi lama bertahan trafo menjadi prioritas. Apabila terjadi kerusakan pada trafo maka terjadi pemadaman listrik di suatu daerah. Karena adanya variasi yang sangat besar pada data usia pakai trafo PLN, histogram trafo membentuk sebuah pola menyerupai gabungan dari dua distribusi weibull. Pendekatan Bayes digunakan dengan menggabungkan pengetahuan subjektif (prior) mengenai distribusi peluang dari parameter yang tidak diketahui dengan informasi yang diperoleh dari sampel. Data yang digunakan adalah data usia pakai trafo di PLN APJ Surabaya Barat dan faktor-faktor yang akan diteliti pengaruhnya terhadap reliabilitas dari trafo sebagai variabel bebas adalah beban trafo dan jumlah pelanggan yang dilayani masing-masing trafo. Data usia pakai transformator mengikuti pola distribusi *mixture* weibull. Semakin bertambahnya usia pakai trafo, nilai reliabilitas dari sebuah trafo juga terus mengalami penurunan. Untuk menghindari terjadinya pemadaman akibat kerusakan trafo, maka perlu ditetapkan usia trafo sebesar 20 tahun dengan nilai reliabilitas sebesar 7,5% sebagai *early warning system* (EWS) dari *preventive maintenance* pergantian trafo PT. PLN APJ Surabaya Barat. Dari hasil posterior parameter kovariat, faktor kapasitas tegangan yang dimiliki masing-masing trafo (X_1) dan jumlah pelanggan yang dilayani masing-masing trafo di daerah tersebut (X_2) tidak signifikan mempengaruhi *hazard* atau laju bertahan trafo dari kerusakan yang dimodelkan dalam Regresi Cox.

Kata Kunci—Bayesian, *Mixture Weibull*, Regresi Cox, Reliabilitas, Transformator.

I. PENDAHULUAN

PERMASALAHAN perekonomian global yang muncul selama ini adalah meningkatnya permintaan untuk peningkatan kinerja produk dan sistem, serta mengurangi biaya yang dikeluarkan pada kondisi yang bersamaan [1]. Suatu produk atau sistem dikatakan gagal apabila berhenti melakukan fungsi yang diinginkan, salah satu contohnya adalah transformator (trafo). Transformator adalah suatu peralatan listrik statis yang berfungsi sebagai penaik (*step up*) dan penurun (*step down*) tegangan atau arus. Besarnya jumlah permintaan kebutuhan listrik saat ini menyebabkan reliabilitas sistem sebagai suatu prioritas. Reliabilitas suatu unit dalam waktu tertentu tidak akan menunjukkan nilai probabilitas yang sama dan pola atau distribusi dari usia pakai yang memiliki kemungkinan berbeda atau membentuk *mixture distribution*.

Bagi PLN, apabila terjadi kerusakan trafo pada suatu

daerah, maka akan terjadi pemadaman listrik di daerah tersebut. Sekarang ini kebutuhan masyarakat terhadap listrik seakan menjadi kebutuhan pokok sehingga sistem dari PLN sebagai penyedia pelayanan listrik juga harus handal. Karena adanya variasi yang sangat besar pada data usia pakai trafo PLN di Surabaya Barat sehingga apabila dianalisis menggunakan metode unimodal biasa akan berakibat bias dalam hasil analisis. Berdasarkan histogram trafo dapat dilihat bahwa pola histogram menyerupai gabungan dari k distribusi weibull. Distribusi weibull merupakan distribusi yang paling sering digunakan dalam memodelkan *life data* [2]. Pendugaan parameter menggunakan metode Bayesian. Pendekatan Bayes melakukan penarikan kesimpulan dengan menggabungkan pengetahuan subjektif (prior) mengenai distribusi peluang dari parameter yang tidak diketahui dengan informasi yang diperoleh dari sampel. Penggabungan antara prior dengan *likelihood* menghasilkan suatu bentuk distribusi posterior. Keandalan trafo penting untuk dianalisis agar dapat diperkirakan waktu sebuah trafo harus diganti sehingga tidak terjadi pemadaman listrik dalam durasi lama yang dikarenakan kerusakan trafo.

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Reliabilitas dan Hazard Rate

Reliabilitas atau $R(t)$ didefinisikan sebagai probabilitas suatu produk berfungsi baik tanpa kegagalan dalam kondisi tertentu untuk jangka waktu tertentu [3].

$$R(t) = \Pr(T \geq t) = 1 - F(t) = \int_t^{\infty} f(t) dt \quad (1)$$

Sedangkan probabilitas suatu unit mengalami kerusakan setelah bertahan sampai waktu t disebut *hazard rate function* dengan $f(t)$ adalah *probability density function* (pdf) dan $F(t)$ adalah *cumulative density function* (cdf) dari distribusi yang dinotasikan sebagai berikut:

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (2)$$

B. Distribusi Weibull 2 Parameter

Fungsi padat probabilitas distribusi weibull dengan parameter β sebagai parameter bentuk dan η sebagai parameter skala adalah sebagai berikut:

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}}; \eta, \beta > 0, t > 0 \quad (3)$$

Fungsi reliabilitas dari distribusi weibull adalah sebagai berikut:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta}; t > 0 \quad (4)$$

Fungsi laju kerusakan dan untuk distribusi weibull adalah sebagai berikut:

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1}; \eta, \beta > 0, t > 0 \quad (5)$$

C. *Distribusi Weibull 3 Parameter*

Fungsi padat probabilitas distribusi weibull dengan parameter β sebagai parameter bentuk, η sebagai parameter skala serta γ adalah parameter lokasi adalah:

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}; \eta, \beta > 0, t \geq \gamma, \gamma > 0 \quad (6)$$

Fungsi reliabilitas dari distribusi weibull 3P adalah sebagai berikut:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}; t \geq \gamma, \gamma > 0 \quad (7)$$

Fungsi laju kerusakan dan untuk distribusi weibull 3P adalah sebagai berikut:

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1}; \eta, \beta > 0, t \geq \gamma, \gamma > 0 \quad (8)$$

D. *Distribusi Mixture*

Pola *multimodal* didekati dengan pola *mixture* yang dapat direpresentasikan sebagai berikut [4]:

$$f(t|\theta, w) = \sum_{j=1}^k w_j g_j(t|\theta_j) \quad (9)$$

Dengan $f(t|\theta, w)$ adalah fungsi densitas dari model *mixture*, $g_j(t|\theta_j)$ adalah fungsi densitas ke- j dari sebanyak k komponen penyusun model *mixture*, dan θ_j adalah vektor parameter dengan elemen-elemen $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$. w adalah vektor parameter proporsi dengan elemen-elemen (w_1, w_2, \dots, w_k) , w_j adalah parameter proporsi komponen *mixture* dengan $\sum_{j=1}^k w_j = 1$ serta $0 \leq w_j \leq 1, j=1, 2, \dots, k$, dan k adalah banyaknya komponen dalam *mixture*.

E. *Distribusi Mixture Weibull*

Fungsi densitas *mixture* weibull 3 parameter untuk k subpopulasi dapat dinyatakan sebagai berikut [2].:

$$f(t|w, \beta, \eta, \gamma) = w_1 f_1(t|\beta_1, \eta_1, \gamma_1) + \dots + w_k f_k(t|\beta_k, \eta_k, \gamma_k) \quad (10)$$

Fungsi reliabilitas distribusi *mixture* sesuai persamaan (9) didefinisikan sebagai berikut:

$$R(t|\theta) = \sum_{i=1}^k w_i e^{-\left(\frac{t-\gamma_i}{\eta_i}\right)^{\beta_i}} \quad (11)$$

Fungsi laju kerusakan (*hazard rate*) yang berkesesuaian dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$h(t|\theta) = \sum_{i=1}^k w_i \left(\frac{\beta_i}{\eta_i}\right) \left(\frac{t-\gamma_i}{\eta_i}\right)^{\beta_i-1} \quad (12)$$

F. *Estimasi Parameter Distribusi Mixture Weibull*

Karena penelitian ini dilakukan dengan analisis Bayesian, maka semua parameter dalam model *mixture* yang akan diduga diperlakukan sebagai suatu variabel vektor random dari parameter θ [5],[6]. Dengan menghilangkan pengaruh nilai total probabilitas, $p(\theta|t)$ sebagai bentuk posterior dapat dinyatakan dalam bentuk proporsional sebagai perkalian antara *likelihood* $l(t|\theta)$ dengan prior $p(\theta)$ sebagai berikut :

$$p(\theta|t) \propto l(t|\theta) p(\theta) \quad (13)$$

G. *Distribusi Prior*

Distribusi prior merupakan suatu informasi terdahulu mengenai parameter [7]. Dalam menentukan distribusi prior, hal utama yang harus diperhatikan adalah adanya informasi terdahulu mengenai parameter atau berdasarkan sifat distribusi posterior yang akan dihasilkan.

H. *Likelihood Model Mixture Weibull*

Dari persamaan *mixture* secara umum seperti dalam persamaan (9) maka bentuk *likelihood* dengan $\sum n_i = n$, dan w adalah proporsi komponen *mixture* yang akan terbentuk adalah

$$L_{\text{tmix}}(\theta, w|t) = \prod_{i=1}^{n_1} w_1 f(t_{i1}|\theta_1) + \prod_{i=1}^{n_2} w_2 f(t_{i2}|\theta_2) + \dots + \prod_{i=1}^{n_k} w_k f(t_{ik}|\theta_k) \quad (14)$$

I. *Markov Chain Monte Carlo (MCMC)*

Markov Chain Monte Carlo merupakan pendekatan yang digunakan untuk mengatasi kesulitan dalam menentukan marginal posterior yang membutuhkan proses integrasi yang rumit dan cukup lama. MCMC membangkitkan data sampel parameter θ yang memiliki distribusi tertentu menggunakan *gibbs sampling* [8].

J. *Gibbs Sampling*

Proses *gibbs sampling* dilakukan dengan mengambil sampel dengan cara membangkitkan rangkaian *gibbs* variabel random berdasarkan sifat-sifat dasar proses *markov chain* [9].

K. *Tipe Penyensoran*

Sampel data dikatakan tersensor apabila nilai dari variabel acak yang diteliti tidak dapat diamati secara penuh. disebabkan oleh batasan pengamatan yang dilakukan atau sesuatu hal di luar dugaan dimana unit yang diamati keluar dari penelitian [10]. Penelitian menggunakan sensor kanan dengan kriteria dikatakan tersensor apabila subyek yang diteliti keluar dari penelitian atau objek penelitian mengalami kegagalan pertamanya. Perawatan yang dilakukan pada trafo PT. PLN APJ Sura-baya Barat selama beroperasi diasumsikan bersifat sama.

L. *Model Regresi Cox Proportional Hazard*

Model regresi Cox mengasumsikan bahwa fungsi *hazard* sebagai berikut:

$$h(t) = h_0(t) \cdot \exp(B_1 X_1(t) + \dots + B_p X_p(t)) \quad (15)$$

B adalah vektor koefisien regresi berdimensi p , dan $h_0(t)$ adalah fungsi *hazard* dasar. Dari model Cox dapat dijelaskan bahwa resiko kegagalan dari variabel yang diberi perlakuan akan sebesar $\exp(B)$ kali dari variabel yang tidak diberi perlakuan [10]

M. *Transformator*

Dengan transformator, distribusi daya listrik dapat membangkitkan daya pada tegangan yang cocok. Transformator distribusi merupakan suatu komponen yang sangat penting dalam penyaluran tenaga listrik dari gardu distribusi ke konsumen sehingga diharapkan beroperasi secara maksimal. Kerusakan pada trafo menyebabkan kontinuitas pelayanan terhadap konsumen akan terganggu (terjadi pemutusan aliran listrik atau pema daman). Pemadaman merupakan suatu kerugian yang menyebabkan biaya-biaya pembangkitan akan

meningkat tergantung harga *kilowatt-hour* (KWH) yang tidak terjual.

N. Proses Distribusi Listrik ke Pelanggan

Tenaga listrik awalnya dibangkitkan dari pusat-pusat listrik yang pada umumnya terletak jauh dari pusat bebannya. Tegangannya dinaikkan oleh trafo *step up* yang ada di setiap pusat listrik atau gardu induk karena tegangan generator yang dihasilkan setiap pusat listrik relatif rendah (6 kV – 24 kV). Setelah tegangan dinaikkan kemudian disalurkan melalui transmisi Saluran Udara Tegangan Tinggi (SUTT) atau Saluran Udara Tegangan Ekstra Tinggi (SUTET) menuju Gardu Induk (GI) untuk diturunkan tegangannya kembali menjadi tegangan menengah atau tegangan distribusi primer yang bertegangan 6kV, 12kV atau 20 kV. Setelah tegangan dari tenaga listrik yang dihasilkan diturunkan menjadi tegangan menengah 20 kV maka kemudian disalurkan ke saluran distribusi atau dalam istilah Saluran Udara Tegangan Menengah (SUTM), yang kemudian dari SUTM menuju Trafo distribusi untuk diturunkan kembali tegangannya menjadi 380/220 V untuk dibagikan ke setiap konsumen rumah tangga.

O. Penyebab Gangguan Trafo

Beberapa penyebab terjadinya gangguan pada trafo distribusi yang berfungsi untuk menurunkan tegangan sebelum didistribusikan ke pelanggan diantaranya adalah sambaran petir, hubungan singkat arus listrik, dan oksigen yang terdapat di udara yang berhubungan dengan minyak trafo yang panas.

III. METODOLOGI PENELITIAN

Jenis data yang akan digunakan pada penelitian tugas akhir yang akan dilakukan adalah data sekunder dari Perusahaan Listrik Negara (PLN). Data yang digunakan adalah data usia pakai trafo di PLN APJ Surabaya Barat dan faktor-faktor yang akan diteliti pengaruhnya terhadap reliabilitas dari trafo sebagai variabel bebas diantaranya adalah kapasitas trafo dan jumlah pelanggan yang dilayani masing-masing trafo.

Langkah analisis dimulai dengan menghitung statistik deskriptif dan menguji distribusi data. Kemudian melakukan studi pendahuluan tentang pola *mixture* data usia pakai trafo. Apabila ada indikasi pola *mixture* maka dilanjutkan dengan menentukan banyaknya komponen *mixture* sedangkan apabila tidak *mixture* menggunakan analisis untuk distribusi unimodal. Dilanjutkan dengan mengestimasi parameter yang kemudian dibentuk fungsi reliabilitasnya sehingga dapat menentukan nilai reliabilitas dari trafo pada usia ke-t. Selanjutnya menyusun model regresi cox untuk variabel yang signifikan mempengaruhi usia pakai.

IV. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

A. Penentuan Distribusi Usia Pakai Trafo

Rata-rata usia pakai trafo di Surabaya Barat adalah 4243 hari dengan deviasi standar 3059. *Skewness* bernilai positif dan lebih dari 0 menunjukkan distribusi mencentang ke arah kanan sehingga data tidak mengikuti distribusi normal. Nilai kurtosis kurang dari 3 menunjukkan bahwa keruncingan plot data lebih datar dan luas. Nilai deviasi standar yang besar, yaitu sebesar 3059 menunjukkan bahwa usia pakai trafo PT.

PLN di Surabaya Barat bersifat heterogen seperti pada Tabel 1.

Tabel 1. Statistika Deskriptif Usia Pakai Trafo

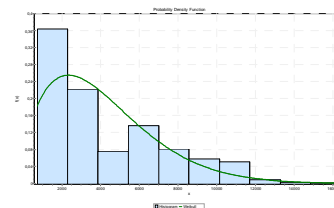
Mean	ST.Dev	Skewness	Kurtosis
4243	3059	0,88	-0,11

Dari hasil pengujian menggunakan *Anderson darling* didapatkan hasil untuk semua pengujian distribusi, tidak satupun distribusi yang memiliki *p-value* lebih dari α sebesar 0,05 yang artinya tidak ada satupun distribusi yang memenuhi karakteristis data usia pakai trafo seperti yang terdapat pada Tabel 2. Hasil pengujian distribusi tersebut mengindikasikan bahwa distribusi statistika multimodal yang layak digunakan dalam analisis. Hal ini dikarenakan analisis menggunakan distribusi statistika unimodal akan menyebabkan bias karena tidak ada-nya distribusi yang berkesesuaian.

Tabel 2.

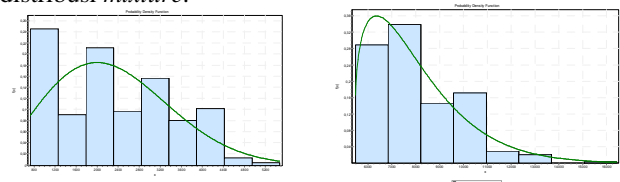
Nilai *Anderson Darling* setiap distribusi

Distribusi	AD	P-value
Normal	25,532	< 0,005
Box-Cox Transformation	6,927	< 0,005
Lognormal	7,222	< 0,005
3-Parameter Lognormal	7,565	*
Eksponensial	24,935	< 0,003
2-Parameter Eksponensial	12,574	0,010
Weibull	8,435	< 0,010
3-Parameter Weibull	15,675	< 0,005
Smallest Extreme Value	37,496	< 0,010
Largest Extreme Value	15,488	< 0,010
Gamma	7,898	< 0,005
3-Parameter Gamma	31,223	*
Logistic	22,891	< 0,005
Loglogistic	7,794	< 0,005
3-Parameter Loglogistic	8,831	*



Gambar 1. Histogram dan pdf usia pakai trafo

Dari Gambar 1 dapat dilihat bahwa indikasi pola *mixture* dikarenakan adanya puncak histogram yang lebih dari satu sebagai subpopulasi sehingga dianalisis dengan pendekatan distribusi *mixture*.



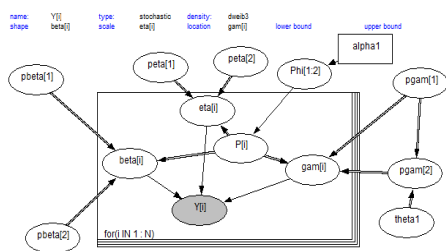
Gambar 2. Histogram data subpopulasi 2 dan 1

Banyak subpopulasi yang telah ditentukan oleh peneliti berdasarkan visualisasi plot histogram yaitu sebanyak 2 subpopulasi distribusi weibull. Untuk memastikan distribusi weibull, dilakukan *goodness of fit test* subpopulasi secara

terpisah dan didapatkan histogram yang ditunjukkan pada Gambar 2.

Didapatkan subpopulasi 2 mengikuti distribusi weibull 3 parameter dengan toleransi kesalahan (α) sebesar 0,02 dengan nilai AD 2,6793 > nilai kritis 3,2982. Untuk subpopulasi 1 tidak ada satupun distribusi yang cocok dengan karakteristik data. Oleh karena itu, penentuan dugaan *mixture* weibull kembali didasarkan pada visualisasi plot histogram data secara lengkap yang menyerupai gabungan (*mixture*) dari dua weibull. Weibull adalah distribusi ini yang paling sering digunakan dalam memodelkan *life data* atau fenomena kerusakan dengan laju kerusakan yang bergantung pada usia pakai komponen, termasuk di dalamnya memodelkan reliabilitas usia pakai trafo.

B. Desain Struktur Mixture dalam WinBUGS



Gambar 3. Doodle mixture penyusun data usia pakai

Model secara grafis digambarkan berupa *doodle* dari sekumpulan hubungan *node-node* dalam WinBUGS 1.4 seperti pada Gambar 3 yang dapat dituliskan syntax programnya dalam Listing Program 1.

Listing Program 1

```

model;
{
  for( i in 1 : N ) {
    Y[i] ~ dweib3(beta[i],eta[i],gam[i])
  }
  pbeta[1] ~ dweib( 60,1)
  for( i in 1 : N ) {
    beta[i] <- pbeta[P[i]]
  }
  pbeta[2] ~ dweib(60,1)
  peta[1] ~ dweib(60,1)
  peta[2] ~ dweib(1,5000)
  for( i in 1 : N ) {
    eta[i] <- peta[P[i]]
  }
  for( i in 1 : N ) {
    gam[i] <- pgam[P[i]]
  }
  pgam[1] ~ dunif(1,70)
  pgam[2] <- pgam[1] + theta1
  for( i in 1 : N ) {
    P[i] ~ dcat(Phi[1:2])
  }
  Phi[1:2] ~ ddirch(alpha[1])
  theta1 ~ dnorm(500,0.1)
}
    
```

Node data *mixture* disimbolkan oleh Y[i] yang merupakan *node* oval yang stokastik berdistribusi weibull tiga parameter dengan indeks data subpopulasi. *Node* oval yang stokastik tergantung pada *node* logical parameter beta[i], eta[i], dan gam[i] yang masing-masing membutuhkan *node* stokastik distribusi prior yang berkaitan dengan setiap parameter. Prior proporsi (w) yang dalam pembentukan *node* pada WinBUGS disimbolkan dengan Phi memiliki distribusi Dirichlet dengan memberikan pemenuhan syarat bahwa $\sum_{i=1}^2 w=1$. Prior parameter beta (β) dan eta (η) menggunakan distribusi weibull. Sedangkan prior parameter gamma (γ) menggunakan distribusi normal.

C. Penaksiran Parameter Distribusi Usia Pakai Trafo

Data usia pakai trafo dianalisis dengan syntax program WinBUGS 1.4 Listing Program 1. Iterasi dilakukan hingga 50000 kali dengan *thin* sebesar 10 dan WinBUGS akan melakukan identifikasi kondisi yang *steady state*. Penelitian ini hanya menggunakan 1 *chain*. *Burn in* terjadi setelah iterasi ke 400, sedangkan sisanya yaitu sebesar 4960 iterasi digunakan untuk proses sampling *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC).

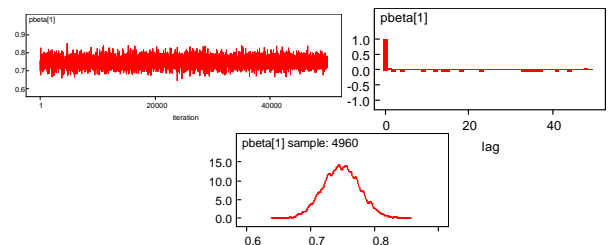
Tabel 3.

Estimasi Parameter Weibull 3P				
Parameter	Mean	2,5%	Median	97,5%
w ₁	0,6636	0,6283	0,6638	0,6976
w ₂	0,3364	0,3024	0,3362	0,3718
β ₁	0,7485	0,6929	0,7484	0,8043
β ₂	1,007	0,9773	1,008	1,029
η ₁	401,12	0,001501	0,002422	0,003883
γ ₁	65,52	52,99	66,91	69,9
γ ₂	566,1	552,5	566,8	574,9
θ	500,6	494,5	500,5	506,8

Selama periode *burn in*, 400 iterasi pertama dikeluarkan dari sampel untuk menghindari pengaruh posterior dari nilai awal (*initial value*). Dilihat dari interval dari masing-masing parameter w₁, w₂, β₁, β₂, η₁, η₂, γ₁, γ₂, dan θ tidak melewati nilai nol dan tidak berbeda tanda sehingga dapat disimpulkan bahwa setiap parameter telah signifikan dalam memodelkan model *mixture* dengan *credible interval* 95%. selanjutnya distribusi *mixture* weibull dengan 2 subpopulasi dapat dimodelkan densitas-nya sebagai berikut:

$$f_{\text{mix}}(t|w,\beta,\eta,\gamma) = 0,6636 \left(\frac{0,7485}{401,12} \left(\frac{t-65,52}{401,12} \right)^{0,7485-1} e^{-\left(\frac{t-65,52}{401,12} \right)^{0,7485}} \right) + 0,3364 \left(\frac{1,007}{4432,62} \left(\frac{t-566,1}{4432,62} \right)^{1,007-1} e^{-\left(\frac{t-566,1}{4432,62} \right)^{1,007}} \right)$$

Diambil salah satu output parameter weibull 3P, yaitu β₁ untuk menunjukkan sifat dari posterior yang terbentuk.



Gambar 4. Output history plot , ACF plot, dan Kernel density

Berdasarkan plot *history* dan dibuktikan dengan plot *Autocorrelation Function* (ACF) pada Gambar 4, dimana plot ACF hanya signifikan pada lag ke-0 menunjukkan bahwa sampel parameter yang dibangkitkan melalui proses iterasi MCMC bersifat random dan independen. Berdasarkan plot *history* juga dilihat bahwa perubahan sampel parameter terjadi secara stabil dalam domain tertentu. Setiap parameter dari model *mixture* tidak memiliki pola sehingga dapat diasumsikan bahwa parameter sudah konvergen Berikut distribusi join posterior dari *mixture* weibull 3P:

$$p(w_1, w_2, \beta_1, \beta_2, \eta_1, \eta_2, \gamma_1, \gamma_2 | t) \propto Q \times R$$

dengan Q adalah *likelihood* dari data atau $L(t|w_1, w_2, \beta_1, \beta_2, \eta_1, \eta_2, \gamma_1, \gamma_2)$ dan R adalah distribusi join prior atau $p(w_1, w_2, \beta_1, \beta_2, \eta_1, \eta_2, \gamma_1, \gamma_2)$ sehingga penjabaran dari join distribusi posterior dapat dinyatakan dengan:

$$p(\theta|t) \propto \begin{bmatrix} w_1^{n_1} \left(\frac{\beta_1}{\eta_1}\right)^{n_1} \left(\prod_{i=1}^{n_1} \left(\frac{t-\gamma_1}{\eta_1}\right)^{\beta_1-1}\right) \left(e^{-\sum \left(\frac{t-\gamma_1}{\eta_1}\right)^{\beta_1}}\right) \\ w_2^{n_2} \left(\frac{\beta_2}{\eta_2}\right)^{n_2} \left(\prod_{i=1}^{n_2} \left(\frac{t-\gamma_2}{\eta_2}\right)^{\beta_2-1}\right) \left(e^{-\sum \left(\frac{t-\gamma_2}{\eta_2}\right)^{\beta_2}}\right) \end{bmatrix} S \times U \times V,$$

dengan

$$S = \Gamma(\alpha) \left[\prod_{i=1}^k \Gamma(\alpha_i)\right]^{-1} \prod_{i=1}^k x_i^{\alpha_i-1} \cdot \Gamma(\alpha) \left[\prod_{i=1}^k \Gamma(\alpha_i)\right]^{-1} \prod_{i=1}^k x_i^{\alpha_i-1},$$

$$U = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}} \cdot \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}} \cdot \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}},$$

$$V = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}} \cdot \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{t-\mu}{\sigma}\right]^2} \cdot \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{t-\mu}{\sigma}\right]^2}.$$

D. Fungsi Reliabilitas dan Laju Kerusakan

Dari densitas *mixture* data usia pakai trafo yang telah diperoleh sebelumnya maka fungsi reliabilitas pada $t > 65,52$ hingga $t = 566,1$ dapat dihitung sebagai berikut:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-65,52}{401,12}\right)^{0,7485}}$$

Sedangkan untuk densitas *mixture* data usia pakai trafo untuk $t > 566,1$, fungsi reliabilitasnya adalah sebagai berikut:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-566,1}{4432,62}\right)^{1,007}}$$

Dari densitas *mixture* 2 subpopulasi tersebut juga didapatkan reliabilitas *mixture* usia pakai trafo yang dapat dihitung sebagai berikut:

$$R(t) = 0,6636 e^{-\left(\frac{t-65,52}{401,12}\right)^{0,7485}} + 0,3364 e^{-\left(\frac{t-566,1}{4432,62}\right)^{1,007}}$$

Tabel 4.

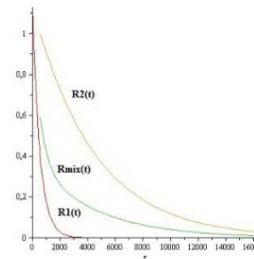
Reliabilitas usia pakai trafo pada t (hari)

Usia Pakai	Reliabilitas				
Trafo	R(1825)	R(3650)	R(5475)	R(7200)	R(9125)
	0,2787	0,1688	0,111	0,075	0,048

Tabel 4 menunjukkan bahwa nilai reliabilitas dari usia pakai trafo PT. PLN APJ Surabaya Barat pada periode (t) 1825 hari atau 5 tahun adalah sebesar 27,87%. Pada periode (t) 3650 hari atau 10 tahun, nilai reliabilitas usia pakai trafo turun menjadi 16,88%. Dalam periode 5 tahun maupun 10 tahun, trafo sudah memiliki nilai reliabilitas yang kurang dari 50%. Hal ini sangat mungkin terjadi dikarenakan pemakaian trafo yang tidak pernah berhenti selama 24 jam. Setelah digunakan selama 15 tahun, nilai reliabilitas trafo semakin menurun menjadi 11,1% sedangkan nilai reliabilitas untuk trafo yang telah dipakai selama 20 tahun sebesar 7,5% dan pada usia 25 tahun adalah sebesar 4,8%. Ketika trafo telah dipakai selama 15 tahun, kemampuan sebuah trafo berfungsi dengan baik sudah cukup kecil yaitu sebesar 11,1% dan semakin mengecil pada usia trafo sebesar 25 tahun yang kurang dari 5%. Dari hasil analisis, nilai reliabilitas pada waktu usia trafo 20 tahun sudah mencapai 7,5%. Secara logika dengan berdasarkan nilai keandalan yang sebesar 7,5%, trafo sudah dalam kondisi rawan untuk mengalami kerusakan atau berhenti berfungsi.

Sehingga sebaiknya trafo PT.PLN APJ Surabaya Barat menggunakan usia 20 tahun sebagai *early warning system* (EWS) untuk *preventive maintenance*. Pada penelitian ini, kerusakan trafo yang dimaksudkan adalah kerusakan trafo yang disebabkan oleh sambaran petir, termasuk udara dan hubungan arus pendek, serta berlaku hanya satu kali pemakaian trafo yaitu sebelum terjadi kerusakan. Selain itu untuk tetap menjaga *performance* dari trafo sebaiknya perawatan terhadap trafo dilakukan secara rutin sehingga trafo bisa memiliki waktu untuk berfungsi dengan baik yang lebih panjang.

Plot reliabilitas dari usia pakai trafo yang diilustrasikan pada Gambar 5 menunjukkan semakin lama semakin nilai reliabilitasnya semakin menurun sampai menuju 0 pada usia lebih dari 16000 hari. Nilai reliabilitas 0 menunjukkan trafo sudah tidak dapat berfungsi dengan baik atau mengalami kerusakan. Apabila terjadi kerusakan pada trafo, maka daerah yang arus listriknya melewati trafo tersebut akan mengalami pemadaman listrik



Gambar 5. Plot reliabilitas usia pakai trafo

Berikut adalah *hazard function* distribusi *mixture* yang terbentuk:

$$h(t) = 0,6636 \times \frac{0,7485}{401,12} \left(\frac{t-65,52}{401,12}\right)^{0,7485-1} + 0,3364 \times \frac{1,007}{4432,62} \left(\frac{t-566,1}{4432,62}\right)^{1,007-1}$$

Tabel 5.

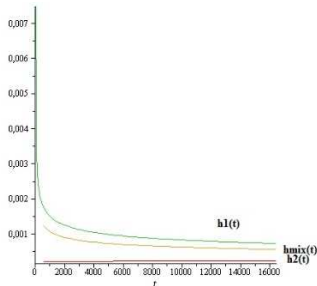
Laju kerusakan usia pakai trafo pada t (hari)

Usia Pakai	Laju kerusakan				
Trafo	h(1825)	h(3650)	h(5475)	h(7200)	h(9125)
	0,00093	0,00079	0,000720	0,000677	0,000642

Tabel 5 menjelaskan bahwa laju kerusakan pada periode (t) 5 tahun adalah sebesar 0,00093 kerusakan/hari. Laju kerusakan pada periode (t) 3650 atau 10 tahun menurun menjadi 0,00079 kerusakan/hari. Pada periode (t) 5475 hari atau 15 tahun, laju kerusakan terus mengalami penurunan menjadi 0,000720 keru-sakan/hari dan pada periode (t) 7200 hari atau 20 tahun memiliki laju kerusakan sebesar 0,000677 kerusakan/hari dan pada t sebesar 9125 hari atau 25 tahun mencapai laju kerusakan sebesar 0,000642 kerusakan/hari. Nilai *hazard* dari trafo dari waktu ke waktu tidak konstan dan cenderung mengalami penurunan. Plot *hazard function* trafo diilustrasikan pada Gambar 6. Laju kerusakan trafo semakin turun seiring dengan semakin bertambah usia pemakaiannya. Nilai *hazard function* atau laju kerusakan yang semakin lama semakin menurun mengindikasikan terjadinya kerusakan dini pada trafo dimana kerusakan kecil atau gangguan sebelumnya diabaikan [11].

Apabila *hazard function* menurun berarti distribusi memiliki ekor yang berat (*heavy tail*), yaitu distribusi secara signifikan menempatkan probabilitas lebih pada nilai-nilai

yang lebih besar. Sebaliknya, apabila *hazard function* meningkat akan mengindikasikan ekor distribusi yang lebih ringan [12]. Pada data usia pakai trafo, plot densitas *mixture* memiliki ekor berat (*heavy tail*) sehingga nilai dari *hazard function* terus menurun.



Gambar 6. Plot *hazard function* trafo

Salah satu solusi untuk mencegah terjadinya kerusakan trafo secara dini adalah dengan perawatan rutin. Selain itu PLN juga menetapkan nilai minimal reliabilitas dari sebuah trafo untuk mengetahui jangka waktu trafo harus diganti sehingga tidak terjadi pemadaman.

E. Penaksiran Parameter Kovariat Regresi Cox Proportional Hazard

Data kovariat dan usia pakai trafo diproses dengan bantuan *software* WinBUGS 1.4 dengan metode Regresi *Cox Proportional Hazard* untuk didapatkan nilai dan signifikansi parameternya terhadap model. Dengan Iterasi sebanyak 50000 kali dengan thin sebesar 10 dan dari output yang didapatkan diperoleh hasil bahwa *burn in* terjadi setelah iterasi ke 0, sedangkan sisanya yaitu sebesar 5000 iterasi digunakan untuk proses sampling *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC).

Tabel 6

Estimasi Parameter Kovariat

Parameter	Mean	2,5%	Median	97,5%
B ₀ [1]	-11,93	-12,82	-11,93	-11,06
B ₀ [2]	-12,66	-14,15	-12,64	-11,3
B ₁ [1]	-0,00025	-0,0009	-0,00022	0,00026
B ₁ [2]	-0,001	-0,003382	-0,00098	0,001057
B ₂ [1]	-0,00009	-0,0009	-0,00009	0,00074
B ₂ [2]	-0,00009	-0,001223	-0,00009	0,001034

Dari hasil posterior parameter kovariat pada Tabel 6, kedua faktor yaitu kapasitas yang dimiliki masing-masing trafo (X_1) dan jumlah pelanggan yang dilayani masing-masing trafo di daerah tersebut (X_2) tidak signifikan mempengaruhi *hazard* atau laju bertahan trafo dari kerusakan. Hanya parameter B_0 sebagai *intercept* subpopulasi pertama dan kedua yang signifikan mempengaruhi *hazard* atau laju bertahan dilihat dari interval nilai kuantil 2,5% dan kuantil 97,5% yang tidak melewati angka 0. Sedangkan untuk parameter dari variabel kapa-sitas tegangan dan jumlah pelanggan yang dilayani masing-masing trafo memiliki interval nilai kuantil 2,5% sampai kuantil 97,5% yang melewati angka 0. Pelanggan PLN terbagi menjadi dua macam, pelanggan sektor industri dan pelanggan sektor rumah tangga. Trafo yang digunakan untuk pelanggan sektor industri umumnya memiliki kapasitas yang besar dan jumlah pelanggan hanya 1. Sedangkan trafo untuk pelanggan sektor rumah tangga adalah trafo yang ada di dekat rumah masyarakat dimana satu buah trafo memfasilitasi listrik untuk beberapa rumah sehingga karena adanya perbedaan kuantitas pelayanan pelanggan ini yang diindikasikan menjadi

penyebab variabel X_1 dan X_2 tidak signifikan terhadap model regresi *cox*. Seharusnya dilakukan pemodelan regresi *cox mixture* berdasarkan layanan kelas trafo sehingga dengan adanya pengelompokan kelas variasi dari data tidak terlalu besar.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

Data usia pakai transformator mengikuti pola distribusi *mixture* weibull. Hasil estimasi parameter model reliabilitas *mixture* weibull dengan 2 subpopulasi untuk data usia pakai trafo menunjukkan semakin bertambahnya usia pakai trafo, nilai reliabilitasnya juga akan terus mengalami penurunan. Sehingga untuk menghindari terjadinya pemadaman akibat terjadinya kerusakan trafo, maka perlu ditetapkan usia trafo sebesar 20 tahun dengan nilai reliabilitas sebesar 7,5% sebagai *early warning system* (EWS) dari *preventive maintenance* perangan-tian trafo PT. PLN APJ Surabaya Barat. Hasil estimasi para-meter kovariat regresi *cox mixture* weibull dengan 2 subpopu-lasi menunjukkan bahwa kedua faktor, yaitu kapasitas yang dimiliki masing-masing trafo (X_1) dan jumlah pelanggan yang dilayani masing-masing trafo di daerah tersebut (X_2) tidak signifikan mempengaruhi *hazard* atau laju bertahan trafo dari kerusakan.

Dari analisis yang dilakukan ditarik beberapa saran yaitu untuk mendapatkan ketelitian dalam perhitungan reliabilitas diperlukan data yang lengkap dan jelas berupa usia pakai trafo dalam satuan hari. Pencatatan usia pakai trafo oleh PLN dilakukan dalam satuan tahun sehingga dalam analisis dilakukan konversi ke satuan hari. Untuk mendapatkan model regresi *cox* yang sesuai perlu ditambahkan kovariat yang lebih banyak sehingga apabila kovariat tidak signifikan masih ada kovariat lain yang bisa membentuk model regresi *cox*, misalnya kovariat lain yang bersifat kualitatif menurut kelompok kelas ekonomi pelanggan. Untuk mendapat model regresi *cox* yang lebih baik seharusnya dilakukan pemodelan berdasarkan layanan kelas trafo, dimana terdapat kelas pelayanan untuk sektor industri dan kelas pelayanan untuk sektor rumah tangga. Sehingga variasi dari data tidak terlalu besar.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Lewis, E. E. (1994). *Introduction to Reliability Engineering*, John Wiley & Sons. *New York*

[2] Elmahdy, E. E., & Aboutahoun, A. W. (2013). A new approach for parameter estimation of finite Weibull *mixture* distributions for reliability modeling. *Applied Mathematical Modelling*, 37(4), 1800-1810.

[3] Yang, G. (2007). *Life cycle reliability engineering*. John Wiley & Sons

[4] Iriawan, N. (2001). Penaksiran Model *Mixture* Normal Univariabel: Suatu Pendekatan Metode Bayesian dengan MCMC.,(p. 105-110).

[5] McLachlan, G. J., & Basford, K. E. (1988). *Mixture models. Inference and applications to clustering. Statistics: Textbooks and Monographs*, New York: Dekker, 1988, 1.

[6] Stephens, M. (1996). Dealing with the multimodal distributions of *mixture* model parameters. Available from the MCMC Preprint Service at <http://www.stats.bris.ac.uk/MCMC>.

[7] Box, G. E. P., & Tiao. (1973). *Bayesian Inference in Statistical Analysis*. Reading, MA: Addison-wesley

[8] Ntzoufras, I. (2009). *Bayesian modeling using WinBUGS*. USA: John Wiley & Sons, Inc.

[9] Casella, G., & George, E. I. (1992). Explaining the Gibbs sampler. *The American Statistician*, 46(3), 167-174.

[10] Kleinbaum, D.G., & Klein, M. (2005). *Survival Analysis A Self-Learning Text*. Springer. New York

[11] Finkelstein, M. (2008). *Failure rate modelling for reliability and risk*. Springer.

[12] Klugman, S. A., Panjer, H. H., & Willmot, G. E. (2004). *Loss models: from data to decisions*, Second Edition. Wiley-Interscience, John Wiley & Sons. New York