

Peramalan Total Market Sepeda Motor dan Total Penjualan Motor “X” di Propinsi Jawa Timur dengan Pendekatan ARIMA *Box-Jenkins* dan *Autoregressive Integrated Moving Average with Exogenous Input (ARIMAX)*

Novita Dwi Rahayuningtyas dan Setiawan
Jurusan Statistika, FMIPA, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)
Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111 Indonesia
e-mail: setiawan@statistika.its.ac.id

Abstrak—Pertumbuhan penduduk di Jawa Timur berdampak pada meningkatnya kebutuhan transportasi. Sepeda motor menjadi pilihan utama dikarenakan lebih murah dan efisien. Tentunya peningkatan penjualan sepeda motor memberikan keuntungan bagi produsen. Di Jawa Timur, distributor utama sepeda motor “X” adalah PT. Y. Penelitian ini bertujuan untuk meramalkan penjualan sepeda motor “X” dan total market sepeda motor di Jawa Timur, sehingga dapat diperkirakan market share penjualan sepeda motor “X” periode berikutnya. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah ARIMA *Box-Jenkins* dan ARIMAX. Dalam penelitian ini, data yang digunakan yaitu data total market sepeda motor dan penjualan sepeda motor “X” di Jawa Timur. Data terbagi menjadi dua, yaitu *in-sample* periode Januari 2003 sampai dengan Desember 2013 serta data *out-sample* periode Januari 2014 sampai dengan Maret 2014. Hasil analisis menunjukkan bahwa model terbaik total market sepeda motor adalah ARIMA (0,1,1)(0,1,1)¹², sedangkan penjualan sepeda motor “X” yaitu model ARIMA ([1,13],1,0)(1,1,0)¹² dikarenakan memiliki nilai sMAPE terkecil berdasarkan *out-sample*.

Kata Kunci—ARIMA *Box-Jenkins*, ARIMAX, Total Penjualan Motor “X”, Total Market

I. PENDAHULUAN

PERKEMBANGAN jumlah penduduk di wilayah Propinsi Jawa Timur terus mengalami peningkatan. Berdasarkan laporan dari BPS (2013) laju pertumbuhan penduduk di Propinsi Jawa Timur pada periode 2000-2010 sebesar 0,76 persen. Angka tersebut mengalami peningkatan dibandingkan periode 1990-2000 sebesar 0,70 persen. Tentunya pertumbuhan jumlah penduduk diikuti dengan bertambahnya kebutuhan moda transportasi sebagai sarana mobilisasi. Salah satu perkembangan transportasi yang sangat signifikan yaitu sepeda motor.

Berdasarkan Liputan 6 [1], menyatakan bahwa Jawa Timur merupakan propinsi yang paling banyak menjual sepeda motor pada tahun 2012 yaitu sebesar 1,12 juta unit kendaraan roda dua. Jumlah tersebut telah mendistribusikan penjualan sepeda motor sebesar 15,69 persen dari total penjualan secara nasional sebesar 7,14 juta unit. Sedangkan menurut Investor Daily [2], penjualan sepeda motor “X” meningkat 26 persen pada periode Januari-April 2013 dibandingkan periode yang

sama pada tahun 2012. Penjualan sepeda motor “X” telah menguasai pangsa pasar di Propinsi Jawa Timur lebih dari 50 persen.

Pesatnya pertumbuhan sepeda motor di wilayah Propinsi Jawa Timur memberikan keuntungan bagi produsen. PT. “Y” merupakan dealer utama pemasaran sepeda motor “X” di wilayah Propinsi Jawa Timur dan Nusa Tenggara Timur. Tingginya permintaan sepeda motor “X”, sebaiknya pihak distributor yaitu PT. “Y” melakukan antisipasi dengan meramalkan permintaan sepeda motor sampai beberapa periode waktu kedepan. Hal ini diperlukan untuk menjaga persediaan dalam kondisi optimal. Penelitian sebelumnya mengenai penjualan sepeda motor telah dilakukan oleh Nursita (2010) yang menganalisis mengenai penjualan sepeda motor MPM Honda jenis *cub* supra 125 cc di kawasan Waru, Sidoarjo dengan menggunakan pendekatan ARIMA *Box-Jenkins*. Sedangkan Ameilia (2012) melakukan peramalan penjualan sepeda motor Honda pada dealer PT. Daya Anugerah Mandiri menggunakan metode *Moving Average (MA)* dan *Weight Moving Average (WMA)*.

Berdasarkan pengamatan telah terjadi peningkatan volume penjualan sepeda motor di Jawa Timur setiap tahunnya. Menurut informasi yang diperoleh, pada tahun 2013 penjualan sepeda motor di Jawa Timur mengalami peningkatan yang sangat signifikan. Selain itu, peningkatan volume penjualan sepeda motor terjadi pada bulan-bulan tertentu. Salah satunya merupakan bulan sebelum Hari Raya Idul Fitri. Terjadinya Hari Raya Idul Fitri berdasarkan penanggalan hijriyah, sehingga diindikasikan terdapat efek variansi kalender. Oleh karena itu, penelitian ini menggunakan metode ARIMA *Box-Jenkins* dan ARIMAX dengan inputnya merupakan variansi kalender.

II. TINJAUAN PUSTKA

A. Model *Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)*

Model ARIMA menjelaskan analisis *time series* yang non stasioner. Model ARIMA merupakan gabungan antara model *Autoregressive (AR)* dan model *Moving Average (MA)* serta proses *differencing*. Model ARIMA non musiman (*non seasonal*) atau ARIMA (*p,d,q*) memiliki persamaan sebagai berikut [3].

$$\phi_p(B)(1-B)^d Z_t = \theta_0 + \theta_q(B)a_t \quad (1)$$

Apabila data menunjukkan pola musiman (*seasonal*), maka pemodelan Box-Jenkins multiplikatif ARIMA musiman atau SARIMA $(p,d,q)(P,D,Q)^S$ sebagai berikut [3].

$$\Phi_P(B^S)\phi_p(B)(1-B)^d(1-B^S)^D Z_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^S)a_t \quad (2)$$

B. Model ARIMAX

Berdasarkan Cryer dan Chan (2008) dalam Lee, Suhartono, dan Hamzah [4] menyatakan bahwa model ARIMAX merupakan model ARIMA dengan variabel tambahan. Model ARIMAX terbagi menjadi dua, yaitu model ARIMAX dengan tren stokastik (dengan mengimplementasikan *differencing* non musiman dan atau musiman) dan model ARIMAX dengan tren deterministik (tanpa adanya *differencing*). Secara umum, model ARIMAX dengan tren stokastik sebagai berikut.

$$Z_t = \beta_1 V_{1,t} + \beta_2 V_{2,t} + \dots + \beta_p V_{p,t} + \frac{\theta_q(B)\Theta_Q(B^S)}{\Phi_p(B^S)\phi_p(B)(1-B)^d(1-B^S)^D} a_t \quad (3)$$

Sedangkan model ARIMAX dengan tren deterministik sebagai berikut.

$$Z_t = \gamma + \beta_1 V_{1,t} + \beta_2 V_{2,t} + \dots + \beta_p V_{p,t} + \frac{\theta_q(B)\Theta_Q(B^S)}{\Phi_p(B^S)^D \phi_p(B)} a_t \quad (4)$$

C. Identifikasi Model

Identifikasi model secara *univariate* pada model ARIMA menggunakan plot *Autocorrelation Function* (ACF) dan *Partial Autocorrelation Function* (PACF). Plot *Autocorrelation Function* (ACF) menunjukkan hubungan yang linier antara Z_t dengan Z_{t+k} . ACF menjelaskan orde MA. Taksiran dari *Autocorrelation Function* (ACF) sebagai berikut [3].

$$\hat{\rho}_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0} = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^n (Z_t - \bar{Z})^2} \quad (5)$$

Sedangkan *Partial Autocorrelation Function* (PACF) menunjukkan korelasi antara Z_t dengan Z_{t+k} setelah hubungan linier dengan variabel *intervening* dihilangkan. PACF menjelaskan orde AR. Taksiran dari PACF sebagai berikut.

$$\hat{\phi}_{k+1,k+1} = \frac{\hat{\rho}_{k+1} - \sum_{j=1}^k \hat{\phi}_{kj} \hat{\rho}_{k+1-j}}{1 - \sum_{j=1}^k \hat{\phi}_{kj} \hat{\rho}_j} \quad (6)$$

dan

$$\hat{\phi}_{k+1,j} = \hat{\phi}_{kj} - \hat{\phi}_{k+1,k+1} \hat{\phi}_{k,k+1-j} ; j = 1, \dots, k \quad (7)$$

Identifikasi model dugaan sementara dapat dilihat berdasarkan pola yang terbentuk dari plot ACF dan PACF berdasarkan data yang telah stasioner secara *mean* dan *varians*.

D. Diagnostic Checking

1) Ljung-Box

Untuk menguji asumsi *white noise*, dapat dilihat sampel ACF dan PACF dari residual yang tidak

membentuk pola dan tidak signifikan. Hipotesisnya sebagai berikut.

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$$

$$H_1 : \text{Paling sedikit ada satu } \rho_j \neq 0; j = 1, 2, \dots, k$$

Statistik uji yang digunakan yaitu statistik uji *Ljung-Box* sebagai berikut [3]

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^K (n-k)^{-1} \hat{\rho}_k^2 \quad (8)$$

Daerah kritis tolak H_0 , apabila $Q > \chi_{\alpha,k-m}^2$.

2) Uji Residual Berdistribusi Normal

Hipotesis yang digunakan dalam pengujian asumsi residual berdistribusi normal sebagai berikut.

$$H_0 : F(x) = F_0(x) \text{ (Data pengamatan mengikuti distribusi normal)}$$

$$H_1 : F(x) \neq F_0(x) \text{ (Data pengamatan tidak mengikuti distribusi normal)}$$

Statistik uji yang digunakan dalam pengujian ini sebagai berikut.

$$D = \text{Sup} | S(x) - F_0(x) | \quad (9)$$

Daerah kritis tolak H_0 , apabila $D > D_{(1-\alpha),n}$.

E. Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model terbaik berdasarkan pada kriteria *out-sample*. Kriteria *out-sample* yang dapat digunakan pada pemilihan model terbaik yaitu *sMAPE* (*Symmetric Mean Absolute Percentage Error*). Rumus *sMAPE* didefinisikan sebagai berikut [5].

$$sMAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|Z_t - \hat{Z}_t|}{Z_t - \hat{Z}_t} \times 100\% \quad (10)$$

III. METODOLOGI PENELITIAN

A. Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data bulanan total market sepeda motor dan jumlah penjualan sepeda motor “X” di Jawa Timur periode 2003-2013. Data diperoleh dari PT Y. Data dibagi menjadi dua yaitu data *in-sample* periode Januari 2003 sampai dengan Desember 2013 serta data *out-sample* periode Januari 2014 sampai dengan Maret 2014.

B. Variabel Penelitian

Variabel-variabel yang digunakan dalam penelitian ini sebagai berikut.

Tabel 1.
Variabel-Variabel Penelitian

No.	Variabel	Keterangan
1.	$Z_{1,t}$	Total market sepeda motor
2.	$Z_{2,t}$	Total penjualan sepeda motor “X”

Sedangkan variabel *dummy* yang digunakan sebagai berikut.

- V_{t-1} : variabel *dummy* untuk bulan sebelum Hari Raya Idul Fitri
- V_t : variabel *dummy* bulan terjadinya Hari Raya Idul Fitri
- V_{t+1} : variabel *dummy* untuk bulan setelah Hari Raya Idul Fitri

- 4. S_{1t}, \dots, S_{12t} : variabel *dummy* untuk bulan Januari sampai dengan Desember
- 5. t : tren deterministik
- 6. D_1 : variabel *dummy* penjualan pada bulan Januari sampai dengan Desember tahun 2011
- 7. tD_1 : variabel *dummy* terjadinya tren penurunan penjualan pada tahun 2011
- 8. D_2 : variabel *dummy* penjualan pada bulan Januari sampai dengan Desember tahun 2012-2013
- 9. tD_2 : variabel *dummy* terjadinya tren kenaikan kembali penjualan pada tahun 2012-2013

C. Langkah Analisis

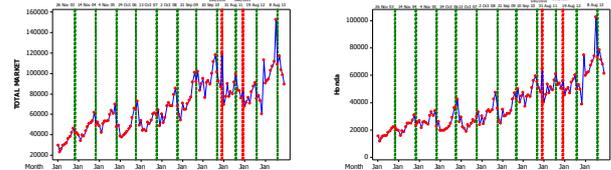
Langkah-langkah penelitian yang dilakukan melalui tahapan sebagai berikut.

1. Melakukan analisis deskriptif, yaitu mencari nilai rata-rata (*mean*), standart deviasi, maksimum serta minimum dari data total market dan penjualan sepeda motor "X".
2. Melakukan pemodelan dengan menggunakan model *Seasonal ARIMA*. Langkah-langkahnya sebagai berikut.
 - a. Melakukan identifikasi pola data dengan melihat *time series plot*.
 - b. Melakukan uji stasioneritas data dalam *varians* dan *mean*.
 - c. Membuat plot ACF dan PACF.
 - d. Pendugaan awal model ARIMA *Box-Jenkins* berdasarkan dilihat dari plot ACF dan PACF.
 - e. Penaksiran parameter. Parameter signifikan apabila kurang dari $\alpha = 5\%$.
 - f. Pengujian residual, asumsi yang harus terpenuhi yaitu *white noise* dan berdistribusi normal.
 - g. Melakukan perbandingan model terbaik berdasarkan nilai dari kebaikan model *out-sample*.
 - h. Melakukan peramalan pada periode berikutnya.
3. Melakukan pemodelan dengan model ARIMAX dengan input adalah variansi kalender terhadap total sales sepeda motor "X" dan total market sepeda motor. Langkah-langkahnya sebagai berikut.
 - a. Melakukan identifikasi pola data dengan melihat *time series plot*.
 - b. Menentukan variabel *dummy* untuk variansi kalender
 - c. Meregresikan variabel respon dengan variabel *dummy*. Setelah itu melakukan eliminasi dari variabel *dummy* yang tidak signifikan secara *stepwise*, sehingga diperoleh residual dari parameter yang sudah signifikan.
 - d. Penentuan orde residual diperoleh dari pengamatan terhadap plot ACF dan PACF.
 - e. Pengujian residual, asumsi yang harus terpenuhi yaitu *white noise* dan berdistribusi normal.
 - f. Melakukan perbandingan model terbaik berdasarkan nilai dari kebaikan model *out-sample*.
 - g. Melakukan peramalan pada periode berikutnya.

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Analisis Penjualan

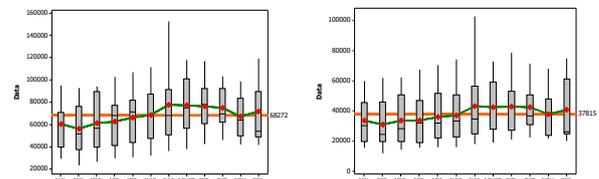
Penjualan sepeda motor secara umum di Provinsi Jawa Timur terus mengalami kenaikan.



Gambar 1. Time Series Plot Penjualan Sepeda Motor Total Market dan Penjualan Sepeda Motor "X" di Jawa Timur

Hal ini dikarenakan pertumbuhan penduduk yang semakin meningkat sehingga mempengaruhi permintaan sepeda motor. Selain itu, penjualan sepeda motor tiap tahunnya cenderung mengalami peningkatan pada bulan-bulan sebelum dan sesudah Hari Raya Idul Fitri. Penyebabnya adalah masyarakat membutuhkan moda transportasi selain transportasi umum sebagai alternatif budaya mudik pada saat lebaran dan tingginya uang yang beredar di masyarakat pada bulan-bulan tersebut. Secara visual, terdapat kecenderungan kenaikan penjualan sepeda motor pada bulan sebelum Hari Raya.

Selanjutnya analisis melalui *boxplot* ditampilkan pada Gambar 2 sebagai berikut.



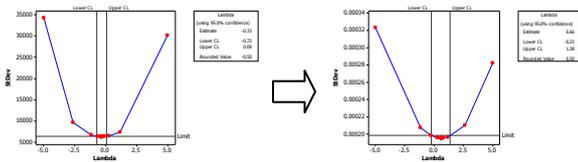
Gambar 2. Boxplot Sepeda Motor Total Market dan Sepeda Motor "X"

Informasi yang dapat diperoleh dari Gambar 2 adalah rata-rata penjualan sepeda motor pada total market dan penjualan Sepeda Motor "X" tertinggi terjadi pada bulan Juli, Agustus, September, dan Oktober. Dengan menggunakan perbandingan nilai rata-rata secara keseluruhan dari data total market yang diperoleh sebesar 68.272, maka dapat diketahui bahwa penjualan tiap bulan yang berada di bawah rata-rata total, yaitu terjadi pada bulan Januari, Februari, Maret, April, Mei, dan November. Sedangkan penjualan yang berada di atas rata-rata total yaitu terjadi pada bulan Juni, Juli, Agustus, September, Oktober, dan Desember. Sedangkan penjualan Sepeda Motor "X", dengan menggunakan perbandingan nilai rata-rata secara keseluruhan dari data yang diperoleh sebesar 37.815, maka dapat diketahui bahwa penjualan tiap bulan yang berada di bawah rata-rata total, yaitu terjadi pada bulan Januari, Februari, Maret, April, dan Mei. Sedangkan penjualan yang berada di atas rata-rata total yaitu terjadi pada bulan Juni, Juli, Agustus, September, Oktober, November, dan Desember.

B. Analisis Pemodelan dengan ARIMA Box-Jenkins

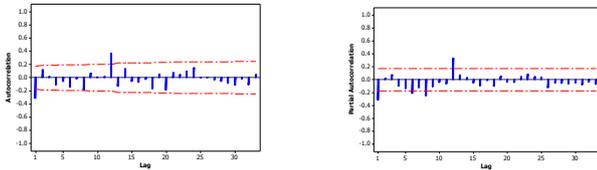
1) Total Market

Identifikasi awal model penjualan total market sepeda motor, yaitu mengetahui kestasioneran dalam *mean* dan *varians*. Setelah melakukan transformasi *Box-Cox* dikarenakan nilai lambda sebesar -0,50, maka data sudah stasioner dalam *varians* dikarenakan nilai batas atas yang sudah lebih dari 1.



Gambar 3. Transformasi $1/\sqrt{z_t}$ Data Total Market

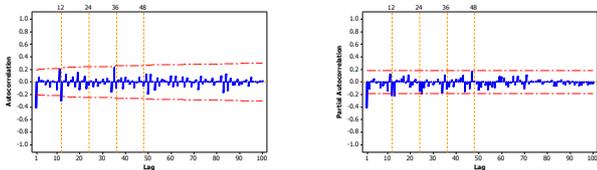
Selanjutnya untuk mengetahui kestasioneran dalam *mean* berdasarkan plot ACF. Plot ACF menunjukkan adanya pola menurun yang lambat, sehingga data tidak stasioner dalam *mean*. Jadi perlu dilakukan *differencing*, sehingga diperoleh plot ACF dan PACF berikut.



Gambar 4. Plot ACF dan PACF Setelah *Differencing*

Setelah pendugaan model maka diperoleh model yang signifikan dan memenuhi asumsi *white noise* dan residual distribusi normal yaitu ARIMA(1,1,0)(1,0,0)¹² dengan penambahan *outlier* ke-96 dan 2.

Selanjutnya model ARIMA dilakukan *differencing* 12 dari data hasil *differencing* 1. Plot ACF dan PACF sebagai berikut.

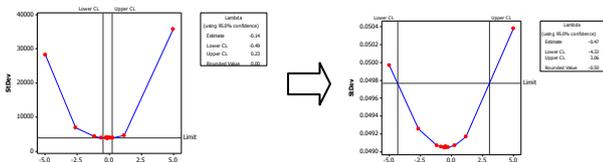


Gambar 5. Plot ACF dan PACF *Differencing* (1,12)

Setelah pendugaan model maka diperoleh model yang signifikan dan memenuhi asumsi *white noise* dan residual distribusi normal yaitu ARIMA(1,1,0)(1,1,0)¹² dan model ARIMA(0,1,1)(0,1,1)¹² dengan penambahan *outlier* ke-96.

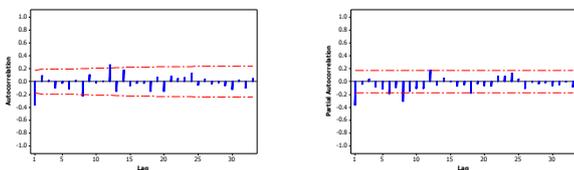
2) Total Penjualan Sepeda Motor “X”

Identifikasi awal model total penjualan Sepeda Motor “X”, yaitu mengetahui kestasioneran dalam *mean* dan varians sebagai berikut.



Gambar 6. Transformasi $\ln Z_t$ Data Total Penjualan Sepeda Motor “X”

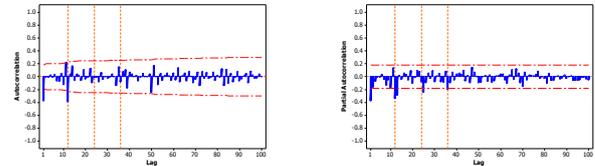
Selanjutnya untuk mengetahui kestasioneran dalam *mean* berdasarkan plot ACF. Plot ACF menunjukkan adanya pola menurun yang lambat, sehingga data tidak stasioner dalam *mean*. Jadi perlu dilakukan *differencing*, sehingga diperoleh plot ACF dan PACF berikut.



Gambar 7. Plot ACF dan PACF Setelah *Differencing*

Setelah pendugaan model maka diperoleh model yang signifikan dan memenuhi asumsi *white noise* dan residual distribusi normal yaitu ARIMA([1,8],1,0)(1,0,0)¹² dengan penambahan *outlier* ke-69 dan 96 dan model ARIMA(0,1,[1,8])(0,0,1)¹² dengan penambahan *outlier* ke-47,69, dan 96.

Selanjutnya model ARIMA dilakukan *differencing* 12 dari data hasil *differencing* 1. Plot ACF dan PACF sebagai berikut.



Gambar 8. Plot ACF dan PACF *Differencing* (1,12)

Setelah pendugaan model maka diperoleh model yang signifikan dan memenuhi asumsi *white noise* dan residual distribusi normal yaitu ARIMA([1,13],1,0)(1,1,0)¹² dengan penambahan *outlier* ke-47 dan model ARIMA(0,1,1)(0,1,1)¹².

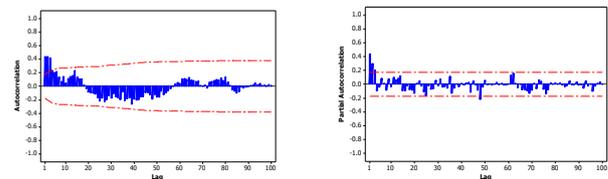
C. Analisis Pemodelan dengan ARIMAX

1) Total Market

Data penjualan dibagi menjadi 3(tiga) bagian, yaitu periode Januari 2003-Desember 2010, Januari 2011-Desember 2011, dan Januari 2012-Desember 2013. Plot juga mengindikasikan adanya tren kenaikan yang positif dan adanya efek dari variansi kalender. (Gambar 1). Pendugaan awal model regresi sebagai berikut.

$$Z_t = \delta_1 t + \alpha_1 V_{t-1} + \alpha_2 V_t + \alpha_3 V_{t+1} + \gamma_1 D_1 + \gamma_2 D_2 + \gamma_3 t D_1 + \gamma_4 t D_2 + \beta_1 S_{1,t} + \beta_2 S_{2,t} + \beta_3 S_{3,t} + \beta_4 S_{4,t} + \beta_5 S_{5,t} + \beta_6 S_{6,t} + \beta_7 S_{7,t} + \beta_8 S_{8,t} + \beta_9 S_{9,t} + \beta_{10} S_{10,t} + \beta_{11} S_{11,t} + \beta_{12} S_{12,t} \quad (11)$$

Setelah melakukan eliminasi *backward* dari model regresi, maka diperoleh parameter yang signifikan dengan *alpha* sebesar 5%, yaitu $\delta_1, \alpha_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6, \beta_7, \beta_8, \beta_9, \beta_{10}, \beta_{11}$ dan β_{12} . Residual dari model variansi kalender penjualan sepeda motor total market belum memenuhi asumsi *white noise* dikarenakan nilai *p-value* kurang dari *alpha* 5%, sehingga memasukkan lag yang signifikan pada model. Berikut merupakan plot ACF dan PACF dari residual.



Gambar 9. Plot ACF dan PACF dari Residual

Setelah memasukkan lag yang signifikan, pada model variansi kalender penjualan sepeda motor total market diperoleh model yang sesuai yaitu model ARIMA (1,0,0), $\delta_1, \alpha_1, \gamma_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6, \beta_7, \beta_8, \beta_9, \beta_{10}, \beta_{11}, \beta_{12}$. Selain itu, identifikasi *outlier* terdeteksi 3 (tiga) *outlier* dengan tipe *additive* yaitu *outlier* ke-127, 96, dan 120. Model tersebut telah memenuhi asumsi residual *white noise* dan berdistribusi normal. Persamaan model yang terbentuk sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 Z_t = & 594,43156 t + 6.902,6 V_{t-1} - 15.224,3 D_2 \\
 & + 27.040,6 S_{1,t} + 22.131 S_{2,t} + 26.733,8 S_{3,t} \\
 & + 27.394,8 S_{4,t} + 30.370,9 S_{5,t} + 32.089,9 S_{6,t} \\
 & + 35.591,6 S_{7,t} + 38.529,3 S_{8,t} + 36.402,7 S_{9,t} \\
 & + 34.237,6 S_{10,t} + 27.996,3 S_{11,t} + 24.272,3 S_{12,t} \\
 & + 36.156,8 I_{A,t}^{127} + 44.083,1 I_{A,t}^{96} + 40.590,6 I_{A,t}^{120} \\
 & + \frac{1}{(1 - 0,75739 B)} a_t
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

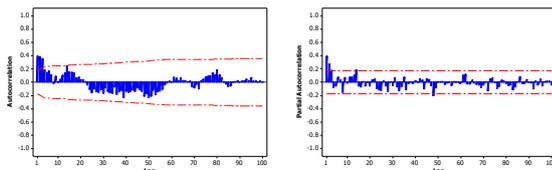
Persamaan tersebut menunjukkan bahwa secara umum di Jawa Timur tiap bulannya mengalami pertambahan penjualan sepeda motor sebesar 594 unit. Selain itu, terdapat kecenderungan kenaikan penjualan sebulan sebelum Hari Raya Idul Fitri sebesar 6.903 unit. Sedangkan berdasarkan koefisien bulan terdapat kecenderungan peningkatan penjualan sepeda motor tertinggi, yaitu pada bulan Juli, Agustus, dan September, masing-masing sebesar 35.592 pada bulan Juli, 38.529 pada bulan Agustus, dan 36.401 pada bulan September.

2) Total Penjualan Sepeda Motor “X”

Indikasi penjualan sepeda motor “X” sama dengan total market sepeda motor pada Gambar 4.1 dan pendugaan persamaan awal sama dengan Persamaan 12.

Setelah melakukan eliminasi *backward* dari model regresi, maka diperoleh parameter yang signifikan dengan *alpha* sebesar 5%, yaitu $\delta_1, \alpha_1, \gamma_2, \gamma_4, \beta_1, \beta_2, \beta_3,$

$\beta_4, \beta_5, \beta_6, \beta_7, \beta_8, \beta_9, \beta_{10}, \beta_{11}$ dan β_{12} . Residual dari model variansi kalender penjualan sepeda motor “X” belum memenuhi asumsi *white noise* dikarenakan nilai *p-value* kurang dari *alpha* 5%, sehingga memasukkan lag yang signifikan pada model.



Gambar 10. Plot ACF dan PACF dari Residual

Setelah memasukkan lag yang signifikan, pada model variansi kalender penjualan total sepeda motor Honda di Jawa Timur diperoleh model yang sesuai yaitu model ARIMA (1,0,0), $\delta_1, \alpha_1, \gamma_2, \gamma_4, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6,$

$\beta_7, \beta_8, \beta_9, \beta_{10}, \beta_{11}, \beta_{12}$. Selain itu, identifikasi *outlier* terdeteksi 2 (dua) *outlier* dengan tipe *additive* yaitu *outlier* ke-127 dan 96. Model tersebut telah memenuhi asumsi residual *white noise* dan berdistribusi normal. Persamaan model yang terbentuk sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 Z_t = & 340,39668 t + 3.107,5 V_{t-1} - 87.718 D_2 \\
 & + 766,24693 t D_2 + 12.270,9 S_{1,t} + 9.274,4 S_{2,t} \\
 & + 11.605,6 S_{3,t} + 11.430,1 S_{4,t} + 13.222,6 S_{5,t} \\
 & + 13.890,6 S_{6,t} + 16.241,9 S_{7,t} + 17.580,9 S_{8,t} \\
 & + 17.276,6 S_{9,t} + 16.331,4 S_{10,t} + 12.297,8 S_{11,t} \\
 & + 12.934,3 S_{12,t} + 26.578,4 I_{A,t}^{127} + 19.885,7 I_{A,t}^{96} \\
 & + \frac{1}{(1 - 0,51698 B)} a_t
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

Persamaan tersebut menunjukkan bahwa secara umum di Jawa Timur sepeda motor “X” tiap bulannya mengalami pertambahan penjualan sebesar 341 unit. Selain itu, terdapat kecenderungan kenaikan penjualan sebulan sebelum Hari Raya Idul Fitri sebesar 3.108 unit.

Sedangkan berdasarkan koefisien bulan terdapat kecenderungan peningkatan penjualan sepeda motor tertinggi, yaitu pada bulan Agustus sebesar 17.581 unit.

D. Kriteria Kebaikan Model dan Peramalan

1) Total Market

Pemilihan model didasarkan pada model dengan kriteria kebaikan *out-sample* bernilai paling kecil. Berikut merupakan perbandingan berdasarkan nilai sMAPE.

Tabel 2. Kriteria Kebaikan Model Total Market

Model	Out-Sample (Nilai sMAPE)
ARIMA(1,1,0)(1,0,0) ¹²	12,8697%
ARIMA(1,1,0)(1,1,0) ¹²	11,4259%
ARIMA(0,1,1)(0,1,1) ¹²	3,5314%
ARIMAX	11,5623%

Informasi pada Tabel 2 menunjukkan bahwa model ARIMA(0,1,1)(0,1,1)¹² merupakan model terbaik dikarenakan memiliki nilai kriteria kebaikan *out-sample* berdasarkan nilai sMAPE terkecil yaitu sebesar 3,5314%. Hasil peramalan pada tahun 2014 sebagai berikut.

Tabel 3. Ramalan Total Market Tahun 2014

Bulan	Ramalan	Batas Bawah	Batas Atas
Januari	81.622	63.050	109.794
Februari	81.886	63.230	110.205
Maret	86.949	66.646	118.169
April	83.029	64.004	111.992
Mei	88.889	65.107	128.547
Juni	92.428	64.868	142.159
Juli	109.029	71.867	184.710
Agustus	95.353	62.520	162.922
September	95.397	60.860	170.498
Oktober	88.673	56.007	161.176
November	79.865	50.399	145.387
Desember	97.188	57.516	198.289
Total	1.080.308	746.075	1.743.849

Pada tahun 2014, diperkirakan total penjualan sepeda motor tertinggi yaitu pada bulan Juli dan Desember masing-masing sebesar 109.029 unit dan 97.188 unit.

2. Total Penjualan Sepeda Motor “X”

Pemilihan model didasarkan pada model dengan kriteria kebaikan *out-sample* bernilai paling kecil. Berikut merupakan perbandingan berdasarkan nilai sMAPE.

Tabel 4. Kriteria Kebaikan Model Total Penjualan Honda

Model	Out-Sample (Nilai sMAPE)
ARIMA([1,8],1,0)(1,0,0) ¹²	8,8339%
ARIMA(0,1, [1,8])(0,0,1) ¹²	9,0026%
ARIMA([1,13],1,0)(1,1,0) ¹²	3,2002%
ARIMA(0,1,1)(0,1,1) ¹²	9,9516%
ARIMAX	19,97129%

Informasi pada Tabel 4 menunjukkan bahwa model ARIMA([1,13],1,0)(1,1,0)¹² merupakan model terbaik dikarenakan memiliki nilai kriteria kebaikan *out-sample* berdasarkan nilai sMAPE terkecil yaitu sebesar 3,2002%. Hasil peramalan pada tahun 2014 sebagai berikut.

Pada tahun 2014, diperkirakan penjualan total sepeda motor “X” tertinggi yaitu pada bulan Juli dan Desember. Pada bulan Juli diperkirakan sebesar 76.010 unit, sedangkan pada bulan Desember diperkirakan 67.847 unit sepeda motor.

Tabel 5.
Ramalan Total Penjualan Honda Tahun 2014

Bulan	Ramalan	Batas Bawah	Batas Atas
Januari	54.629	40.221	74.199
Februari	54.626	40.219	74.195
Maret	59.578	43.864	80.920
April	56.998	41.965	77.417
Mei	60.773	42.595	86.708
Juni	65.684	42.965	100.417
Juli	76.010	47.318	122.101
Agustus	56.887	33.740	95.913
September	65.274	37.089	114.878
Oktober	57.292	31.265	104.988
November	50.470	26.524	96.035
Desember	67.847	34.407	133.788
Total	726.069	462.171	1.161.558

V. KESIMPULAN

Hasil dari analisis dan pembahasan dapat disimpulkan beberapa poin sebagai berikut.

1. Penjualan sepeda motor, baik total market maupun penjualan sepeda motor "X" di Jawa Timur terus mengalami kenaikan tiap tahunnya. Satu bulan sebelum Hari Raya Idul Fitri, penjualan sepeda motor cenderung mengalami peningkatan yang signifikan. Selain itu, pada bulan-bulan tertentu cenderung mengalami peningkatan penjualan yang cukup tinggi. Pada total market sepeda motor, penjualan di atas rata-rata, yaitu terjadi pada bulan Juli, Agustus, September, dan Oktober. Sedangkan pada total penjualan sepeda motor "X", pada bulan yang sama, yaitu Juli, Agustus, September, dan Oktober juga mengalami penjualan yang tinggi di atas rata-rata.
2. Hasil pemodelan dengan ARIMAX diketahui bahwa variabel-variabel yang mempengaruhi sebagai berikut.
 - a. Pada penjualan sepeda motor total market diperoleh variabel-variabel yang mempengaruhi yaitu variabel tren, bulan sebelum Hari Raya Idul Fitri, periode 2 (dua), serta bulan Januari sampai dengan Desember.
 - b. Pada penjualan total sepeda motor "X" diperoleh variabel-variabel yang mempengaruhi yaitu variabel tren, bulan sebelum Hari Raya Idul Fitri, periode 2 (dua), tren periode 2(dua), serta bulan Januari sampai dengan Desember.
3. Hasil identifikasi berdasarkan kriteria kebaikan model yang telah memenuhi *white noise* dan berdistribusi normal terhadap variabel total market dan total penjualan sepeda motor "X" di Jawa Timur sebagai berikut.
 - a. Pada penjualan sepeda motor total market diperoleh nilai peramalan total pada tahun 2014 sebesar $\pm 1.080.308$ unit sepeda motor. Nilai peramalan pada tahun 2014 sebesar 1.080.308 lebih rendah dibandingkan tahun 2013 sebesar 1.264.274 unit. Sedangkan penjualan tertinggi sepeda motor terjadi pada bulan Juli dan Desember, diperkirakan penjualan pada bulan Juli mencapai 109.029 unit sepeda motor dan pada bulan Desember mencapai 97.188 unit sepeda motor.
 - b. Pada total penjualan sepeda motor "X" diperoleh peramalan total penjualan sepeda motor "X" pada tahun 2014 sebesar ± 726.069 . Hasil peramalan pada tahun 2014 sebesar 726.069 unit lebih rendah dibandingkan

tahun 2013 sebesar 850.667. Sedangkan penjualan tertinggi sepeda motor "X" terjadi pada bulan Juli dan Desember, diperkirakan penjualan pada bulan Juli mencapai 76.010 unit sepeda motor dan pada bulan Desember mencapai 67.847 unit sepeda motor.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis N.D.R mengucapkan terima kasih kepada pihak terkait selaku penyedia data dan kepada dosen pembimbing atas dukungan dan masukan yang telah diberikan kepada penulis.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Liputan 6. (2013). Jualan Sepeda Motor Paling laris di Jawa Timur. Diakses pada tanggal 5 Februari 2014 di www.bisnis.liputan6.com.
- [2] Investor Daily. (2013). Meningkatkan Jualan Motor Honda di Jatim dan NTT. Diakses pada tanggal 5 Februari 2014 di www.bisnis.investor.co.id.
- [3] W.W.S. Wei, *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods*. New York: Pearson Education, Inc (2006).
- [4] M.H.Lee, Suhartono, & N.A. Hamzah, "Calendar Variation Model Based On Arimax for Forecasting Sales Data with Ramadhan Effect", *Proceedings of the Regional Conference on Statistical Sciences* (2010) 349-361.
- [5] S.Makridakis & M. Hibbon, "The M3-Competition: Results, Conclusions and Implications," *International Journal of Forecasting*, Vol.16, (2000) 451-476.