

Pemodelan Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Indonesia Menggunakan *Geographically Weighted Ordinal Logistic Regression (GWOLR)*

Fariz, Ismaini Zain, dan Erma Oktania Permatasari
 Departemen Statistika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)
e-mail: erma@statistika.its.ac.id

Abstrak—Indeks Pembangunan Manusia (IPM) sebagai angka yang mengukur pencapaian pembangunan manusia berdasarkan tiga dimensi dasar yaitu umur panjang dan hidup sehat, pengetahuan, dan standar hidup layak. IPM dipengaruhi oleh beberapa faktor; yaitu angka kesakitan, rasio sekolah dan murid SMA, rasio guru dan murid SMA, persentase penduduk miskin, tingkat partisipasi angkatan kerja, dan kepadatan penduduk. Perbedaan kondisi geografis dalam mendapatkan faktor pembentuk IPM pada Provinsi di Indonesia menjadikan umur panjang dan hidup sehat, pengetahuan, dan standar hidup layak di Indonesia merupakan permasalahan yang spasial. Model *GWOLR* dapat menjadi solusi untuk model regresi yang koefisiennya bergantung pada lokasi geografis diamatinya data. Maka dari itu digunakan analisis *GWOLR* pada penelitian ini. Hasil pemodelan *GWOLR* dengan pembobot *gaussian* dengan nilai *AIC* terkecil diperoleh model *GWOLR* terbaik dengan faktor X_2, X_3, X_4, X_6 . Hasil pengujian secara serentak model *GWOLR* terbaik diperoleh hasil bahwa nilai dari uji G^2 sebesar 124,276, yang berarti rasio sekolah dan murid SMA, rasio guru dan murid SMA, persentase penduduk miskin, dan kepadatan penduduk mempengaruhi kategori IPM secara bersama-sama. Hasil ketepatan klasifikasi model *GWOLR* terbaik sebesar 94,12%.

Kata Kunci—*GWOLR*, IPM, Pemodelan, Provinsi, Spasial.

I. PENDAHULUAN

PEMBANGUNAN manusia didefinisikan sebagai proses perluasan bagi manusia dalam menentukan pilihannya [1]. Pilihan tersebut mencakup kualitas kesehatan, kualitas pendidikan, dan kualitas hidup yang layak (ekonomi). Menurut BPS, Indeks Pembangunan Manusia (IPM) merupakan angka yang mengukur pencapaian pembangunan manusia berdasarkan sejumlah komponen dasar kualitas hidup [2]. Sebagai ukuran kualitas hidup, IPM dibentuk melalui pendekatan tiga dimensi dasar yang mencakup umur panjang dan hidup sehat, pengetahuan, dan standar hidup layak. Nilai IPM menghasilkan nilai berbentuk numerik. Menurut BPS, nilai IPM Indonesia dibagi menjadi 4 kategori, yaitu rendah, sedang, tinggi, dan sangat tinggi [3].

Nilai IPM antar Provinsi di Indonesia menunjukkan keberagaman. Pada tahun 2020, Provinsi DKI Jakarta merupakan satu-satunya Provinsi dengan IPM kategori sangat tinggi dengan nilai IPM sebesar 80,77. Provinsi Aceh, Sumatera Utara, Jambi, Jawa Timur, dan Kalimantan Tengah merupakan beberapa Provinsi dengan IPM kategori tinggi. Untuk Provinsi dengan IPM kategori sedang ditunjukkan oleh Provinsi Lampung, Nusa Tenggara Timur, Nusa Tenggara Barat, Kalimantan Barat, Sulawesi Tengah, Gorontalo, Sulawesi Barat, Maluku, Maluku Utara, Papua Barat, dan

Tabel 1.
Perhitungan Ketepatan Klasifikasi

Observasi	Prediksi		Total
	π_1	π_2	
π_1	n_{1C}	$n_{1M} = n_1 - n_{1C}$	n_1
π_2	$n_{2M} = n_2 - n_{2C}$	n_{2C}	n_2

Tabel 2.
Variabel Penelitian

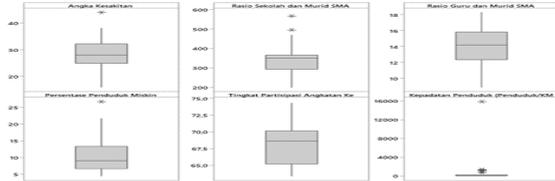
Variabel	Keterangan	Skala Pengukuran
Y	Kategori IPM	Ordinal
Dimensi Umur Panjang dan Hidup Sehat		
X_1	Angka Kesakitan	Rasio
Dimensi Pengetahuan		
X_2	Rasio Sekolah dan Murid SMA	Rasio
X_3	Rasio Guru dan Murid SMA	Rasio
Dimensi Kehidupan Yang Layak		
X_4	Persentase Penduduk Miskin	Rasio
X_5	Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK)	Rasio
X_6	Kepadatan Penduduk	Rasio
Lokasi		
u_i	Garis Bujur	Interval
v_i	Garis Lintang	Interval

Papua. Sejak tahun 2018, sudah tidak terdapat Provinsi di Indonesia yang masuk dalam kategori rendah [3].

Banyak faktor yang mempengaruhi nilai IPM di Indonesia. Penelitian tentang IPM sebelumnya telah dilakukan oleh beberapa peneliti. Penelitian pertama menggunakan metode regresi probit dan menyimpulkan bahwa variabel yang berpengaruh signifikan terhadap IPM adalah rasio sekolah dan murid, rasio guru dan murid, dan jumlah penduduk miskin [4]. Disamping itu penelitian ini cukup baik dalam menentukan ketepatan klasifikasi. Penelitian selanjutnya menggunakan metode *nonparametric spline regression* menyimpulkan bahwa variabel yang berpengaruh signifikan terhadap IPM adalah tingkat partisipasi angkatan kerja, rasio sekolah dan siswa, kepadatan penduduk, angka kesakitan, PDRB/1juta [5]. Penelitian yang ketiga menyatakan bahwa variabel yang signifikan adalah angka harapan hidup, harapan lama sekolah, rata-rata lama sekolah, dan pengeluaran perkapita [6]. Ketiga penelitian tersebut menghasilkan nilai ketepatan klasifikasi yang cukup baik. Selain itu, ketiga penelitian tersebut masih belum mengakomodasi aspek spasial. Perbedaan kondisi geografis dalam mendapatkan

Tabel 3. Statistika Deskriptif Variabel Prediktor

Variabel	Mean	Varians	Min	Maks
X ₁	28,10	38,81	15,97	44,00
X ₂	348,50	5892,30	200,50	565,80
X ₃	14,07	4,13	8,89	18,26
X ₄	10,81	29,30	4,45	26,80
X ₅	68,04	8,48	63,40	74,32
X ₆	739,00	7338488,00	9,00	15907,00



Gambar 1. Boxplot Variabel Prediktor.



Gambar 2. Persebaran Kategori IPM Menurut Provinsi di Indonesia.

Tabel 4. Distribusi Frekuensi Kategori IPM

Kategori IPM	Frekuensi	Persentase
Sedang	11	32,35
Tinggi	22	64,71
Sangat Tinggi	1	2,94
Total	34	100

faktor pembentuk IPM pada Provinsi di Indonesia menjadikan pendidikan, kesehatan, dan standar kehidupan yang layak di Indonesia merupakan permasalahan yang spasial. Tolok ukur untuk menghitung kualitas SDM adalah dengan Indeks Pembangunan Manusia (IPM). Perbedaan lokasi daerah di Indonesia diduga memberikan efek spasial terhadap IPM. Ini disebabkan perbedaan letak geografis dan keadaan masing-masing daerah. Keterkaitan yang terjadi akibat faktor lokasi antarwilayah diduga akan memberikan efek keragaman spasial terhadap pencapaian IPM di suatu wilayah. Oleh karena itu diperlukan suatu metode yang mengakomodasi aspek spasial.

Model regresi yang koefisiennya bergantung pada lokasi geografis diamatinya data dapat diselesaikan dengan dimodelkan dengan model *GWOLR*[7]. Hal tersebut sesuai untuk memodelkan IPM di Indonesia yang beragam dengan skala data ordinal. Penelitian menggunakan metode *GWOLR* menghasilkan kesimpulan bahwa model *GWOLR* menunjukkan hasil klasifikasi yang baik[8]. Penelitian yang lain menghasilkan kesimpulan bahwa model *GWOLR* lebih baik dibandingkan dengan model regresi logistik ordinal untuk memodelkan tingkat buta huruf tiap kabupaten/kota di Jawa Timur [9].

Berdasarkan penjelasan sebelumnya, maka pada penelitian ini akan dilakukan analisis statistika deskriptif dan visualisasi data dengan peta tematik untuk mengetahui karakteristik data. Selanjutnya, dilakukan pemodelan kategori IPM di

Tabel 5. Distribusi Frekuensi Angka Kesakitan

Angka Kesakitan	Frekuensi	Persentase
Rendah	7	20,59
Sedang	14	41,18
Tinggi	13	38,23
Total	34	100



Gambar 3. Persebaran Angka Kesakitan Menurut Provinsi di Indonesia.

Tabel 6. Distribusi Frekuensi Rasio Sekolah dan Murid SMA

Rasio Sekolah dan Murid SMA	Frekuensi	Persentase
Rendah	9	26,47
Sedang	19	55,88
Tinggi	6	17,65
Total	34	100



Gambar 4. Persebaran Rasio Sekolah dan Murid SMA Menurut Provinsi di Indonesia.

Indonesia menggunakan metode *GWOLR* untuk memperoleh model *GWOLR* terbaik. Sehingga, dapat menambah wawasan dan pengetahuan mengenai keilmuan dalam pengembangan dan penerapan metode *GWOLR*.

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Model Geographically Weighted Ordinal Logistic Regression (*GWOLR*)

Model *GWOLR* merupakan perpaduan antara model *GWR* dan model regresi logistik ordinal. Model *GWOLR* dapat mengakomodir pemodelan hubungan variabel respon berskala data ordinal dengan variabel prediktor yang parameternya dipengaruhi oleh lokasi di mana data tersebut diamati. Berdasarkan hal tersebut, maka model *GWOLR* dapat menjadi solusi dari pemodelan IPM yang mengakomodir aspek spasial sehingga dapat diketahui hubungan antara IPM dan faktor-faktor yang mempengaruhinya berdasarkan lokasi di mana IPM dan faktor-faktornya diamati [10]. Pada variabel respon berskala data ordinal yang terdiri dari *G* buah kategori, maka model *GWOLR* untuk lokasi ke-*i* dapat dituliskan pada persamaan (1) berikut.

$$\logit [P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)] = \alpha_g(u_i, v_i) + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) \quad (1)$$

Dimana $g = 1, 2, \dots, G-1$ dan $i = 1, 2, \dots, n$.

Dengan $P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)$ adalah peluang kumulatif kategori respon ke-*g* terhadap \mathbf{x}_i , $\{\alpha_g(u_i, v_i)\}$ merupakan sebuah

Tabel 7.
Distribusi Frekuensi Rasio Guru dan Murid SMA

Rasio Guru dan Murid SMA	Frekuensi	Persentase
Rendah	9	26,47
Sedang	14	41,18
Tinggi	11	32,35
Total	34	100



Gambar 5. Persebaran Rasio Guru dan Murid SMA Menurut Provinsi di Indonesia.

Tabel 8.
Distribusi Frekuensi Persentase Penduduk Miskin

Persentase Penduduk Miskin	Frekuensi	Persentase
Rendah	18	52,94
Sedang	12	35,29
Tinggi	4	11,77
Total	34	100



Gambar 6. Persebaran Persentase Penduduk Miskin Menurut Provinsi di Indonesia.

Tabel 9.
Distribusi Frekuensi TPAK

TPAK	Frekuensi	Persentase
Rendah	13	38,23
Sedang	15	44,12
Tinggi	6	17,65
Total	34	100

parameter intersep yang memenuhi kondisi $\alpha_1(u_i, v_i) \leq \alpha_2(u_i, v_i) \leq \dots \leq \alpha_{G-1}(u_i, v_i)$, x_i merupakan vektor dari variabel prediktor pada lokasi ke- i , dan $\beta(u_i, v_i) = [\beta_1(u_i, v_i) \beta_2(u_i, v_i) \dots \beta_p(u_i, v_i)]^T$ adalah vektor koefisien regresi untuk lokasi ke- i , sementara (u_i, v_i) merupakan titik koordinat (*longitude, latitude*) pada lokasi ke- i .

Peluang kumulatif kategori respon ke- g terhadap x_i dapat dituliskan pada persamaan (2) berikut [11]

$$P(Y_i \leq g | x_i) = \frac{\exp(\alpha_g(u_i, v_i) + x_i^T \beta(u_i, v_i))}{1 + \exp(\alpha_g(u_i, v_i) + x_i^T \beta(u_i, v_i))} \quad (2)$$

Estimasi parameter pada model *GWOLR* ditampilkan pada persamaan (3) berikut.

$$\hat{\theta}(u_i, v_i) [\hat{\alpha}_1(u_i, v_i) \dots \hat{\alpha}_{G-1}(u_i, v_i) \hat{\beta}(u_i, v_i)]^T \quad (3)$$

Persamaan (3) diperoleh dengan metode *Maximum Likelihood Estimation (MLE)* terboboti dengan membentuk fungsi *ln-likelihood* dengan melakukan transformasi *ln* pada fungsi *likelihood* dengan faktor pembobot (w_j) yang berupa letak geografis. Estimasi parameter diperoleh dengan



Gambar 7. Persebaran TPAK Menurut Provinsi di Indonesia.

Tabel 10.

Kepadatan Penduduk	Frekuensi	Persentase
Sangat Rendah	9	26,47
Rendah	11	35,29
Sedang	6	17,65
Tinggi	6	17,65
Sangat Tinggi	1	2,94
Total	34	100



Gambar 8. Persebaran Kepadatan Penduduk Menurut Provinsi di Indonesia.

Tabel 11.
Nilai *VIF* Variabel Prediktor

Variabel	<i>VIF</i>
Angka Kesakitan (X_1)	1,36
Rasio Sekolah dan Murid SMA (X_2)	2,08
Rasio Guru dan Murid SMA (X_3)	1,67
Persentase Penduduk Miskin (X_4)	1,46
Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (X_5)	1,55
Kepadatan Penduduk (X_6)	1,18

melakukan turunan parsial pertama persamaan terhadap fungsi *ln-likelihood* terboboti terhadap parameter yang akan diestimasi dan kemudian disamadengkan nol. Hasil dari turunan parsial pertama berbentuk *nonlinear* sehingga iterasi dilakukan dengan metode *Newton Raphson* [9]

B. Uji Signifikansi Parameter Model *GWOLR*

Pengujian signifikansi parameter pada model *GWOLR* dilakukan secara serentak dan parsial sebagai berikut.

1) Uji Serentak

Uji serentak dilakukan untuk mengetahui signifikansi parameter terhadap variabel respon secara bersama-sama pada model *GWOLR*. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut.

$H_0: \beta_1(u_i, v_i) = \beta_2(u_i, v_i) = \dots = \beta_p(u_i, v_i) = 0$, (seluruh parameter pada model *GWOLR* tidak memberi pengaruh yang signifikan terhadap variabel respon)

H_1 : minimal terdapat satu $\beta_k(u_i, v_i) \neq 0$ (terdapat parameter pada model *GWOLR* yang memberi pengaruh yang signifikan terhadap variabel respon). Tingkat signifikansi: α . Statistik

Tabel 12. Nilai *Bandwidth* dan *Score CV* dengan Fungsi Pembobot Berbeda

Statistik	Pembobot			
	<i>Gaussian</i> *	<i>Exponential</i>	<i>Bisquare</i>	<i>Tricube</i>
<i>Bandwidth</i>	0,798	11,828	23,181	34,084
<i>Score CV</i>	1,096	1,893	2,418	3,776

Tabel 13. Ringkasan Perbandingan Model *GWOLR*

Variabel X	<i>AIC</i>
1, 2, 3, 4, 5, 6	23,670
1, 2, 3, 5, 6	31,239
2, 3, 4, 6	23,512
1, 4, 6	27,495
4, 6	32,111
4	43,595

Tabel 14. Pengujian Parameter Model *GWOLR* Terbaik Secara Parsial di Provinsi NAD

Parameter	Estimator	SE	Z_{hitung}	<i>p-value</i>
$\hat{\alpha}_1(u_i, v_i)$	-39,995	33,556	-1,192	0,223
$\hat{\alpha}_2(u_i, v_i)$	112,659	1378,930	0,082	0,935
$\hat{\beta}_2(u_i, v_i)$	-0,517	0,260	-1,992	0,046*
$\hat{\beta}_3(u_i, v_i)$	11,931	5,831	2,046	0,041*
$\hat{\beta}_4(u_i, v_i)$	3,796	2,138	1,776	0,076*
$\hat{\beta}_6(u_i, v_i)$	-0,020	0,015	-1,350	0,117

*) Signifikan pada $\alpha = 10\%$.

Uji:

$$G^2 = -2 \left(\sum_{i=1}^n \sum_{g=1}^G y_{ig} \ln \left[\frac{\sum_{j=1}^n y_{jg} w_j(u_i, v_i)}{\sum_{j=1}^n w_j(u_i, v_i)} \right] - \sum_{i=1}^n \sum_{g=1}^G y_{ig} \ln[\hat{\pi}_g^*(x_i)] \right)$$

Tolak H_0 jika $G^2 > \chi^2_{(\alpha; df)}$. Dengan $df = n - trace(S)$ [12].

2) Uji Parsial

Uji parsial dilakukan untuk mengetahui signifikansi parameter terhadap variabel respon secara individu pada model *GWOLR*. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut.

$$H_0: \beta_k(u_i, v_i) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \text{ dan } k = 1, 2, \dots, p$$

(parameter ke- k pada model *GWOLR* tidak memberi pengaruh yang signifikan terhadap variabel respon)

$$H_1: \beta_k(u_i, v_i) \neq 0$$

(parameter ke- k pada model *GWOLR* memberi pengaruh yang signifikan terhadap variabel respon)

Tingkat signifikansi: α

Statistik Uji:

$$Z_{hit} = \frac{\hat{\beta}_k(u_i, v_i)}{SE(\hat{\beta}_k(u_i, v_i))}$$

Dimana $\hat{\beta}_k(u_i, v_i)$ adalah estimator parameter $\beta_k(u_i, v_i)$ dan nilai standar error $\hat{\beta}_k(u_i, v_i)$. Daerah penolakan H_0 yaitu

Tabel 15. Variabel Prediktor yang Signifikan dan Nilai *Odds Ratio* pada Provinsi di Indonesia Berdasarkan Model *GWOLR* Terbaik

Provinsi	X2	X3	X4	X6
Nanggroe Aceh Darussalam	0,95	3,30	44,53	TS
Sumatera Utara	0,96	2,38	17,30	0,99
Sumatera Barat	0,98	1,65	6,02	0,99
Riau	0,98	1,64	6,01	0,99
Jambi	0,99	1,28	3,09	1,00
Sumatera Selatan	0,99	1,20	2,93	1,00
Bengkulu	0,99	1,27	3,06	1,00
Lampung	0,99	1,18	4,37	1,00
Bangka Belitung	0,99	1,20	3,52	1,00
Kepulauan Riau	0,98	1,40	4,01	TS
DKI Jakarta	0,98	1,21	7,27	1,00
Jawa Barat	0,98	1,22	9,42	1,00
Jawa Tengah	0,98	1,19	7,99	1,00
DI Yogyakarta	0,98	1,19	8,66	1,00
Jawa Timur	0,99	1,13	4,99	0,99
Banten	0,98	1,20	6,22	1,00
Bali	TS	TS	5,18	0,99
NTB	TS	TS	TS	0,99
NTT	TS	TS	2,63	TS
Kalimantan Barat	0,99	1,24	5,56	TS
Kalimantan Tengah	0,99	1,19	6,16	0,99
Kalimantan Selatan	0,99	1,18	6,50	0,99
Kalimantan Timur	0,99	1,23	7,11	0,99
Kalimantan Utara	0,99	1,32	9,65	TS
Sulawesi Utara	1,00	TS	3,64	0,99
Sulawesi Tengah	0,99	1,15	4,03	0,99
Sulawesi Selatan	1,00	1,11	3,92	0,99
Sulawesi Tenggara	1,00	1,09	2,86	0,99
Gorontalo	1,00	1,12	3,57	0,99
Sulawesi Barat	1,00	1,15	4,39	0,99
Maluku	1,00	TS	2,46	TS
Maluku Utara	1,00	TS	3,19	0,99
Papua Barat	TS	TS	2,54	TS
Papua	TS	TS	TS	1,07

*) TS = Tidak Signifikan.

ketika $|Z_{hit}| > Z_{\frac{\alpha}{2}}$ [11].

C. Pemilihan Pembobot

Pembobotan pada model *GWOLR* dapat menggunakan beberapa metode yang berbeda. Salah satu fungsi yang dapat digunakan dalam pembobotan adalah *kernel function* [13]. Pembobot (w_j) yang terbentuk dengan menggunakan fungsi *kernel* sebagai berikut [9].

1. Gaussian

$$w_j(u_i, v_i) = \phi\left(\frac{d_{ij}}{sh}\right)$$

2. Exponential

$$w_j(u_i, v_i) = \sqrt{\exp\left(-\left(\frac{d_{ij}}{h}\right)^2\right)}$$

3. Bisquare

$$w_j(u_i, v_i) = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{d_{ij}}{h}\right)^2\right)^2, & \text{untuk } d_{ij} \leq h \\ 0, & \text{untuk } d_{ij} > h \end{cases}$$

Tabel 16.
Ketepatan Klasifikasi Kategori IPM Berdasarkan Model *GWOLR* Terbaik

Observasi	Prediksi			Ketepatan Klasifikasi
	1	2	3	
1	11	0	0	100 %
2	2	20	0	90,91 %
3	0	0	1	100 %
Total Keseluruhan				94,12 %

4. Tricube

$$w_j(u_i, v_i) = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{d_{ij}}{h}\right)^3\right)^3, & \text{untuk } d_{ij} \leq h \\ 0, & \text{untuk } d_{ij} > h \end{cases}$$

Dimana ϕ adalah densitas normal standar dan σ merupakan simpangan baku dari vektor jarak d_{ij} . $d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2}$ adalah jarak *eucliden* antara lokasi (u_i, v_i) ke lokasi (u_j, v_j) dan h adalah parameter non negatif yang diketahui dan biasanya disebut parameter penghalus (*bandwidth*). Metode yang digunakan untuk memilih *bandwidth* optimum adalah metode *Cross Validation (CV)* yang dapat dituliskan sebagai berikut [8].

$$CV(h) = \sum_{i=1}^n \sum_{g=1}^G \left(y_{\neq i,g} - \hat{\pi}_{\neq i,g}(h)\right)^2 \tag{4}$$

Dimana $y_{\neq i,g}$ adalah variabel indikator dimana pengamatan di lokasi (u_i, v_i) dihilangkan dari proses penaksiran, sehingga $y_{\neq i,g} = 1$ jika pengamatan di lokasi (u_i, v_i) mempunyai kategori g dan 0 untuk yang lain. $\hat{\pi}_{\neq i,g}(h)$ adalah nilai estimasi peluang pengamatan di lokasi (u_i, v_i) mempunyai kategori g . Untuk mendapatkan nilai h yang optimum diperoleh dari nilai h yang menghasilkan nilai *CV* yang minimum pada persamaan (4).

D. Pemilihan Model Terbaik

Metode yang digunakan dalam pemilihan model terbaik adalah *Akaike Information Criterion (AIC)*. *AIC* didefinisikan sebagai kriteria kesesuaian model dalam mengestimasi model secara statistik. *AIC* berguna untuk mendapatkan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap model yang dirumuskan sebagai berikut.

$$AIC = D(h) + 2k \tag{5}$$

Dimana $D(h)$ adalah nilai devians model dengan *bandwidth* h dan k adalah jumlah parameter dalam model. Berdasarkan persamaan (5), model terbaik adalah model dengan nilai *AIC* terkecil [13].

E. Deteksi Multikolinieritas

Multikolinieritas adalah kondisi dimana terdapat hubungan linear antara semua atau beberapa variabel prediktor. Multikolinieritas dapat dideteksi menggunakan nilai *Variance Inflation Factors (VIF)* yang dirumuskan sebagai berikut.

$$VIF_k = \frac{1}{1 - R_k^2}$$

Dimana R_k^2 adalah koefisien determinasi dari variabel

prediktor x_k yang diregresikan terhadap variabel prediktor lainnya. jika nilai $VIF \leq 10$, tidak terdapat multikolinieritas. Sebaliknya jika nilai $VIF > 10$ maka terjadi multikolinieritas [14].

F. Uji Autokorelasi Spasial

Autokorelasi adalah suatu keadaan dimana terdapat korelasi di antara anggota observasi atau korelasi pada dirinya sendiri[14]. uji yang digunakan dalam menguji autokorelasi spasial adalah uji Moran's I yang bertujuan untuk menguji residual dari model regresi untuk melihat ada atau tidaknya dependensi spasial atau autokorelasi antar amatan atau lokasi. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut.

H_0 : tidak ada autokorelasi antar lokasi

H_1 : terdapat autokorelasi antar lokasi

Tingkat signifikansi: α

Statistik Uji:

$$Z_{hit} = \frac{I - E(I)}{\sqrt{Var(I)}} \approx N(0,1)$$

Dengan nilai Moran's I:

$$I = \frac{n \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Tolak H_0 atau terdapat autokorelasi jika $|Z_{hit}| > Z_{\alpha/2}$. Nilai dari indeks Moran's I berada pada *range* antara -1 sampai dengan 1. Jika $I > E(I)$, data memiliki autokorelasi positif. Sebaliknya, jika $I < E(I)$, data memiliki autokorelasi negatif [15].

G. Interpretasi Model

Interpretasi model dilakukan setelah didapatkan model terbaik. Interpretasi model logit dibedakan berdasarkan jenis variabel prediktornya[16]. Pada penelitian ini seluruh variabel prediktor yang digunakan bersifat kontinu. Untuk variabel prediktor yang bersifat kontinu maka interpretasi dari koefisien model bergantung pada unit variabel prediktor yang masuk dalam model tersebut. Misal fungsi $g(x) = \alpha + \beta_1 x$, maka perubahan satu unit pada variabel prediktor x akan memberikan perubahan pada variabel respon kategori ke- g sebesar e^{β_1} .

H. Ketepatan Klasifikasi

APER (Apparent Error Rate) merupakan suatu nilai yang digunakan untuk melihat peluang kesalahan dalam mengklasifikasikan objek, dengan perhitungan pada Tabel 1 berikut [17].

APER dirumuskan dalam persamaan (6) berikut.

$$APER = \frac{n_{1M} + n_{2M}}{n_1 + n_2} \times 100\% \tag{6}$$

n_{1C} adalah nilai dari objek π_1 yang benar diklasifikasikan sebagai objek π_1 . n_{1M} adalah nilai dari objek π_1 yang salah diklasifikasikan sebagai objek π_2 . n_{2C} adalah nilai dari objek π_2 yang benar diklasifikasikan sebagai objek π_2 . n_{2M} adalah nilai dari objek π_2 yang salah diklasifikasikan sebagai objek π_1 .

III. METODE PENELITIAN

A. Sumber Data

Data yang digunakan pada penelitian ini menggunakan data sekunder yang berasal dari BPS yang dapat diakses melalui <https://www.bps.go.id/> yang berupa data publikasi Statistik Indonesia 2020 dan Google Maps untuk data letak geografis. Unit yang diteliti adalah Provinsi di seluruh Indonesia yang berjumlah 34 Provinsi.

B. Variabel Penelitian

Variabel respon yang digunakan dalam penelitian ini adalah IPM. IPM dapat dikategorikan ke dalam 4 kategori; yaitu "Sangat Tinggi" untuk $IPM \geq 80$, "Tinggi" untuk $70 \leq IPM < 80$, "Sedang" untuk $60 \leq IPM < 70$, dan "Rendah" untuk $IPM < 60$ [18]. Variabel prediktor merupakan faktor-faktor yang diduga mempengaruhi IPM. Tabel 2 menampilkan variabel penelitian yang digunakan pada penelitian ini.

C. Langkah Analisis

Langkah analisis yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mendeskripsikan data untuk mengetahui karakteristik Kategori IPM di Indonesia beserta faktor-faktor yang mempengaruhinya menggunakan statistika deskriptif dan peta tematik.
2. Memeriksa multikolinieritas antar variabel-variabel prediktor dengan menggunakan nilai *VIF*.
3. Menguji autokorelasi spasial antar lokasi w_{ij} dengan uji Moran's I.
4. Menyusun model *GWOLR* dengan langkah berikut. (a) Menentukan garis bujur dan garis lintang untuk setiap kantor pemerintahan (kantor Gubernur) masing-masing Provinsi di Indonesia. (b) Menghitung jarak *euclidian* antara lokasi ke-*i* yang terletak pada koordinat (u_i, v_i) terhadap lokasi ke-*j* yang terletak pada koordinat (u_j, v_j) . (c) Menentukan *bandwith* optimum menggunakan metode *cross validation (CV)*. (d) Menghitung matriks pembobot $w_j(u_i, v_i)$ dengan memasukkan jarak *euclidian* dan nilai *bandwith* optimum dimana $j = 1, 2, 3, \dots, 34$ sehingga setiap lokasi ke-*i* akan mempunyai pembobot sejumlah 34 buah. (e) Mendapatkan penaksiran parameter model *GWOLR*. (f) Melakukan pengujian parameter model *GWOLR* secara keseluruhan. (g) Melakukan pemilihan model *GWOLR* terbaik. (h) Melakukan pengujian parameter model *GWOLR* terbaik secara keseluruhan dan individu.
5. Menarik kesimpulan dan saran.

IV. ANALISA DAN PEMBAHASAN

A. Statistika Deskriptif

Pada bagian ini akan dibahas karakteristik kategori Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Indonesia beserta faktor-faktor yang diduga mempengaruhi menggunakan statistika deskriptif dan *boxplot*. Berdasarkan Tabel 3 diperoleh informasi bahwa tingkat partisipasi angkatan kerja memiliki nilai minimum 63,4 % yang berarti sebanyak 63,4%

penduduk yang berusia 15 tahun keatas merupakan angkatan kerja. Angka kesakitan memiliki nilai maksimum sebesar 44% yang menunjukkan bahwa hampir setengah dari banyaknya penduduk yang mempunyai keluhan kesehatan selama sebulan terakhir yang menyebabkan terganggunya kegiatan sehari-hari dibandingkan jumlah penduduknya.

Berdasarkan Gambar 1 dapat terlihat pada variabel angka kesakitan, rasio sekolah dan murid SMA, persentase penduduk, dan kepadatan penduduk terdapat *outlier*. Variabel dengan jumlah *outlier* terbanyak adalah variabel kepadatan penduduk. *Outlier* pada data kepadatan penduduk terdapat *outlier* dengan nilai mendekati 16000 penduduk perkilometer persegi. Nilai tersebut sangat jauh jika dibandingkan dengan data lainnya yang memiliki nilai rata-rata berada pada *range* 0 sampai 4000 penduduk perkilometer persegi.

Selanjutnya akan dibahas statistika deskriptif kategori IPM di Indonesia beserta faktor-faktor yang diduga mempengaruhi menggunakan peta tematik dan tabel distribusi frekuensi.

1) Kategori IPM

Gambar 2 dan Tabel 4 menunjukkan bahwa IPM dengan kategori sedang berjumlah 11 Provinsi dengan persentase sebesar 32,35%, sedangkan untuk IPM kategori tinggi berjumlah 2 kali lebih besar dibandingkan dengan IPM kategori sedang yaitu 22 Provinsi dengan persentase sebesar 64,71%. Mayoritas wilayah Pulau Jawa memiliki IPM kategori tinggi, hanya terdapat 1 Provinsi dengan IPM kategori sangat tinggi yaitu Provinsi DKI Jakarta.

2) Angka Kesakitan

Tabel 5 dan Gambar 3 menunjukkan bahwa angka kesakitan dengan kategori sedang dan tinggi memiliki jumlah yang hampir sama dengan persentase masing-masing 41,18% dan 38,23%. Jika dibandingkan dengan Provinsi di Indonesia bagian timur angka kesakitannya masuk ke dalam kategori rendah. Hal tersebut menunjukkan tidak meratanya sebaran angka kesakitan pada Provinsi di Indonesia. Akan tetapi, mayoritas Provinsi di Indonesia memiliki kategori angka kesakitan sedang.

3) Rasio Sekolah dan Murid SMA

Berdasarkan Tabel 6 dan Gambar 4, Provinsi di Indonesia dengan rasio sekolah dan murid SMA kategori sedang memiliki persentase paling tinggi yaitu 55,88% dengan jumlah 19 Provinsi. Seluruh wilayah di Pulau Papua, Kepulauan Maluku, Provinsi Sulawesi Utara, Mayoritas Provinsi di Pulau Kalimantan, dan Provinsi Nanggroe Aceh Darussalam memiliki rasio sekolah dan murid SMA dengan kategori rendah, yang berarti pada wilayah tersebut jumlah murid SMA dalam setiap sekolah termasuk rendah jika dibanding dengan wilayah lain.

4) Rasio Guru dan Murid SMA

Tabel 7 dan Gambar 5 menunjukkan bahwa rasio guru dan murid SMA dengan kategori sedang menjadi kategori dengan jumlah terbanyak yaitu 14 Provinsi. Seluruh Provinsi di Pulau Jawa memiliki rasio guru dan murid SMA dengan kategori tinggi, yang berarti pada wilayah tersebut perbandingan antara jumlah murid dengan jumlah guru pada jenjang pendidikan SMA termasuk tinggi jika dibanding dengan wilayah lain. Tingginya hal tersebut perlu diatasi dengan menambah jumlah guru pada wilayah tersebut.

5) Persentase Penduduk Miskin

Tabel 8 dan Gambar 6 menunjukkan bahwa lebih dari 50% Provinsi di Indonesia masuk ke dalam persentase penduduk miskin kategori rendah dengan jumlah 18 Provinsi. Provinsi Maluku Utara, Provinsi Sulawesi Utara, Provinsi Sulawesi Selatan, Seluruh Provinsi di Pulau Kalimantan, Provinsi Bali, Sebagian Provinsi di Pulau Jawa, Provinsi Bangka Belitung, Provinsi Kepulauan Riau, dan sebagian Provinsi di Pulau Sumatera memiliki persentase penduduk miskin dengan kategori rendah, yang berarti pada wilayah tersebut penduduk yang memiliki pengeluaran dibawah garis kemiskinan dibandingkan dengan jumlah penduduknya termasuk rendah.

Berdasarkan Tabel 9 dan Gambar 7, hampir setengah Provinsi di Indonesia memiliki TPAK dengan kategori sedang dengan jumlah 15 Provinsi. Terdapat beberapa Provinsi dengan kategori TPAK rendah yaitu Provinsi Provinsi Papua, Provinsi Nusa Tenggara Timur, Provinsi Bali, dan Provinsi Bengkulu. Hal tersebut berarti pada wilayah tersebut perbandingan penduduk usia 15 tahun keatas yang merupakan angkatan kerja dibandingkan dengan seluruh penduduk usia 15 tahun termasuk tinggi jika dibanding dengan wilayah lain.

6) Kepadatan Penduduk

Tabel 10 dan Gambar 8 menunjukkan bahwa Provinsi di Pulau Jawa dan Bali merupakan Provinsi dengan kepadatan penduduk sangat tinggi. Hal tersebut tidak sebanding dengan wilayah-wilayah lain, terutama wilayah Indonesia Timur yang mayoritas Provinsi pada wilayah tersebut termasuk sangat rendah. Persebaran pada data kepadatan penduduk sangat beragam dan tidak merata secara wilayah, hal tersebut terindikasi terjadi karena keberadaan Ibu Kota di Pulau Jawa.

B. Deteksi Multikolinieritas

Deteksi multikolinieritas dapat dilakukan dengan menggunakan nilai *VIF* dari masing-masing variabel prediktor yang disajikan pada Tabel 11.

Berdasarkan Tabel 11, diperoleh informasi bahwa nilai *VIF* dari masing-masing variabel prediktor memiliki nilai yang kurang dari 10. Hal tersebut mendeteksi bahwa tidak terdapat variabel prediktor yang berkorelasi dengan variabel prediktor yang lainnya yang berarti tidak terdapat kasus multikolinieritas.

C. Uji Autokorelasi Spasial

Uji autokorelasi spasial menggunakan uji Moran's *I* dilakukan untuk mengetahui ada atau tidaknya dependensi spasial antar lokasi. Hipotesis pengujian adalah sebagai berikut.

H_0 : tidak ada autokorelasi antar lokasi

H_1 : terdapat autokorelasi antar lokasi

Nilai statistik uji Z_{hitung} pada uji Moran's *I* bernilai 2,793. Dengan $\alpha = 10\%$, nilai tersebut lebih besar dari nilai kritis $Z_{\alpha/2}$ yaitu sebesar 1,645, sehingga dapat diputuskan H_0 ditolak. Berdasarkan hal tersebut dapat disimpulkan bahwa terdapat autokorelasi spasial yang berarti terdapat dependensi spasial antar lokasi pengamatan. Dengan demikian dapat dilanjutkan dengan pemodelan *GWOLR*.

D. Pemilihan Pembobot

Pemilihan Pembobot dilakukan dengan perhitungan *score*

CV untuk diperoleh *bandwidth* optimum.. Berikut merupakan hasil perhitungan *CV* dengan berbagai fungsi pembobot. Nilai *bandwidth* dan *score CV* dengan fungsi pembobot berbeda dapat dilihat pada Tabel 12.

E. Pemilihan Model *GWOLR* Terbaik

Pemilihan Model *GWOLR* terbaik diperoleh berdasarkan perolehan nilai *AIC* terkecil dari kombinasi model yang dimulai dari model lengkap dengan 6 variabel prediktor hingga 1 variabel prediktor. Kombinasi model yang terbentuk pada penelitian ini sebanyak 63 model. Ringkasan perbandingan nilai *AIC* pada kombinasi model *GWOLR* yang terbentuk disajikan pada Tabel 13.

Berdasarkan Tabel 13, nilai *AIC* minimum dihasilkan oleh model dengan kombinasi X_2, X_3, X_4, X_6 yang selanjutnya dilakukan pengujian parameter model *GWOLR* terbaik secara serentak dan parsial.

F. Pengujian Parameter Model *GWOLR* Secara Serentak

Pengujian parameter model *GWOLR* secara serentak dilakukan untuk memeriksa peranan faktor-faktor yang diduga mempengaruhi kategori IPM secara bersama-sama. Hipotesis pengujian adalah sebagai berikut.

$H_0: \beta_2(u_i, v_i) = \beta_3(u_i, v_i) = \beta_4(u_i, v_i) = \beta_6(u_i, v_i) = 0$

H_1 : minimal ada satu $\beta_k(u_i, v_i) \neq 0$; $k=2,3,4,6$ dan $i = 1,2, \dots, 34$

Nilai statistik uji G^2 untuk model *GWOLR* terbaik adalah sebesar 124,276. Nilai tersebut lebih besar dari nilai kritis $\chi^2_{(0,1;8,814)}$ yaitu sebesar 13,362, sehingga dapat diputuskan

H_0 ditolak yang berarti rasio sekolah dan murid SMA, rasio guru dan murid SMA, persentase penduduk miskin, dan kepadatan penduduk mempengaruhi kategori IPM secara bersama-sama.

G. Pengujian Parameter Model *GWOLR* Terbaik Secara Parsial

Pengujian parameter model *GWOLR* terbaik secara parsial bertujuan untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi kategori IPM di setiap Provinsi di Indonesia pada model *GWOLR* terbaik. Hipotesis pengujian adalah sebagai berikut.

$H_0: \beta_k(u_i, v_i) = 0, i = 1, 2, \dots, 34$ dan $k = 2, 3, 4, 6$

$H_1: \beta_k(u_i, v_i) \neq 0$

Pengujian parameter model *GWOLR* terbaik secara parsial menggunakan statistik uji Z_{hitung} . Kriteria penolakan H_0 jika nilai $|Z_{hitung}| > Z_{\alpha/2}$, sehingga untuk $\alpha = 0,1$ memiliki nilai titik kritis $Z_{0,05} = 1,645$. Berdasarkan Tabel 14, dapat diketahui bahwa parameter $\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3,$ dan $\hat{\beta}_4$ berpengaruh signifikan pada $\alpha = 10\%$. Hal ini menunjukkan bahwa rasio sekolah dan murid SMA, rasio guru dan murid SMA, dan persentase penduduk miskin merupakan faktor yang mempengaruhi kategori IPM di Provinsi Nanggroe Aceh Darussalam. Faktor-faktor yang berpengaruh signifikan di Provinsi Nanggroe Aceh Darussalam berdasarkan model *GWOLR* terbaik belum tentu berpengaruh signifikan di Provinsi lain. Dengan cara yang sama, diperoleh variabel prediktor yang signifikan dan nilai *odds ratio* pada Provinsi di Indonesia berdasarkan model *GWOLR* terbaik pada Tabel

15.

H. Interpretasi Model GWOLR Terbaik

Berdasarkan hasil pengujian parameter model *GWOLR* terbaik secara parsial, maka diperoleh model *GWOLR* untuk kategori IPM di Provinsi Nanggroe Aceh Darussalam (NAD) adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \log it[P(Y \leq 2|x)] \\ = -39,995 - 0,517x_2 + 11,931x_3 \\ + 3,796x_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log it[P(Y \leq 3|x)] \\ = 112,659 - 0,517x_2 + 11,931x_3 \\ + 3,796x_4 \end{aligned}$$

Interpretasi model *GWOLR* untuk kategori IPM di Provinsi NAD adalah setiap peningkatan rasio sekolah dan murid SMA (x_2) sebesar 0,1 murid/sekolah, akan meningkatkan kecenderungan pada kategori IPM di Provinsi NAD sebesar 0,95 kali untuk masuk ke dalam kategori “Sedang” daripada menjadi kategori “Tinggi” dan “Sangat Tinggi”. Setiap peningkatan rasio guru dan murid SMA (x_3) sebesar 0,1 murid/guru, maka akan meningkatkan kecenderungan pada kategori IPM di Provinsi NAD sebesar 3 kali untuk masuk ke dalam kategori “Sedang” daripada menjadi kategori “Tinggi” dan “Sangat Tinggi”. Setiap peningkatan persentase penduduk miskin (x_4) sebesar 1%, maka akan meningkatkan kecenderungan pada kategori IPM di Provinsi NAD sebesar 45 kali untuk masuk ke dalam kategori “Sedang” daripada menjadi kategori “Tinggi” dan “Sangat Tinggi”.

I. Ketepatan Klasifikasi

Perhitungan ketepatan klasifikasi dilakukan untuk mengetahui kesalahan pengklasifikasian dari model *GWOLR*. Berikut adalah hasil ketepatan klasifikasi kategori IPM berdasarkan model *GWOLR* terbaik. Berdasarkan Tabel 16, nilai *APER* yang diperoleh sebesar 5,88%. Nilai tersebut berarti persentase sampel yang salah diklasifikasikan oleh model *GWOLR* terbaik sebesar 5,88% atau dengan kata lain persentase sampel yang tepat diklasifikasikan oleh model *GWOLR* terbaik sebesar 94,12%.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan maka dapat diambil beberapa kesimpulan yaitu sebagai berikut. (1) IPM di Indonesia mayoritas masuk ke dalam IPM kategori tinggi dengan jumlah 22 Provinsi atau 64,71%. Angka kesakitan tertinggi pada Provinsi di Indonesia terdapat di Provinsi Nusa Tenggara Barat dengan nilai 44%. Persentase penduduk miskin tertinggi pada Provinsi di Indonesia terjadi di Provinsi Papua dengan nilai 26,8%. Kepadatan penduduk tertinggi di Provinsi DKI Jakarta. (2) Model *GWOLR* terbaik diperoleh hasil dengan variabel prediktor X_2, X_3, X_4, X_6 . Secara serentak rasio sekolah dan murid SMA, rasio guru dan murid SMA, persentase penduduk miskin, dan kepadatan penduduk mempengaruhi kategori IPM. Berdasarkan model *GWOLR* terbaik, kategori IPM tepat diklasifikasikan oleh model *GWOLR* terbaik sebesar 94,12%. Saran peneliti terhadap pemerintah pada setiap Provinsi di Indonesia, yaitu Provinsi dengan kategori sedang diharapkan dapat mengurangi rasio

sekolah dan murid SMA, rasio guru dan murid SMA, persentase penduduk miskin, kepadatan penduduk. Selain itu, pada Provinsi Sulawesi Utara dan Maluku Utara agar berusaha mengurangi rasio sekolah dan murid SMA, persentase penduduk miskin, dan kepadatan penduduk; Provinsi Bali agar berusaha mengurangi persentase penduduk miskin dan kepadatan penduduk; Provinsi Maluku agar berusaha mengurangi rasio sekolah dan murid SMA dan persentase penduduk miskin; Provinsi Nusa Tenggara Timur dan Papua Barat agar berusaha mengurangi persentase penduduk miskin; Provinsi Nusa Tenggara Barat dan Papua agar berusaha mengurangi kepadatan penduduk; dan Provinsi lainnya agar berusaha mengurangi rasio sekolah dan murid SMA, rasio guru dan murid SMA, persentase penduduk miskin, dan kepadatan penduduk.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] United Nations Development Programme, “Human Development Report,” New York, 2020.
- [2] Badan Pusat Statistik, *Indeks Pembangunan Manusia*. Jakarta: Badan Pusat Statistik, 2014.
- [3] Badan Pusat Statistik, *Provinsi Jawa Timur Dalam Angka*. Surabaya: Badan Pusat Statistik, 2021.
- [4] Moh. Adiiab Astsaqofi, “Analisis Regresi Probit Dengan Efek Interaksi untuk Memodelkan Indeks Pembangunan Manusia di Indonesia,” Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, 2016.
- [5] Ni Putu Dera Yanthi, “Pemodelan Faktor-Faktor yang Memengaruhi Indeks Pembangunan Manusia Menggunakan Regresi Nonparametrik Spline di Jawa Tengah,” Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, 2016.
- [6] A. Maulana, R. Meilawati, and V. Widiastuti, “Pemodelan indeks pembangunan manusia (IPM) metode baru menurut provinsi tahun 2015 menggunakan geographically weighted regression (GWR),” *Indonesian Journal of Applied Statistics*, vol. 2, no. 1, pp. 21–33, 2019.
- [7] Syilfi, “Pemodelan Rata-Rata Umur Kawin Pertama (UKP) Wanita di Provinsi Jawa Timur Tahun 2012 dengan Pendekatan Model Geographically Weighted Ordinal Logistic Regression (GWOLR),” Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, 2015.
- [8] Vida Faiza Rochmah and Vita Ratnasar, “Pemodelan ketahanan pangan di Jawa timur menggunakan metode geographically weighted ordinal logistic regression (GWOLR),” *Jurnal Sains dan Seni*, vol. 8, no. 2, pp. D397–D404, 2019.
- [9] Nur Lailiyah and Puhadi, “Pemodelan faktor-faktor yang mempengaruhi tingkat buta Huruf kabupaten/kota di Jawa timur dengan geographically weighted ordinal logistic regression,” *Jurnal Sains dan Seni*, vol. 1, no. 1, pp. D213–D218, 2012.
- [10] S. Zuhdi, D. R. Sari Saputro, and P. Widyaningsih, “Parameters estimation of geographically weighted ordinal logistic regression (GWOLR) model,” *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 855, no. 1, pp. 1–5, Jun. 2017, doi: 10.1088/1742-6596/855/1/012064.
- [11] M. Rifada, “Pemodelan Tingkat Kerawanan Demam Berdarah Dengue Di Kabupaten Lamongan Dengan Pendekatan Geographically Weighted Ordinal Logistic Regression,” in *Prosiding Seminar Nasional Statistika Universitas Diponego*, 2011, pp. 114–126.
- [12] Desriwendi, Abdul Hoyyi, and Triastuti Wuryandari, “Pemodelan geographically weighted logistic regression (GWLR) dengan fungsi pembobot fixed gaussian kernel dan adaptive gaussian kernel (studi kasus : laju pertumbuhan penduduk provinsi Jawa tengah),” *Jurnal Gaussian*, vol. 4, no. 2, pp. 193–204, 2015.
- [13] A. S. Fotheringham, C. Brundson, and M. Charlton, *Geographically Weighted Regression: the Analysis of Spatially Varying Relationships*. Chichester, England: John Wiley & Sons, Inc, 2002, 2002.
- [14] D. N. Gujarati, *Basic Econometrics*, 4th ed. Singapore: The McGraw–Hill Companies, 2004.
- [15] David Lee and David W S Wong, *Statistical Analysis With Arcview GIS*. Canada: John Wiley & Sons, Inc, 2001.
- [16] D. W. Hosmer and S. Lemeshow, *Applied Logistic Regression*. New York: John Wiley and Sons, Inc, 1995.
- [17] R. A. Johnson and D. W. Wichern, *Applied Multivariate Statistical Analysis*. New Jersey: Pearson Education, Inc, 2007.
- [18] Badan Pusat Statistik, *Indeks Pembangunan Manusia 2020*. Jakarta: Badan Pusat Statistik, 2021.