

# Pendekatan Copula – *Conditional Value at Risk* (CVaR) untuk Analisis Risiko Saham Perusahaan Sub Sektor Telekomunikasi

Gloria Amada dan Pratnya Paramitha Oktaviana

Departemen Aktuaria, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

*E-mail:* paramita@statistika.its.ac.id

**Abstrak**—Investasi saham adalah kegiatan menanamkan sejumlah dana pada suatu perusahaan dengan tujuan mendapatkan keuntungan di masa depan. Seorang investor umumnya melihat *return* saham untuk berinvestasi, tetapi harga saham mengalami perubahan yang tidak terduga sehingga ada risiko yang mengikuti. Analisis risiko perlu dilakukan untuk menghindari kerugian di masa yang akan datang. Penelitian ini dilakukan untuk mengetahui dan mengestimasi risiko saham menggunakan *Conditional Value at Risk* (CVaR) dengan pendekatan Copula. Variabel penelitian yang digunakan adalah nilai *return* saham dari empat perusahaan sub sektor telekomunikasi yaitu PT Telkom Indonesia Tbk (TLKM), PT Indosat Tbk (ISAT), PT Smartfren Telecom Tbk (FREN), PT XL Axiata Tbk (EXCL). Berdasarkan hasil penelitian, saham EXCL dan TLKM merupakan saham dengan korelasi tertinggi dari keempat saham perusahaan sub sektor telekomunikasi untuk membentuk portofolio bivariat. Residual model dari data *return* EXCL dan TLKM kemudian dimodelkan dengan Copula. Dari nilai *log-likelihood*, Copula Gumbel adalah model Copula terbaik untuk menggambarkan struktur dependensi dari EXCL dan TLKM. Setelah didapatkan parameter dari Copula Gumbel, dilakukan estimasi VaR dan setelah itu dilakukan estimasi CVaR.

**Kata Kunci**—Copula, CVaR, Estimasi Risiko, Investasi Saham.

## I. PENDAHULUAN

INVESTASI merupakan salah satu kegiatan yang bertujuan untuk menempatkan sejumlah dana atau sumber daya lainnya yang dilakukan pada saat ini, dengan tujuan memperoleh sejumlah keuntungan di masa mendatang. Kegiatan investasi selalu berhubungan dengan menempatkan sejumlah dana pada aset riil seperti deposito, saham, reksa dana, obligasi, dan lain sebagainya [1]. Sebuah alternatif investasi yang bisa menjanjikan pendapatan atau *return* tinggi adalah investasi dalam bentuk saham [2]. Menurut Darmadji, et.al, (2012), saham adalah bukti kepemilikan atas suatu perseroan yang merupakan klaim atas penghasilan dan kekayaan perseroan, sehingga investasi saham adalah kegiatan menanamkan modal atau sejumlah dana pada suatu perusahaan dengan tujuan mendapatkan keuntungan di masa depan [3]. Pada dasarnya, keputusan seorang investor menginvestasikan dana di saham didasari pada nilai *return* saham. Menurut Ruppert, et.al, (2011), *return* dapat dikatakan sebagai tingkat pengembalian atas hasil yang diperoleh akibat melakukan investasi [4]. Harga saham sering mengalami perubahan yang sulit diprediksi, sehingga dapat mengalami kenaikan maupun penurunan sewaktu-waktu, sehingga investor tidak bisa memperoleh kepastian apakah akan memperoleh keuntungan atau kerugian dikarenakan nilai *return* yang tidak pasti [5]. Karena nilai *return* tidak

pasti, perlu adanya manajemen dan estimasi risiko ketika berinvestasi untuk menghindari risiko lebih besar [6]. Metode penilaian risiko yang dapat digunakan adalah *Value at Risk*. *Value at Risk* (VaR) adalah suatu model pengukuran risiko secara statistik yang memperkirakan kerugian maksimum yang mungkin terjadi pada tingkat kepercayaan tertentu [7]. Penelitian terdahulu mengenai analisis risiko investasi saham pernah dilakukan oleh Juniar, et.al, (2020) mengenai pembentukan portofolio optimal saham menggunakan *Value at Risk* (VaR) dengan pendekatan *Monte Carlo* [8]. Penelitian tentang VaR hanya menggunakan aset tunggal sehingga menyarankan untuk melakukan penelitian pada perusahaan satu sub sektor [9]. Penelitian terdahulu pernah dilakukan oleh Damayanti (2018), Iriani, et.al, (2013), dan Saputri, et.al (2019), mengenai estimasi nilai *Value at Risk* (VaR) menggunakan Copula [10-12]. Penelitian tersebut menyarankan untuk memperbanyak sampel, menggunakan Copula yang lain dan menyarankan penggunaan CVaR/TVaR agar nilai yang dihasilkan lebih tepat. Dari penelitian sebelumnya dapat dilihat bahwa metode *Value at Risk* dapat menjadi metode yang cukup efektif untuk menilai risiko dari suatu portofolio maupun aset tunggal. Namun VaR memiliki kekurangan yaitu tidak memenuhi syarat sebagai ukuran risiko yang koheren sehingga diperlukan metode *Conditional Value at Risk* (CVaR) untuk mengatasi kelemahan dari VaR. Namun bila data *return* saham tidak mengikuti distribusi normal, maka CVaR yang dihasilkan menjadi tidak valid. Oleh karena itu penulis akan melakukan penelitian mengenai analisis risiko saham menggunakan metode *Conditional Value at Risk* dengan pendekatan Copula dikarenakan Copula tidak memerlukan asumsi normalitas. Dari keempat saham tersebut, akan dipilih dua saham dengan korelasi tertinggi untuk membentuk portofolio bivariat dari perusahaan sub sektor telekomunikasi di Indonesia.

## II. TINJAUAN PUSTAKA

### A. Statistika Deskriptif

Statistika deskriptif adalah salah satu jenis analisis statistik yang digunakan untuk menyajikan dan merapikan data. Statistika deskriptif dapat berupa tabel, grafik, diagram, ukuran *central tendency* (*mean*, *modus*, *median*), ukuran nilai tempat (persentil, desil, kuantil), ukuran penyebaran (*range*, *variance*, *standard deviation*, dll) [13].

### B. Return Saham

*Return* adalah tingkat pengembalian atas hasil yang diperoleh akibat melakukan investasi [14]. Untuk data model terkait perubahan harga dapat menggunakan rumus untuk mencari *return* saham tunggal sebagai berikut:

Tabel 1.  
Bentuk transformasi

$\lambda$	Bentuk Transformasi
-1	$\frac{1}{Z_t}$
-0,5	$\frac{1}{\sqrt{Z_t}}$
0	$\ln Z_t$
0,5	$\sqrt{Z_t}$
1	$Z_t$ (tidak di transformasikan)

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \tag{1}$$

dengan  $P_t$  adalah harga saham periode saat ini, dan  $P_{t-1}$  adalah harga saham periode sebelumnya [15].

C. Stasioneritas dalam Varians

Menurut Dwiningtyas (2021), suatu data *time series* dapat dikatakan stasioner dalam varians jika struktur data dari waktu ke waktu mempunyai fluktuasi data yang konstan dan tidak ada perubahan variansi dalam besarnya fluktuasi [16]. *Time series* plot juga dapat digunakan untuk melihat fluktuasi data dari waktu ke waktu. Ketidakstasioneran dalam varians dapat diatasi dengan melakukan perubahan untuk menstabilkan variansi. Misalkan  $T$  adalah fungsi transformasi  $Z_t$ , maka bentuk umum dari fungsi transformasi dapat dilihat sebagai berikut

$$T(Z_t) = \frac{z_t^\lambda - 1}{\lambda} \tag{2}$$

dimana  $\lambda$  adalah parameter dari transformasi. Menurut beberapa nilai umum dari  $\lambda$  dapat dilihat pada Tabel 1.

D. Stasioneritas dalam Mean

Menurut Gujarati (2004), uji Augmented Dickey Fuller merupakan suatu uji yang digunakan untuk menguji apakah suatu data bersifat stasioner atau tidak [17]. Dengan hipotesis:  $H_0: \delta = 0$  atau data bersifat tidak stasioner,  $H_1: \delta < 0$  atau data bersifat stasioner. Dan statistik uji:

$$\tau^* = \frac{\hat{\delta}}{se(\hat{\delta})} \tag{3}$$

dimana  $\delta$  adalah *slope coefficient* pada regresi. Tolak  $H_0$  apabila  $|\tau^*| > \tau_{(n,\alpha)}$  sehingga dapat dikatakan bahwa data bersifat stasioner.

E. Model Box-Jenkins

Pemodelan untuk data runtun waktu telah diperkenalkan oleh Box dan Jenkins dan terdiri dari model AR, model MA, model ARMA dan model ARIMA. Berikut adalah jenis-jenis pemodelan *time series*:

1. Model Autoregressive AR(p)

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t \tag{4}$$

2. Model Moving Average MA(q)

$$Z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \tag{5}$$

3. Model Autoregressive Moving Average ARMA(p,q)

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \tag{6}$$

4. Model Autoregressive Integrated Moving Average ARIMA (p,d,q)

$$\phi_p(B)(1 - B)^d Z_t = \theta_q(B)a_t \tag{7}$$

dimana  $\phi$  adalah parameter *autoregressive*,  $\theta$  adalah parameter *moving average*,  $p$  adalah derajat *autoregressive*,  $d$  adalah derajat *differencing*,  $q$  adalah derajat *moving average*,  $a_t$  adalah *white noise*,  $Z_t$  adalah data *time series* pada waktu ke- $t$ ,  $\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)$ ,  $\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q)$  [18].

F. Uji ARCH-LM

Menurut Tsay (2005), uji *Lagrange Multiplier* (LM) adalah uji untuk mengetahui ada atau tidaknya efek ARCH/GARCH pada residual ARIMA [19]. Berikut hipotesis pengujian uji ARCH-LM:  $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m = 0$  (tidak ada efek ARCH/GARCH dalam residual sampai lag ke- $m$ ).  $H_1$ : minimal ada satu nilai  $\alpha_i \neq 0, i = 1, 2, \dots, m$  (ada efek ARCH/GARCH dalam residual sampai lag ke- $m$ ). Dan statistik uji:

$$F = \frac{(SSR_0 - SSR_1)/m}{SSR_1/(T - 2m - 1)} \tag{8}$$

dimana  $SSR_0 = \sum_{t=m+1}^T (a_t^2 - \bar{a}_t^2)^2$  dan  $SSR_1 = \sum_{t=m+1}^T \hat{e}_t^2$ ,  $a_t^2$  adalah nilai residual kuadrat,  $\bar{a}_t^2$  adalah rata-rata sampel dari residual kuadrat  $a_t^2$ , dan  $\hat{e}_t^2$  adalah nilai *least squares residual*.  $H_0$  ditolak jika nilai  $F > \chi^2_{(\alpha,m)}$  atau  $p\text{-value} < \alpha$ .

G. Model Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH)

Ketika didapatkan bahwa residual dari model ARIMA terdapat indikasi heteroskedastisitas, maka dilakukan proses pembentukan model GARCH. Menurut Wei (2006), berikut bentuk model dari GARCH( $r,s$ ): [18]

$$\sigma_t^2 = \theta_0 + \phi_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \phi_r \sigma_{t-r}^2 + \theta_1 n_{t-1}^2 + \dots + \theta_s n_{t-s}^2 \tag{9}$$

dimana  $\sigma_t^2$  adalah varians residual waktu ke-  $t$ ,  $\theta_0$  adalah konstanta,  $\phi_r$  adalah parameter *autoregressive* pada waktu ke- $r$ ,  $\sigma_{t-r}^2$  adalah varians residual pada waktu ke- ( $t-r$ ),  $\theta_s$  adalah parameter *moving average* pada waktu ke- $s$ ,  $n_{t-s}^2$  adalah kuadrat residual pada waktu ke ( $t-s$ ).

H. Uji Kolmogorov-Smirnov

Uji Kolmogorov-Smirnov adalah uji statistik yang digunakan untuk memutuskan apakah suatu sampel berasal dari suatu populasi dengan sebaran tertentu. Hipotesis pada uji Kolmogorov-Smirnov adalah sebagai berikut:  $H_0$ : Data berdistribusi normal.  $H_1$ : Data tidak berdistribusi normal. Dan statistik uji:

$$D = \max_{1 \leq i \leq N} \left( F(X_i) - \frac{i-1}{N}, \frac{i}{N} - F(X_i) \right) \tag{10}$$

dengan  $i$  adalah urutan pengamatan,  $N$  adalah jumlah pengamatan dan  $F$  adalah nilai teoritikal distribusi kumulatif dari distribusi tersebut. Apabila nilai  $D > d$  (dengan  $d$  merupakan nilai dari tabel Kolmogorov-Smirnov), maka diambil keputusan tolak  $H_0$  [20].

I. Value at Risk

VaR merupakan sebuah alat ukur yang dapat digunakan untuk mengkalkulasi besar kerugian terburuk yang dapat terjadi. Definisi dari VaR secara umum dapat dituliskan sebagai berikut:

$$P(r \leq \widehat{VaR}) = 1 - \alpha \tag{11}$$

Tabel 2.  
Keluarga copula Archimedean

Keluarga	Generator $\phi(u)$	Copula Bivariat $C(u_1, u_2)$
Clayton	$u^{-\theta} - 1, \theta \in (0, \infty)$	$(u_1^{-\theta} + u_2^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}}$
Gumbel	$(-\log(u))^\theta, \theta \in [1, \infty)$	$\exp\left\{-\left[(-\log(u_1))^\theta + (-\log(u_2))^\theta\right]^{\frac{1}{\theta}}\right\}$
Frank	$\log\left(\frac{e^{\theta u} - 1}{e^\theta - 1}\right), \theta \in R \setminus \{0\}$	$\frac{1}{\theta} \left(\log 1 + \frac{(e^{\theta u_1} - 1)(e^{\theta u_2} - 1)}{e^\theta - 1}\right)$

dengan  $r$  adalah *return* selama periode tertentu dan  $1 - \alpha$  adalah *confidence level*. Definisi diatas dapat diinterpretasikan bahwa dengan 95% tingkat kepercayaan dalam 1 hari akan ada 5% kerugian atau *loss* yang akan dialami oleh suatu instansi, individu, ataupun suatu perusahaan [21]. Menurut Hibbeln (2010), definisi dari VaR juga dapat ditulis sebagai berikut: [22]

$$VaR(\alpha) = F_L^{-1}(\alpha) \tag{12}$$

dengan arti bahwa  $F_L^{-1}(\alpha)$  adalah fungsi invers dari fungsi distribusi kumulatif distribusi  $\alpha$ .

J. *Conditional Value at Risk*

*Conditional Value at Risk (CVaR)* merupakan besarnya nilai kerugian yang akan ditanggung oleh seorang investor, apabila kerugian tersebut nilainya melebihi VaR. Menurut Danielsson (2013), *Value at Risk* tidak memenuhi sifat *sub-additive* karena VaR portofolio dapat menjadi lebih besar dari VaR komponen portofolionya sehingga tidak memenuhi syarat *sub-additive* yang dapat digambarkan sebagai berikut: [23]

$$p(X + Y) \leq p(X) + p(Y) \tag{13}$$

Untuk mengatasi kelemahan dari VaR diperlukan CVaR. Beberapa penelitian sebelumnya menunjukkan bahwa CVaR memenuhi empat aksioma dan memenuhi syarat sebagai ukuran risiko yang koheren [24]. CVaR dapat ditulis sebagai berikut:

$$CVaR_\alpha = \frac{1}{1-\alpha} \int_{-\infty}^{VaR_\alpha} rp(r) dr \tag{14}$$

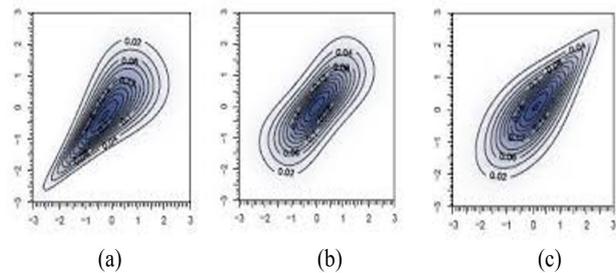
dimana  $p(r)$  adalah fungsi densitas probabilitas dan  $r$  adalah tingkat pengembalian (*return*) berdasarkan waktu- $t$  dan VaR dihitung berdasarkan waktu yang sama dengan selang kepercayaan ada diantara interval [0,1]. Menurut Damayanti (2018), CVaR dapat didefinisikan juga sebagai berikut: [10]

$$CVaR_\alpha = E[x|x \geq VaR_\alpha] \tag{15}$$

K. *Copula*

Menurut Palaro, et.al, (2006), teori Copula adalah suatu alat yang sangat ampuh untuk memodelkan distribusi bersama karena tidak memerlukan asumsi normalitas bersama dan memungkinkan pemecahan setiap distribusi bersama  $n$ -dimensi ke dalam distribusi marjinal  $n$  dan sebuah fungsi Copula [25].

Copula dapat dikatakan sebagai alat untuk melakukan analisa kebergantungan variabel acak dalam struktur yang digambarkan oleh sebuah fungsi gabungan, sehingga Copula dari suatu distribusi multivariat dapat dipandang sebagai gambaran struktur kebergantungan dari dua variabel random [26]. Ada dua macam Copula yang digunakan dalam aplikasi keuangan yaitu Copula Elliptical dan Archimedean.



Gambar 1. Struktur dependensi dari: (a) Copula Clayton (b) Copula Frank (c) Copula Gumbel.

L. *Copula Elliptical*

Copula Elliptical berasal dari distribusi elips multivariat. Copula yang paling penting dalam keluarga ini adalah Copula Gaussian (Copula Normal) dan Copula Student's T.

1. *Copula Gaussian*

Menurut Bob (2013), Copula Gaussian dari distribusi normal standar dengan  $d$ -dimensi, dan korelasi matrik linier  $\rho$  merupakan fungsi distribusi dari vector random  $(\Phi(X_1), \dots, \Phi(X_d))$  dimana  $\Phi$  adalah distribusi normal standar univariat dan  $X \sim N_d(0, \rho)$  [15]. Oleh karena itu, dapat didefinisikan Copula Gaussian bivariat sebagai berikut:

$$C_\rho^{Ga}(u_1, u_2) = \Phi_\rho^2(\Phi^{-1}(u_1), \Phi^{-1}(u_2)) \tag{16}$$

dengan  $\Phi_\rho^2$  melambangkan fungsi distribusi bersama atau *joint distribution* dari fungsi normal standar bivariat dengan matriks korelasi linear  $\rho$  dan  $\Phi^{-1}$  melambangkan invers dari distribusi normal bivariat.

2. *Copula Student's T*

Menurut Bob (2013), Copula Student's T dari distribusi t-student standar dengan  $d$ -dimensi, dan derajat bebas  $v \geq 0$  dan korelasi matrik linier  $\rho$  merupakan fungsi distribusi dari vector random  $(t_v(X_1), \dots, t_v(X_d))$  [15]. Oleh karena itu, dapat didefinisikan Copula Student's T bivariat sebagai berikut:

$$C_{v,\rho}^t(u_1, u_2) = t_{v,\rho}^2(t_v^{-1}(u_1), t_v^{-1}(u_2)) \tag{17}$$

dengan  $t_v^{-1}$  melambangkan fungsi invers dari distribusi marjinal  $t_{v,\rho}^2$ .

M. *Copula Archimedean*

Copula Archimedean sangat luas aplikasinya dan banyak digunakan karena dapat dikonstruksi dengan mudah, memiliki range yang luas untuk struktur dependensi, merupakan Copula bivariat yang sederhana dalam menggambarkan dependensi [27]. Menurut Oktaviana (2012), Copula Archimedean dapat dituliskan sebagai Tabel 2 [28].

Tabel 2 menunjukkan penulisan model Copula untuk univariat dan Copula bivariat. Sedangkan *tail dependency* dari Copula dapat dilihat di Gambar 1 [28].

Gambar 1 menunjukkan *tail dependency* dari keluarga Archimedean Copula dimana Copula Clayton memiliki *tail dependence* di bagian bawah atau dapat menggambarkan dependensi pada nilai ekstrim bawah, Copula Frank tidak mempunyai *tail dependence*, sedangkan Copula Gumbel

Tabel 3.  
Estimasi parameter Archimedean Copula

Keluarga	Estimasi $\theta$
Clayton	$\tau = \frac{\theta_C}{\theta_C+2}$ maka $\theta_C = \frac{2\tau}{1-\tau}$
Gumbel	$\tau = 1 - \frac{1}{\theta_G}$ maka $\theta_G = \frac{1}{1-\tau}$  $\tau = 1 - \frac{4(1-D_1(\theta_F))}{\theta_F}$
Frank	dimana $D_k(x) =$ fungsi Debye $D_k(x) = \frac{k}{x^k} \int_0^x \frac{u^k}{e^u-1} du$

memiliki *tail dependence* di bagian atas atau dapat menggambarkan dependensi pada nilai ekstrim atas.

N. Uji Dependensi

Menurut Nelsen (2006), uji dependensi dilakukan untuk mengetahui apakah adanya dependensi di antara variabel dalam sebuah pemodelan *joint distribution* dan dapat menggunakan uji *Kendall's Tau* [29]. Uji Korelasi *Kendall's Tau* adalah korelasi yang berbasis *rank* dan tidak memerlukan asumsi kenormalan data. Pengukuran *Kendall's Tau* secara empiris dapat ditulis sebagai berikut:

$$\tau = \frac{P_n - Q_n}{\binom{n}{2}} \tag{18}$$

dengan  $P_n$  adalah jumlah pasangan konkordan (searah) dan  $Q_n$  adalah jumlah pasangan diskordan (berlawanan arah). Hipotesis yang dipakai adalah:  $H_0: \tau = 0$  (tidak ada korelasi).  $H_1: \tau \neq 0$  (ada korelasi). Dan statistik uji:

$$Z = \sqrt{\frac{9n(n-1)}{2(2n+5)}} |\tau| \tag{19}$$

dengan taraf signifikansi  $\alpha$ , menolak  $H_0$  jika  $Z > Z_{\frac{\alpha}{2}}$ .

O. Estimasi Parameter Copula

Menurut Oktaviana (2012), fungsi *likelihood* L dan *likelihood* dari Copula dapat dituliskan sebagai berikut: [28]

$$L = \prod_{j=1}^n f(x_1^{(j)}, x_2^{(j)}) = \prod_{j=1}^n (c\{F_1(x_1^{(j)}), F_2(x_2^{(j)})\} \prod_{i=1}^n f_i(x_i^{(j)})) \tag{20}$$

$$l(\theta) = \sum_{i=1}^n \ln c(F_1(x_1^{(j)}), F_2(x_2^{(j)})) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \ln f_i(x_i^{(j)}) \tag{21}$$

dimana  $\theta$  adalah kumpulan parameter marjinal dan Copula. Fungsi probabilitas marjinal dan Copula pada *log-likelihood* dengan maksimisasi diberikan estimator *maximum likelihood* dapat digambarkan sebagai berikut:

$$\hat{\theta}_{MLE} = \max_{\theta} l(\theta) \tag{22}$$

Penyelesaian dari persamaan (21) tidak dapat memperoleh bentuk *closed form*, sehingga estimasi parameter dari Copula Archimedean dapat menggunakan pendekatan Tau Kendall. Parameter  $\theta$  dari Copula yang berbasis *Kendall's Tau* dapat dihitung melalui persamaan berikut:

$$\tau = 1 + 4 \int_0^1 \frac{\Phi(u)}{\Phi'(u)} du \tag{23}$$

dengan  $\tau$  adalah koefisien korelasi *Kendall's Tau* dan  $\Phi(u)$  adalah fleksibilitas Copula. Berdasarkan persamaan diatas, estimasi parameter dari keluarga Archimedean Copula dapat dituliskan sebagai Tabel 3.

Tabel 4.  
Analisa deskriptif dari *return* saham perusahaan sub sektor telekomunikasi

Kode Saham	Min	Maks	Mean	Varians	Skewness
EXCL	-0,1527	0,2482	0,0006	0,0009	1,1095
ISAT	-0,1783	0,2478	0,0006	0,0012	1,7626
TLKM	-0,0870	0,1374	0,0002	0,0004	0,7282
FREN	-0,2484	0,3495	0,0015	0,0023	1,6576

III. METODOLOGI PENELITIAN

Data yang digunakan adalah data harga *closing* harian saham perusahaan sub sektor telekomunikasi yang terdaftar di Bursa Efek Indonesia (BEI) dari 4 perusahaan yaitu PT Telkom Indonesia Tbk (TLKM), PT Indosat Tbk (ISAT), PT Smartfren Telecom Tbk (FREN), PT XL Axiata Tbk (EXCL). kecuali hari sabtu, minggu dan hari libur. Data diambil dari *website yahoo finance*. Variabel penelitian yang digunakan yaitu nilai *return* saham untuk periode 5 tahun dari 5 Januari 2017 sampai dengan 4 Januari 2022. Penelitian ini hanya menganalisis estimasi risiko dari *return* saham yang didapatkan dari data *closing price* harian saham tanpa menganalisis variabel intervensi lainnya.

Langkah analisis dilakukan sebagai berikut:

1. Menghitung *return* saham menggunakan persamaan (1)
2. Melakukan analisa deskriptif dari *return* saham
3. Melakukan uji stasioneritas data *return*
4. Memodelkan data *return* menggunakan model ARIMA
5. Melakukan estimasi dan uji signifikansi parameter
6. Melakukan uji diagnostik residual
7. Memilih model terbaik berdasarkan AIC terkecil
8. Melakukan uji heteroskedastisitas dengan uji ARCH-LM
9. Melakukan pemodelan GARCH
10. Memodelkan residual dengan Copula
11. Melakukan estimasi parameter dari Copula
12. Memilih model Copula terbaik dari nilai *log-likelihood*
13. Melakukan estimasi VaR
14. Melakukan estimasi CVaR

IV. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

A. Karakteristik Return Saham

Sebelum dilakukan analisis lebih lanjut, dilakukan analisa deskriptif dari *return* saham pada Tabel 4. bernilai positif sehingga dapat dikatakan bahwa dalam. Nilai rata-rata *return* dari keempat saham semuanya periode 5 tahun, keempat saham cenderung memberikan keuntungan kepada investor. Nilai varians terbesar adalah FREN, sehingga dapat dikatakan bahwa *return* dari FREN cenderung lebih berfluktuasi dari saham lainnya.

B. Identifikasi Stasioneritas dalam Varians

Identifikasi stasioneritas dalam varians untuk data *return* saham keempat saham perusahaan sub sektor telekomunikasi dapat dilakukan dengan melihat plot *Box-Cox* dan nilai *rounded value lambda*.

Tabel 5 menunjukkan bahwa nilai ( $\lambda$ ) dari data *return* saham tidak menunjukkan angka 1 sehingga disimpulkan bahwa data *return* saham belum stasioner dalam varians. Transformasi  $Z_t^\lambda$  kemudian dilakukan agar stasioneritas data dalam varians bisa terpenuhi.

Tabel 5.  
Nilai rounded value lambda data return saham

Kode Saham	Rounded Value Lambda ( $\lambda$ )
EXCL	-3,00
ISAT	-4,00
TLKM	-5,00
FREN	-2,00

Tabel 6.  
Hasil uji augmented dickey fuller

Kode Saham	$\delta$	p-value
EXCL	-10,477	0.01
ISAT	-9,8387	0.01
TLKM	-11,962	0.01
FREN	-10,092	0.01

C. Identifikasi Stasioneritas dalam Mean

Setelah data dinyatakan stasioner dalam varians, maka data juga akan diuji untuk stasioneritas dalam mean menggunakan uji *Augmented Dickey Fuller*. Berikut adalah hipotesis dari uji tersebut:  $H_0: \delta = 0$  atau data tidak stasioner dalam mean.  $H_1: \delta < 0$  atau data stasioner dalam mean.

Tabel 6 adalah hasil uji dari *Augmented Dickey Fuller* untuk keempat data saham.

Berdasarkan hasil uji dari Tabel 6, dapat dikatakan bahwa keempat data sudah stasioner dalam mean sehingga memenuhi asumsi stasioneritas dalam mean dan varians.

D. Pemodelan ARIMA

Setelah data telah memenuhi uji asumsi stasioneritas, maka dilakukan pendugaan model ARIMA dan berikut (Tabel 7 dan Tabel 8) adalah dugaan model beserta estimasi dan signifikansi dari parameternya.

E. Uji Diagnostik Residual

Setelah dilakukan estimasi dan uji signifikansi parameter dari dugaan model ARIMA, dilakukan uji independensi dari model untuk mengetahui apakah ada unsur autokorelasi dari residual model atau uji *white noise* menggunakan uji *Ljung Box* dengan hipotesis sebagai berikut:  $H_0$ : Data tidak berautokorelasi.  $H_1$ : Data berautokorelasi.

Tabel 9 adalah hasil uji independensi residual menggunakan uji *Ljung box*

Berdasarkan hasil dari Tabel 9 semua residual dari model dugaan memiliki nilai *p-value* > 0,05 sehingga dapat dikatakan bahwa residual model tidak berautokorelasi. Selanjutnya juga dilakukan uji normalitas dari residual model. Uji normalitas dari residual menggunakan uji *Kolmogorov Smirnov* dengan hipotesis sebagai berikut:  $H_0$ : Data mengikuti distribusi normal.  $H_1$ : Data tidak mengikuti distribusi normal.

Tabel 10 adalah hasil uji normalitas residual model menggunakan uji *Kolmogorov Smirnov*.

Dari hasil Tabel 10 dapat dikatakan bahwa seluruh residual model dugaan memiliki nilai *p-value* < 0,05 sehingga tidak ada yang mengikuti distribusi normal dan dapat dilanjutkan untuk pemilihan model ARIMA terbaik.

F. Pemilihan Model Terbaik

Selanjutnya akan dipilih model terbaik dari model berdasarkan AIC terkecil. Tabel 11 adalah nilai AIC dari model yang signifikan.

Tabel 7.  
Uji Signifikansi Parameter dari model AIC terbaik

Kode Saham	Model	Parameter	Estimasi	p-value
EXCL	ARIMA (1,0,1)	$\phi_1$	-0,6892	0,0000
		$\theta_1$	0,7415	0,0000
	ARIMA (0,0,3)	$\theta_1$	0,0152	0,5864
		$\theta_2$	-0,0715	0,0105
		$\theta_3$	0,0807	0,0030
	ISAT	ARIMA (1,0,2)	$\phi_1$	-0,4323
$\theta_1$			0,4504	0,0061
ARIMA (0,0,[2,3])		$\theta_2$	-0,0763	0,0077
		$\theta_2$	-0,0006	0,9820
		$\theta_3$	0,0688	0,0120
		$\theta_3$	0,0125	0,6592
TLKM	ARIMA (0,0,[1,3])	$\theta_3$	0,0689	0,0114
		$\theta_3$	0,0686	0,0115
	ARIMA (1,0,2)	$\phi_1$	-0,3192	0,0250
		$\theta_1$	0,2785	0,0476
		$\theta_2$	-0,1415	0,0000
	ARIMA (0,0,3)	$\theta_1$	-0,0415	0,1390
$\theta_2$		-0,1277	0,0000	
$\theta_3$		0,0584	0,0322	
FREN	ARIMA (1,0,1)	$\phi_1$	0,5309	0,0101
		$\theta_1$	-0,6048	0,0018
	ARIMA (0,0,[0,3])	$\phi_1$	0,8034	0,0000
		$\theta_1$	-0,7730	0,0000
		$\theta_1$	-0,3192	0,0250
		$\theta_1$	0,2785	0,0476

Dari hasil Tabel 11 dapat dipilih model terbaik sesuai dengan AIC terkecil sesuai yang telah diberi tanda. Model dengan hasil AIC terbaik dapat dituliskan sebagai berikut:

1. EXCL

$$Z_t = at + 1,0032 - 0,4323Z_{t-1} - 0,4504a_{t-1}$$

2. ISAT

$$Z_t = at + 1,0089 - 0,0686a_{t-3}$$

3. TLKM

$$Z_t = at + 1,0042 - 0,3192Z_{t-1} - 0,2785a_{t-1} + 0,1415a_{t-2}$$

4. FREN

$$Z_t = at + 1,0037 - 0,7044Z_{t-1} - 0,7110a_{t-1} - 0,0563a_{t-2}$$

G. Uji Heteroskedastisitas

Setelah dilakukan pemilihan model ARIMA terbaik dilakukan uji heteroskedastisitas menggunakan uji ARCH-LM untuk mengetahui apakah ada indikasi heteroskedastisitas atau ada tidaknya efek ARCH/GARCH pada residual model. Hipotesis untuk uji ARCH-LM adalah sebagai berikut:  $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_m = 0$  (tidak ada efek ARCH/GARCH dalam residual sampai lag ke-m.  $H_1$ : minimal ada satu nilai  $\alpha_i \neq 0, i = 1, 2, \dots, m$  (ada efek ARCH/GARCH dalam residual sampai lag ke-m

Dari hasil Tabel 12 dapat diketahui bahwa untuk saham TLKM, *p-value* < 0,05 maka diputuskan tolak  $H_0$  sehingga dapat dikatakan bahwa ada indikasi heteroskedastisitas atau GARCH untuk kode saham TLKM. Sedangkan untuk saham EXCL, ISAT, FREN *p-value* > 0,05 maka diputuskan bahwa tidak ada indikasi GARCH untuk kode saham EXCL, ISAT, FREN. Oleh karena itu, residual dari data *return* saham EXCL, ISAT, FREN akan dimodelkan dengan Copula menggunakan model ARIMA dan residual dari data *return* saham TLKM akan dimodelkan dengan Copula menggunakan model GARCH. Kemudian akan dilakukan pemodelan GARCH untuk residual dari data *return* saham TLKM terlebih dahulu.

Tabel 8. Uji signifikansi parameter dari model AIC terbaik lanjutan 1

Kode Saham	Model	Parameter	Estimasi	p-value
FREN	ARIMA (2,0,2)	$\phi_1$	-0,0251	0,8785
		$\phi_2$	0,5973	0,0000
		$\theta_1$	0,0255	0,8829
	ARIMA (1,0,2)	$\theta_2$	0,5275	0,0003
		$\phi_1$	-0,7044	0,0000
		$\theta_1$	0,7110	0,0000
		$\theta_2$	0,0563	0,0488

Tabel 9. Hasil uji independensi residual

Kode Saham	Model	p-value
EXCL	ARIMA (1,0,1)	0,1774
	ARIMA (1,0,2)	0,9375
ISAT	ARIMA (0, 0, [0,3])	0,6701
TLKM	ARIMA (1,0,2)	0,9552
	ARIMA (1,0,1)	0,4304
FREN	ARIMA (1,0,1)	0,9678
	ARIMA (1,0,2)	0,9678

Tabel 10. Hasil uji normalitas residual model

Kode Saham	Model	D	p-value
EXCL	ARIMA (1,0,1)	0,4108	0,0000
	ARIMA (1,0,2)	0,4109	0,0000
ISAT	ARIMA (0, 0, [0,3])	0,3689	0,0000
TLKM	ARIMA (1,0,2)	0,4017	0,0000
	ARIMA (1,0,1)	0,4028	0,0000
FREN	ARIMA (1,0,1)	0,4137	0,0000
	ARIMA (1,0,2)	0,4137	0,0000

H. Pemodelan GARCH

Tabel 13 adalah hasil dugaan model GARCH untuk TLKM yang disertai dengan estimasi parameter dan uji signifikansi parameter untuk model GARCH:

Berdasarkan hasil Tabel 13 dapat disimpulkan bahwa model GARCH (1,1) adalah model yang signifikan karena p-value semua parameter signifikan. Hal tersebut juga dibuktikan oleh nilai AIC yang sesuai dengan Tabel 14 berikut.

Hasil Tabel 14 menyatakan bahwa nilai AIC untuk model GARCH (1,1) lebih kecil daripada model GARCH (1,2), sehingga dapat dikatakan bahwa model terbaik untuk saham TLKM adalah model GARCH (1,1) dan dapat dituliskan sebagai berikut:

$$z_t = at + 1,0042 - 0,3192z_{t-1} - 0,2785a_{t-1} + 0,1415a_{t-2}$$

$$\sigma_t^2 = 0,0003 + 0,9028\sigma_{t-1}^2 + 0,0673a_{t-1}^2$$

I. Pemodelan Copula

Sebelum melakukan pemodelan Copula harus dilakukan uji normalitas residual terlebih dahulu. Uji normalitas residual dari data return saham EXCL, ISAT, FREN sudah dilakukan sebelumnya pada tabel 9 dengan hasil residual dari data return saham EXCL, ISAT, FREN tidak mengikuti distribusi normal. Kemudian dilakukan uji normalitas residual untuk data return saham TLKM. menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Tabel 15 adalah hasil uji normalitas residual model menggunakan uji Kolmogorov Smirnov.

Tabel 15 menunjukkan bahwa residual model GARCH TLKM memiliki nilai p-value < 0,05 sehingga tidak mengikuti distribusi normal. Maka dapat disimpulkan bahwa

Tabel 11. Nilai AIC dari model dugaan

Kode Saham	Model	AIC
EXCL	ARIMA (1,0,2)	-2640,24
	ARIMA (1,0,1)	-2636,49
ISAT	ARIMA (0, 0, [0,3])	-1527,71
TLKM	ARIMA (1,0,2)	-2424,15
	ARIMA (1,0,1)	-2408,95
FREN	ARIMA (1,0,1)	-2399,72
	ARIMA (1,0,2)	-2401,43

Tabel 12. Hasil uji heteroskedastisitas residual

Kode Saham	df	p-value
EXCL	12	0,052
ISAT	12	0,155
TLKM	12	0,002
FREN	12	0,114

Tabel 13. Uji signifikansi parameter dari model GARCH

Model	Parameter	Estimasi	p-value
GARCH (1,1)	$\omega$	0,0003	0,0033
	$\alpha_1$	0,0673	0,0000
	$\beta_1$	0,9028	0,0000
GARCH (1,2)	$\omega$	0,0003	0,0072
	$\alpha_1$	0,0827	0,0001
	$\beta_1$	0,6347	0,0196
	$\beta_2$	0,2469	0,3260

residual keempat data return saham tidak ada yang mengikuti distribusi normal.

Selanjutnya akan dicari kombinasi dengan koefisien korelasi tertinggi dan juga sekaligus untuk melihat apakah ada dependensi dari masing-masing model. Uji dependensi yang akan dilakukan menggunakan Uji Kendall's Tau. Berikut adalah hipotesis untuk Uji Kendall's Tau. H<sub>0</sub>:  $\tau = 0$  (tidak ada korelasi). H<sub>1</sub>:  $\tau \neq 0$  (ada korelasi).

Tabel 16 dan Tabel 17 adalah hasil Uji Kendall's Tau.

Dari hasil Tabel 16 dan Tabel 17, kombinasi residual dari data return saham dengan korelasi tertinggi adalah EXCL dan TLKM. Hasil p-value juga kurang dari 0,05 sehingga dapat dikatakan bahwa ada mutual dependensi diantara saham EXCL dan TLKM. Residual dari kedua model tidak mengikuti distribusi normal sehingga akan dimodelkan dengan Archimedean Copula. Sebelum dimodelkan, data harus dilakukan transformasi Uniform [0,1] terlebih dahulu.

Gambar 2(a) menunjukkan scatterplot dari residual model EXCL dan residual model GARCH TLKM, dari gambar diatas masih belum bisa dilihat struktur dependensinya oleh karena itu dilakukan transformasi U[0,1] untuk dapat dilihat struktur dipendensinya; sedangkan Gambar 2(b) menunjukkan scatterplot dari residual model setelah dilakukan transformasi U[0,1]. Kemudian dapat dilakukan estimasi parameter Copula. Tabel 18 adalah hasil estimasi parameter Copula untuk Copula Clayton, Copula Gumbel dan Copula Frank.

Dari hasil Tabel 18, dapat dilihat bahwa Copula clayton tidak dapat diestimasi parameternya karena hasil parameter yang berada diluar range dari clayton Copula. Dari hasil angka log-likelihood yang didapatkan, dipilih Copula Gumbel sebagai model Copula terbaik dengan  $\theta_G=1,352$  dan dapat dituliskan sebagai berikut.

$$C_{1,352}^{Gu}(u_1, u_2) = \exp \left\{ - \left[ - \ln(u_1)^{1,352} - \ln(u_2)^{1,352} \right]_{1,352}^{\frac{1}{1,352}} \right\}$$

Tabel 14.  
Nilai AIC dari dugaan model GARCH

Model	AIC
GARCH (1,1)	-2644,17
GARCH (1,2)	-1526,17

Tabel 15.  
Hasil uji normalitas residual

Kode Saham	D	p-value
TLKM	0,4017	0,0000

Tabel 16.  
Hasil estimasi parameter copula

Kode Saham	$\tau$	p-value
EXCL dan ISAT	0,2237	0,000
EXCL dan TLKM	0,2518	0,000
EXCL dan FREN	0,1393	0,000

Dapat dilihat juga struktur dependensi antara residual EXCL dan residual GARCH dari TLKM pada Gambar 3.

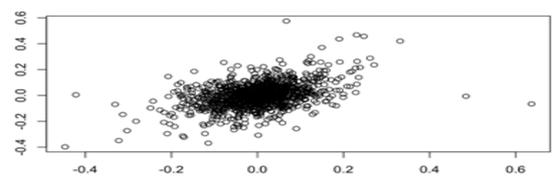
J. Estimasi Value at Risk

Parameter dari Copula Gumbel akan digunakan dalam proses pembangkitan data menggunakan simulasi Monte Carlo untuk menghitung nilai Value at Risk. Perhitungan Value at Risk telah dilakukan dengan simulasi Monte Carlo dengan membangkitkan 1260 data bangkitan sesuai dengan data return dan dengan 1500 kali pengulangan serta dengan tingkat kepercayaan 90%, 95%, dan 99%. Tabel 19 adalah hasil estimasi Value at Risk dengan bobot masing-masing saham 50%.

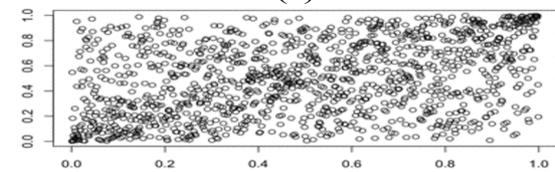
Dari hasil Tabel 19 dapat diketahui bahwa nilai VaR untuk tingkat kepercayaan 90% adalah -1,04%, untuk tingkat kepercayaan 95% adalah -1,39%, dan untuk tingkat kepercayaan 99% adalah -2,03% sehingga dapat dikatakan bahwa apabila investor menempatkan dana awal investasi sebesar Rp 100.000.000 pada portofolio yang berisi saham EXCL dan TLKM dengan bobot masing-masing 50%, dengan tingkat kepercayaan 95% dan 1500 kali ulangan, menghasilkan rata-rata nilai VaR yang sebesar -1,39%. Artinya, terdapat keyakinan sebesar 95% bahwa kerugian maksimum yang akan diderita investor adalah Rp 1.390.000 dan ada keyakinan sebesar 5% bahwa kerugian investasi akan lebih dari Rp 1.390.000, dalam jangka waktu satu hari setelah tanggal 4 Januari 2022. Selanjutnya untuk tingkat kepercayaan 90% dan 1500 kali ulangan menghasilkan rata-rata nilai VaR sebesar -1,04%. Artinya terdapat keyakinan sebesar 90% bahwa kerugian maksimum yang akan diderita investor adalah Rp 1.040.000 dan ada keyakinan sebesar 10% bahwa kerugian investasi akan lebih dari Rp 1.040.000, dalam jangka waktu satu hari setelah tanggal 4 Januari 2022 Selanjutnya untuk tingkat kepercayaan 99% dan 1500 kali ulangan menghasilkan rata-rata nilai VaR sebesar -2,03%. Artinya terdapat keyakinan sebesar 99% bahwa kerugian maksimum yang akan diderita investor adalah Rp 2.030.000 dan ada keyakinan sebesar 1% bahwa kerugian investasi akan lebih dari Rp 2.030.000, dalam jangka waktu satu hari setelah tanggal 4 Januari 2022. Semakin tinggi tingkat kepercayaan, maka akan semakin tinggi juga risiko yang akan diterima oleh investor.

K. Estimasi Conditional Value at Risk

Dari hasil estimasi Value at Risk, maka dilakukan estimasi Conditional Value at Risk menggunakan persamaan 2.13.

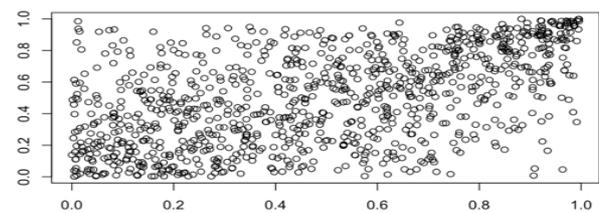


(a)



(b)

Gambar 2. Scatterplot dari (a) residual model sebelum di transformasi U[0,1] (b) residual model setelah di transformasi U[0,1].



Gambar 3. Plot copula gumbel sebagai model copula terbaik ( $\theta_c=1,352$ ).

Dari hasil VaR diatas, maka didapatkan hasil estimasi CVaR sebagai Tabel 20.

Berdasarkan Tabel 20, estimasi CVaR untuk model Copula terbaik yang didapatkan untuk tingkat kepercayaan 90% sebesar -1,57%, untuk tingkat kepercayaan 95% sebesar -1,98% dan untuk tingkat kepercayaan 99% sebesar -2,78%. Nilai tersebut dapat diinterpretasikan bahwa apabila investor menempatkan dana awal investasi sebesar Rp 100.000.000 pada portofolio yang berisi saham EXCL dan TLKM dengan bobot masing-masing 50%, maka pada tingkat kepercayaan 90% terdapat keyakinan bahwa kerugian maksimum yang akan diderita investor adalah Rp 1.570.000, pada tingkat kepercayaan 95% terdapat keyakinan bahwa kerugian maksimum yang akan diderita investor adalah Rp 1.980.000, pada tingkat kepercayaan 99% terdapat keyakinan bahwa kerugian maksimum yang akan diderita investor adalah Rp 2.780.000 dalam jangka waktu satu hari setelah tanggal 4 Januari 2022. Hal tersebut juga berarti ada kemungkinan sebesar 10% bahwa kerugian investasi lebih dari Rp 1.570.000, ada kemungkinan sebesar 5% bahwa kerugian investasi akan lebih dari Rp 1.980.000 dan ada kemungkinan sebesar 1% bahwa kerugian investasi akan lebih dari Rp 2.780.000. Dari hasil diatas dapat dikatakan bahwa selain kerugian yang ditanggung sebesar VaR, masih dapat terjadi kondisi yang lebih buruk dengan kerugian sebesar CVaR, sehingga investor harus menyiapkan dana cadangan sebesar selisih nilai VaR dan CVaR untuk mewaspadai risiko yang lebih buruk. Hasil estimasi CVaR diharapkan dapat membuat investor lebih mewaspadai kerugian terbesar yang akan diderita.

V. KESIMPULAN

Rata-rata return dari keempat saham bernilai positif sehingga cenderung memberikan keuntungan kepada investor. Nilai skewness dari return keempat saham tidak ada yang menunjukkan angka nol dan juga tidak ada yang

Tabel 17.  
Hasil estimasi parameter copula lanjutan 1

Kode Saham	$\tau$	<i>p-value</i>
ISAT dan TLKM	0,1629	0,000
ISAT dan FREN	0,1387	0,000
TLKM dan FREN	0,1432	0,000

Tabel 18.  
Hasil estimasi parameter copula

Copula	Estimasi Parameter	<i>Log-likelihood</i>	<i>Goodness of Fit</i>
Clayton	-	-	-
Gumbel	1,352	126,4	0,0005
Frank	2,492	93,83	0,0005

Tabel 19.  
Hasil estimasi *value at risk*

Tingkat Kepercayaan	<i>Value at Risk</i>
90%	-0,0104
95%	-0,0139
99%	-0,0203

Tabel 20.  
Hasil estimasi *conditional value at risk*

Tingkat Kepercayaan	<i>Conditional Value at Risk</i>
90%	-0,0157
95%	-0,0198
99%	-0,0278

mendekati angka 0 sehingga dapat dikatakan bahwa keempat *return* saham tidak mengikuti distribusi normal. Nilai *return* dari keempat saham juga tidak ada yang memenuhi asumsi stasioneritas dalam varians sehingga dilakukan transformasi. Dari hasil analisis, kombinasi saham perusahaan yang memiliki korelasi tertinggi adalah EXCL dan TLKM, dan Copula Gumbel merupakan model Copula terbaik berdasarkan nilai *log-likelihood* terbesar, dan dianggap mampu menangkap *heavy tail* lebih baik dibandingkan model Copula yang lain. Nilai CVaR untuk portofolio EXCL dan TLKM dengan bobot masing-masing 50% adalah -1,57% untuk tingkat kepercayaan 90%, -1,98% untuk tingkat kepercayaan 95%, -2,78% untuk tingkat kepercayaan 99%.

DAFTAR PUSTAKA

[1] E. Tandelilin, *Analisis Investasi dan Manajemen Portofolio Edisi Pertama*. Yogyakarta: BPFE, 2001.

[2] T. A. S and I. M. Sudana, "Diversifikasi investasi saham: perbandingan risiko total portofolio melalui diversifikasi domestik dan internasional," *J. Theor. Appl. Manag. (Jurnal Manaj. Teor. dan Ter.*, vol. 6, no. 1, pp. 1–2, 2016, doi: 10.20473/jmtt.v6i1.2657.

[3] T. Darmadji and H. M. Fakhruddin, *Pasar Modal di Indonesia Edisi Ketiga*. Jakarta: Salemba Empat, 2012.

[4] D. Ruppert and D. S. Matteson, *Statistics Data Analysis for Financial Engineering*. Berlin: Springer, 2011.

[5] T. Trimono, D. A. I. Maruddani, and D. Ispriyanti, "Pemodelan harga saham dengan geometric brownian motion dan value at risk PT Ciputra Development Tbk," *J. Gaussian*, vol. 6, no. 2, pp. 261–270, 2017, doi: 10.14710/j.gauss.6.2.261-270.

[6] L. N. Hidayati, "Mengukur risiko perbankan dengan VaR (value at risk)," *J. Ilmu Manaj.*, pp. 1–16, 2006.

[7] S. S. U. Sukiyanto, "Penentuan Nilai Risiko (Value at Risk) Portofolio Optimum Saham LQ45 dengan Pendekatan EMWA," *Jurusan Manajemen, Universitas Islam Negeri Syarif Hidayatullah Jakarta*, 2011.

[8] A. Juniari, Z. Rahmi, R. Rahmawati, and I. Fadah, "Value at risk in the formation of optimal portfolio on sharia-based stocks," *Int. J. Recent Technol. Eng.*, vol. 8, no. 5, pp. 1198–1203, 2020, doi: 10.35940/ijrte.E5750.018520.

[9] M. N. A. Thariq, "Pengukuran Risiko Value at Risk (VaR) pada Investasi Saham Menggunakan Metode Simulasi Monte Carlo," *Departemen Teknik Industri, Universitas Islam Indonesia Yogyakarta*, 2020.

[10] Damayanti, "Estimasi Nilai Conditional Value at Risk (CVaR) Menggunakan Fungsi Archimedean Copula," *Departemen Matematika, Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar*, 2018.

[11] N. P. Iriani, M. S. Akbar, and H. Haryono, "Estimasi value at risk

(VaR) pada portofolio saham dengan copula," *J. Sains dan Seni POMITS*, vol. 2, no. 2, pp. 2337–3520, 2013, doi: 10.12962/j23373520.v2i2.4653.

[12] G. A. Saputri, A. Suharsono, and Haryono, "Analisis value at risk (VaR) pada investasi saham blue chips dengan pendekatan copula," *J. Sains dan Seni ITS*, vol. 8, no. 2, pp. 2337–3520, 2019, doi: 10.12962/j23373520.v8i2.46472.

[13] L. D. Martias, "Statistika deskriptif sebagai kumpulan informasi," *J. Ilmu Perpust. dan Inf.*, vol. 16, no. 1, pp. 40–59, 2021, doi: 10.14421/fhrs.2021.161.40-59.

[14] A. Halim, *Analisis Investasi Edisi Kedua*. Jakarta: Salemba Empat, 2015.

[15] N. K. Bob, "Value at Risk Estimation, A GARCH-EVT Copula Approach," *Department of Mathematics, Stockholm University*, 2013.

[16] W. R. Dwiningtyas, "Peramalan Jumlah Peserta OJT di PT POMI Menggunakan ARIMA Box Jenkins dan Radial Basic Function Neural Network," *Departemen Statistika Bisnis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya*, 2021.

[17] D. N. Gujarati, *Basic Econometrics Fourth Edition*. New York: The McGraw-Hill Companies, 2004.

[18] W. W. S. Wei, *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods Second Edition*. New Jersey: Pearson College Div, 2006.

[19] R. S. Tsay, *Analysis of Financial Time Series*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2005.

[20] P. P. Oktaviana and Irhamah, "Kolmogorov-smirnov goodness-of-fit test for identifying distribution of the number of earthquakes and the losses due to earthquakes in Indonesia," *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 1821, no. 1, pp. 1–7, 2021, doi: 10.1088/1742-6596/1821/1/012045.

[21] P. Jorion, *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk, 3rd Edition*. New York: McGraw Hill, 2007.

[22] M. Hiebeln, *Risk Management in Credit Portfolios*. Heidelberg: Physica-Verlag, 2010.

[23] J. Danielsson, B. N. Jorgensen, G. Samorodnitsky, M. Sarma, and C. G. de Vries, "Fat tails, VaR and subadditivity," *J. Econom.*, vol. 172, no. 2, pp. 283–291, 2013, doi: 10.1016/j.jeconom.2012.08.011.

[24] M. Letmark, "Robustness of Conditional Value at Risk (CVaR) when Measuring Market Risk Across Different Asset Classes," *Department of Mathematics, Royal Institute of Technology*, 2010.

[25] H. P. Palaro and L. K. Hotta, "Using conditional copula to estimate value at risk," *J. Data Sci.*, vol. 4, no. 1, pp. 93–115, 2006, doi: 10.6339/JDS.2006.04(1).226.

[26] S. W. Indratno, *Pengenalan Copula*. Bandung: Departemen Statistika, Institut Teknologi Bandung, 2017.

[27] E. Pertiwi, "Aplikasi Value at Risk (VaR) pada Portofolio Nilai Tukar Mata Uang dengan Pendekatan Copula-GARCH," *Departemen Pendidikan Matematika, Universitas Pendidikan Indonesia*, 2013.

[28] P. P. Oktaviana, "Pendekatan Copula untuk Penyusunan Peta Kerawanan Puso Tanaman Padi di Jawa Timur dengan Indikator El-Nino Southern Oscillation (ENSO)," *Departemen Statistika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya*, 2012.

[29] R. B. Nelsen, *An Introduction to Copulas*. New York: Springer, 2006.