

Optimasi Taguchi Multirespon melalui Pendekatan Fungsi *Desirability* dengan Regresi *Fuzzy* pada Kasus Kuat Tekan dan Daya Serap Air Produk Batako

Tri Murniati, Sony Sunaryo, dan Lucia Aridinanti
Jurusan Statistika, FMIPA, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)
Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111 Indonesia
e-mail: sonny_s@statistika.its.ac.id

Abstrak— PT. X yang berlokasi di Gresik adalah perusahaan yang memproduksi batako. Selama ini kualitas batako yang dihasilkan PT.X masih dibawah standar nasional. Berdasarkan SNI 03-0348-1989 tentang mutu batako, karakteristik kualitas batako terdiri dari kuat tekan dan daya serap air dengan standar minimal untuk kuat tekan batako adalah 45 kg/cm² dan daya serap air maksimal sebesar 35%. Untuk meningkatkan mutu batako, PT.X menggunakan bahan FAS (X₁), bottom ash (X₂) dan agregat halus (X₃) dengan rincian level FAS (0,4;0,5;0,6), Bottom ash (4 bagian; 5 bagian; 6 bagian) dan agregat halus (3 bagian; 2 bagian; 1 bagian). Dengan menerapkan level tersebut diperoleh biaya produksi batako per unit 1650 rupiah. Penelitian menggunakan pendekatan fungsi *desirability* dan regresi *fuzzy* menghasilkan nilai *desirability* 0,91 untuk model a; 0,95 untuk model b dan 0,76 untuk model c. Dengan menggunakan model c diperoleh biaya produksi 1596 rupiah per unit sehingga lebih hemat 54 rupiah per unit batako.

Kata Kunci— Daya serap air, fungsi *desirability*, kuat tekan, metode Taguchi, regresi *fuzzy*

I. PENDAHULUAN

BATAKO merupakan salah satu bahan alternatif dinding yang murah dan relatif kuat. Batako dapat digunakan di berbagai bidang konstruksi, seperti pembangunan rumah, gedung, hotel, stadion, jembatan, dan konstruksi jalan [1]. Bahan baku utama untuk membuat batako yaitu campuran pasir, semen, air dan bahan tambahan lainnya yang dipress dengan ukuran standar. Batako mempunyai beberapa keuntungan pemakaian bila dibandingkan dengan bata merah, yaitu penghematan dari segi pemakaian adukan sampai 75 % dan berat tembok menjadi lebih ringan hingga 50 % dan kualitas batako yang baik menjadikan tembok tidak perlu dipelster sudah menarik [2].

Di Indonesia kebutuhan akan bahan bangunan yang murah dan berkualitas masih sangat tinggi. Kebutuhan perumahan di Indonesia dalam 20 tahun ke depan ditambah dengan *backlog* (kesenjangan antara jumlah rumah terbangun dengan jumlah rumah yang dibutuhkan rakyat) yang sekarang mencapai 31 juta unit [3]. Dengan semakin meningkatnya kebutuhan rumah maka penyediaan bahan bangunan yang murah juga akan meningkat. Berdasarkan fakta tersebut sudah selayaknya batako sebagai salah satu bahan bangunan yang relatif murah terus akan meningkat kebutuhannya. PT. X yang berlokasi di Gresik merupakan salah satu perusahaan yang memproduksi batako. Selama ini produk batako PT.X belum memenuhi standar nasional. Berdasarkan SNI 03-0348-1989 tentang mutu batako, karakteristik kualitas batako dilihat dari kuat tekan batako dan daya serap air. Dimana kuat tekan

minimal sebesar 45 kg/cm² dan daya serap air maksimal sebesar 35%. Untuk dapat meningkatkan kualitas batako, maka PT.X menggunakan bahan tambahan *bottom ash* sebagai campuran dari semen, air dan agregat halus (pasir). Bahan campuran tersebut perlu *desetting* komposisinya sehingga mampu mengoptimalkan kuat tekan dan daya serap air batako.

Penelitian tentang optimasi kuat tekan dan daya serap air batako pernah dilakukan oleh Damaris [4]. Kelemahan penelitian ini adalah penentuan level optimum yang masih bersifat deskriptif karena hanya berdasarkan rata-rata S/N ratio terbesar yang telah diboboti dengan kepentingan masing-masing respon. Selain itu, penelitian ini belum bisa memodelkan hubungan variabel respon dan variabel proses secara jelas. Metode optimasi yang mampu mendeteksi model antara variabel respon dan faktor bahan baku pada eksperimen Taguchi adalah dengan pendekatan fungsi *desirability* dan regresi *fuzzy*. Sehingga berdasarkan uraian tersebut, dilakukan penelitian untuk menentukan *setting* level faktor yang mampu mengoptimalkan respon kuat tekan serta daya serap air produk batako dengan pendekatan fungsi *desirability* dan regresi *fuzzy* untuk dapat menghemat biaya yang dikeluarkan pada proses produksi.

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Metode Taguchi

Metode Taguchi diperkenalkan pertama kali oleh Dr. Genichi Taguchi (1949) yang merupakan metodologi baru untuk memperbaiki kualitas produk dan proses serta dapat menekan biaya dan *resources* seminimal mungkin. Metode Taguchi membentuk metode eksperimen berdasarkan *orthogonal array*. *Orthogonal array* menyediakan satu set jumlah eksperimen yang paling minimum yang mampu memberikan informasi secara lengkap tentang pengaruh faktor pada performa parameter [5]. Pada metode Taguchi hasil dari eksperimen ditransformasikan menjadi S/N Ratio untuk mengukur deviasi karakteristik kualitas dari nilai yang diharapkan. Nilai S/N ratio untuk karakteristik kualitas *smaller the better* (STB) dan *larger the better* (LTB) adalah sebagai berikut.

a. Karakteristik *smaller the better* adalah nilai yang semakin kecil atau mendekati nol adalah nilai yang diinginkan.

$$S/N \text{ Ratio} = -10 \log[MSD] = -10 \log \left[\frac{\sum_{i=1}^n Q_i^2}{n} \right] \quad (1)$$

b. Karakteristik *larger the better* adalah nilai yang semakin besar adalah nilai yang diinginkan.

$$S/N \text{ Ratio} = -10 \log[MSD] = -10 \log \left[\frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \frac{X_i^2}{n} \right] \quad (2)$$

B. Teori Fuzzy

Fuzzy berarti samar, kabur atau tidak jelas. *Fuzzy* adalah istilah yang dipakai oleh Lotfi A. Zadeh pada bulan Juli 1964 untuk menyatakan kelompok/himpunan yang dapat dibedakan dengan kelompok lain berdasarkan derajat keanggotaan. Fungsi keanggotaan segitiga (*triangular fuzzy*) sering digunakan dalam logika *fuzzy*. *Triangular fuzzy* didefinisikan sebagai *triplet* (a, b, c) dimana a, b , dan c merupakan batas limit segitiga. Di dalam teori himpunan klasik dinyatakan suatu objek adalah anggota (ditandai dengan "1") atau bukan anggota (ditandai dengan "0") dari suatu himpunan dengan batas keanggotaan yang jelas/ tegas (*crisp*).

C. Algoritma Fuzzy Programming

Penentuan level yang optimum dengan pendekatan fungsi *desirability* dengan regresi *fuzzy* dilakukan dengan menggunakan algoritma *fuzzy programming*. Al-Refaie, dkk [1] mengemukakan algoritma *fuzzy programming* untuk optimasi multirespon dengan metode Taguchi sebagai berikut.

1. Menghitung nilai S/N Ratio untuk masing-masing respon.
2. Menentukan level optimum berdasarkan S/N Ratio.
3. Membuat model regresi berganda dengan variabel respon S/N Ratio pengulangan ke- r dari respon j .

$$\eta_{jr} = \beta_{0r} + \sum \beta_{fr} x_f + \sum_{f=1}^v \beta_{ffr} x_f^2 + \sum_{g < f} \sum \beta_{fg} x_f x_g + \varepsilon, \quad (3)$$

Metode *Ordinary Least Square* (OLS) digunakan untuk menaksir parameter regresi yang ditunjukkan pada Persamaan 4.

$$\hat{\beta} = b = (X^T X)^{-1} X^T \eta \quad (4)$$

4. Menentukan model regresi *fuzzy* pada masing-masing respon.

Regresi *fuzzy* mencerminkan sifat samar dari hubungan antara variabel dependen dan independen [7]. Parameter regresi *fuzzy* merupakan sebuah bilangan *fuzzy*.

$$\tilde{\eta}_{jr} = \tilde{\beta}_0 + \sum_{f=1}^v \tilde{\beta}_f x_f + \sum_{f=1}^v \tilde{\beta}_{ff} x_f^2 + \sum_{g < f} \sum \tilde{\beta}_{fg} x_f x_g + \varepsilon, \quad (5)$$

Nilai parameter *fuzzy* $\tilde{\beta}$ berdasarkan fungsi keanggotaan segitiga. Misalkan $\tilde{\beta} = (\beta^a, \beta^b, \beta^c)$ adalah koefisien *fuzzy* segitiga. Maka β^a, β^b , dan β^c memiliki nilai sebagai berikut.

$$\tilde{\beta} = \begin{cases} \beta_{fg}^m = \text{mean}(\beta_{fg}^1 + \beta_{fg}^2 + \dots + \beta_{fg}^r) \\ \beta_{fg}^a = \beta_{fg}^m - s \\ \beta_{fg}^b = \beta_{fg}^m \\ \beta_{fg}^c = \beta_{fg}^m + s \end{cases} \quad (6)$$

dimana s adalah standar deviasi ($\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_r$).

5. Menentukan level faktor *fuzzy* yang optimum.

Berdasarkan hasil yang diperoleh pada langkah 3, level faktor optimum pada respon ke- j adalah $x_{1jk}^*, \dots, x_{rjk}^*$.

6. Membuat matriks *pay-off* untuk nilai respon berdasarkan level faktor *fuzzy* optimum.

Matrik *pay-off* dibentuk berdasarkan nilai level faktor *fuzzy* optimum yang dihubungkan dengan nilai respon. Misalkan $X^{(j)}$ dengan $X \in R_{\text{faktor level}}$.

adalah level *fuzzy* optimum dimana $j = 1, 2, \dots, m$ dan $\eta_{ij}(X)$ adalah nilai respon ke- j yang ditentukan berdasarkan nilai $X^{(j)}$ sehingga diperoleh hubungan sebagai berikut.

Tabel 1.

Matrik <i>pay-off</i> untuk nilai respon	
	$\eta_1(X)$... $\eta_m(X)$
$X^{(1)}$	$\eta_{11}(X)$... $\eta_{1m}(X)$
\vdots	\vdots \diagdown \vdots
$X^{(m)}$	$\eta_{m1}(X)$... $\eta_{mm}(X)$

7. Membuat matriks *pay-off* untuk nilai *desirability*.

Matrik *pay-off* dibentuk berdasarkan nilai level faktor *fuzzy* optimum yang dihubungkan dengan nilai *desirability*. Pada kasus respon berupa nilai S/N Ratio maka fungsi *desirability* yang digunakan adalah *Larger the better*.

$$d_j(\eta_j(X)) = \begin{cases} 0 & \eta_j < \eta_{\min} \\ \frac{\eta_j(X) - \eta_{\min}}{\eta_{\max} - \eta_{\min}} & \eta_{\min} \leq \eta_j(X) < \eta_{\max} \\ 1 & \eta_j \geq \eta_{\max} \end{cases} \quad (7)$$

dimana $\eta_j(X)$ adalah nilai *desirability* untuk respon j dengan memasukkan level faktor *fuzzy* optimum. Selanjutnya dibentuk matrik *pay-off* untuk nilai *desirability*.

Tabel 2.

Matrik <i>pay-off</i> untuk nilai <i>desirability</i>	
	$d_1(X)$... $d_m(X)$
$X^{(1)}$	$d_{11}(X)$... $d_{1m}(X)$
\vdots	\vdots \diagdown \vdots
$X^{(m)}$	$d_{m1}(X)$... $d_{mm}(X)$

Berdasarkan matrik *pay-off* nilai *desirability* ditentukan nilai $D_j = (U_j^a, U_j^b, U_j^c) = d_{jj}$. Selain itu diperoleh nilai $L_j = (L_j^a, L_j^b, L_j^c) = \text{Min}(d_{1j}, \dots, d_{mj})$.

- (8)

8. Menentukan fungsi deviasi dan membuat matriks *pay-off* untuk nilai deviasi.

Fungsi deviasi dinotasikan sebagai $D_j(x)$ yang diharapkan bernilai kecil/mendekati nol, dimana $D_j(x)$ dihitung berdasarkan persamaan (8).

$$D_j(x) = \eta_j^b(x) - \eta_j^a(x) \quad (9)$$

Sehingga diperoleh bentuk matrik *pay-off* sebagai berikut.

Tabel 3.

Matrik <i>pay-off</i> untuk nilai fungsi deviasi	
	$\bar{D}_1(X)$... $\bar{D}_m(X)$
$X^{(1)}$	$\bar{D}_{11}(X)$... $\bar{D}_{1m}(X)$
\vdots	\vdots \diagdown \vdots
$X^{(m)}$	$\bar{D}_{m1}(X)$... $\bar{D}_{mm}(X)$

Berdasarkan matrik *pay-off* nilai fungsi deviasi ditentukan nilai $\bar{P}_j = (P_j^a, P_j^b, P_j^c) = \bar{D}_{jj}$. Selain itu diperoleh nilai $\bar{Q}_j = (Q_j^a, Q_j^b, Q_j^c) = \text{Max}(\bar{D}_{1j}, \dots, \bar{D}_{mj})$.

9. Membentuk dua model objektif untuk permasalahan multi respon.

Model objektif yang terbentuk adalah sebagai berikut.

$$\text{Max}(d_{ij}(X)) \quad \text{dan} \quad \text{Min}(\bar{D}_{ij}(X)) \quad (11)$$

Berdasarkan dua fungsi objektif pada langkah 10 maka dibentuk satu fungsi objektif dengan menggunakan fungsi derajat kepuasan *desirability* dan *robustness*.

$$S_j(X) = (S_j^a(X), S_j^b(X), S_j^c(X)) \tag{12}$$

$$T_j(X) = (T_j^a(X), T_j^b(X), T_j^c(X)) \tag{13}$$

Estimasi nilai $S_j(X)$ dan $T_j(X)$ diperoleh berdasarkan persamaan (14) dan persamaan (15).

$$S_j(X) = \begin{cases} 0 & d_j(X) < \underline{L}_j \\ \frac{[d_j(X) - \underline{L}_j]}{[\bar{U}_j - \underline{L}_j]} & \underline{L}_j \leq d_j(X) < \bar{U}_j \\ 1 & d_j(X) \geq \bar{U}_j \end{cases} \tag{14}$$

$$T_j(X) = \begin{cases} 1 & \bar{D}_j(X) \leq \bar{P}_j \\ \frac{[\bar{Q}_j - \bar{D}_j(X)]}{[\bar{Q}_j - \bar{P}_j]} & \bar{P}_j < \bar{D}_j(X) \leq \bar{Q}_j \\ 0 & \bar{D}_j(X) > \bar{Q}_j \end{cases} \tag{15}$$

Sehingga fungsi objektif memaksimalkan $S_j(X)$ dan $T_j(X)$ untuk $j = 1, 2, \dots, m$. Dengan menggunakan operator Zimmerman Max-Min dua fungsi objektif dijadikan satu fungsi objektif dengan memaksimalkan derajat kepuasan dan derajat kehandalan.

Misalkan
$$\text{Min } S_j(X) = S \quad \text{Min } T_j(X) = T \tag{16}$$

Model final diformulasikan sebagai berikut.
$$\text{Max } S(X) \quad \text{Max } T(X) \tag{17}$$

$$S \leq \frac{d_j(X) - \underline{L}_j}{\bar{U}_j - \underline{L}_j}, \text{ kemudian } d_j(X) - S(\bar{U}_j - \underline{L}_j) \geq \underline{L}_j$$

$$T \leq \frac{\bar{Q}_j - \bar{D}_j(X)}{\bar{Q}_j - \bar{P}_j}, \text{ kemudian } \bar{D}_j(X) + T(\bar{Q}_j - \bar{P}_j) \leq \bar{Q}_j$$

Selanjutnya dibentuk satu model objektif yaitu
$$\text{Max } w_1 S + w_2 T$$
 dengan batasan,

$$\begin{aligned} d_j(X) - S(\bar{U}_j - \underline{L}_j) &\geq \underline{L}_j \\ \bar{D}_j(X) + T(\bar{Q}_j - \bar{P}_j) &\leq \bar{Q}_j \end{aligned} \tag{18}$$

$w_1 + w_2 = 1$ $0 \leq S \leq 1$ $0 \leq T \leq 1$ $X \in [\text{faktor level}]$
Menyelesaikan model a, b, c untuk mendapatkan level faktor optimum yang dinyatakan sebagai $X_1^* = (x_{11}^*, \dots, x_{1k}^*)$, $X_2^* = (x_{21}^*, \dots, x_{2k}^*)$, dan $X_3^* = (x_{31}^*, \dots, x_{3k}^*)$, dengan k= jumlah level faktor.

III. METODOLOGI PENELITIAN

A. Sumber Data

Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari hasil penelitian Ricky Afi Damaris [2]. Penelitian menggunakan 3 faktor yaitu faktor air semen (FAS), *bottom ash* dan agregat halus (Pasir) dengan ukuran batako 12 kg. Masing-masing faktor memiliki 3 level dan percobaan dilakukan dengan replikasi sebanyak 3 kali.

B. Variabel Penelitian

Variabel Penelitian meliputi variabel respon atau kualitas batako dan variabel proses atau bahan baku batako. Dimana berdasarkan jumlah faktor dan levelnya dipilih *orthogonal array* $L_9(3^4)$ dengan struktur data disajikan pada tabel 4.

Tabel 4.

Struktur Data Penelitian

Eks	Level Faktor				Respon					
	X ₁	X ₂	X ₃	e	Y ₁			Y ₂		
1	-1	-1	-1	-1	Y ₁₁₁	Y ₁₁₂	Y ₁₁₃	Y ₂₁₁	Y ₂₁₂	Y ₂₁₃
2	-1	0	0	0	Y ₁₁₁	Y ₁₁₂	Y ₁₁₃	Y ₂₁₁	Y ₂₁₂	Y ₂₁₃
3	-1	1	1	1	Y ₁₁₁	Y ₁₁₂	Y ₁₁₃	Y ₂₁₁	Y ₂₁₂	Y ₂₁₃
4	0	-1	0	1	Y ₁₁₁	Y ₁₁₂	Y ₁₁₃	Y ₂₁₁	Y ₂₁₂	Y ₂₁₃
5	0	0	1	-1	Y ₁₁₁	Y ₁₁₂	Y ₁₁₃	Y ₂₁₁	Y ₂₁₂	Y ₂₁₃
6	0	1	-1	0	Y ₁₁₁	Y ₁₁₂	Y ₁₁₃	Y ₂₁₁	Y ₂₁₂	Y ₂₁₃
7	1	-1	1	0	Y ₁₁₁	Y ₁₁₂	Y ₁₁₃	Y ₂₁₁	Y ₂₁₂	Y ₂₁₃
8	1	0	-1	1	Y ₁₁₁	Y ₁₁₂	Y ₁₁₃	Y ₂₁₁	Y ₂₁₂	Y ₂₁₃
9	1	1	0	-1	Y ₁₁₁	Y ₁₁₂	Y ₁₁₃	Y ₂₁₁	Y ₂₁₂	Y ₂₁₃

Tabel 5.

Variabel Respon			
Y ₁	Variabel	Spesifikasi	Sifat
Y ₁	Kuat Tekan	45 kg/cm ²	LTB
Y ₂	Daya Serap Air	35%	STB

Pemilihan level pada variabel proses berdasarkan *range* yang diijinkan perusahaan, pengalaman operator, pertimbangan dari bagian *Production Planning and Control* dan ukuran agregat proporsional [2].

Tabel 6.

Variabel Proses Penelitian				
Variabel	Level	Level		
		-1	0	1
X ₁ Faktor Air Semen (FAS)	0,4	0,5	0,6	
X ₂ Kadar <i>bottom ash</i>	4 bagian	5 bagian	6 bagian	
X ₃ Agregat Halus	3 bagian	2 bagian	1 bagian	

C. Langkah Analisis

Pada penelitian ini terdapat beberapa tahapan analisis sebagai berikut.

- Menentukan level optimal dengan menggunakan metode Taguchi.
- Menentukan model regresi konvensional terbaik.
- Penentuan level optimal melalui fungsi *desirability* dengan regresi *fuzzy*.
 - Menentukan model regresi *fuzzy*.
 - Menentukan level faktor *fuzzy* dan respon *fuzzy* optimum
 - Membentuk matrik *pay off* untuk nilai respon.
 - Membentuk matrik *pay off* untuk nilai *desirability* dari respon.
 - Membentuk fungsi deviasi dan membentuk matrik *pay off* untuk nilai deviasi.
 - Membentuk dua model objektif untuk permasalahan multi respon.
 - Menyelesaikan model objektif dengan linear *programming*.
- Membandingkan hasil optimasi menggunakan fungsi *desirability* dan regresi *fuzzy* dengan penelitian Damaris [2] dimana model terbaik dipilih berdasarkan nilai prediksi respon yang memenuhi SNI dan biaya produksi yang lebih murah.

IV. PEMBAHASAN

A. Penentuan Level Optimal dengan Metode Taguchi

Penentuan level optimal pada metode Taguchi dilakukan dengan cara memaksimalkan nilai rata-rata S/N ratio respon.

Sehingga langkah pertama yang harus dilakukan adalah mentransformasi respon kuat tekan dan daya serap air ke dalam bentuk S/N ratio sesuai karakteristik respon. Nilai S/N ratio untuk kuat tekan disimbolkan sebagai ($\eta_{1.}$). Dimana nilai η_{11} merupakan nilai S/N ratio kuat tekan pengulangan satu dan dua, nilai η_{12} adalah nilai S/N ratio kuat tekan pengulangan satu dan tiga serta nilai η_{13} adalah nilai S/N ratio kuat tekan pengulangan dua dan tiga. Perhitungan S/N ratio kuat tekan berdasarkan Persamaan 2. Sedangkan untuk respon daya serap air disimbolkan dengan ($\eta_{2.}$) dan dihitung berdasarkan persamaan 1. Untuk masing-masing level faktor dihitung rata-rata S/N ratio yang dihasilkan. Selanjutnya untuk masing-masing faktor dicari level yang menghasilkan rata-rata S/N Ratio terbesar dan dipilih sebagai level optimal. Berikut ini hasil level optimal untuk kedua respon tiap replikasi.

Tabel 7.
Level Optimum Respon Kuat Tekan dan Daya Serap Air

Faktor	η_{11}	η_{12}	η_{13}	η_{21}	η_{22}	η_{23}
X_1	-1	-1	-1	1	1	1
X_2	0	0	0	0	0	0
X_3	0	0	0	-1	-1	-1

Berdasarkan tabel 7 dapat diketahui bahwa untuk respon kuat tekan mencapai nilai rata-rata S/N ratio maksimum pada level faktor yaitu FAS level 0,4, *bottom ash* 5 bagian, dan agregat halus 2 bagian. Sedangkan untuk respon daya serap nilai rata-rata S/N ratio mencapai maksimum pada level 0,6 untuk X_1 , 5 bagian untuk X_2 , dan untuk faktor X_3 pada 3 bagian.

B. Analisis Model Regresi Konvensional Terbaik

Analisis model regresi terbaik bertujuan membentuk model regresi yang mampu menjelaskan variabel respon berdasarkan faktor proses. Variabel respon yang digunakan pada penelitian ini adalah nilai S/N ratio pada masing-masing replikasi untuk respon kuat tekan ($\eta_{1.}$) dan daya serap air ($\eta_{2.}$).

Analisis regresi untuk respon η_{11} , η_{12} , dan η_{13} dengan menggunakan 3 alternatif model yaitu model linier, model orde dua kuadratik dan model orde dua interaksi menghasilkan informasi bahwa model orde dua kuadratik memiliki nilai R^2 tertinggi dan memenuhi asumsi IIDN. Sehingga model yang dipilih adalah model orde dua kuadratik. Estimasi parameter model orde dua kuadratik dilakukan dengan Persamaan 4. Hasil estimasi parameter dan uji signifikansi parameter disajikan pada tabel 8.

Tabel 8.
Estimasi Parameter Regresi $\eta_{1.}$

Koefisien	b_0	b_1	b_2	b_3	b_{11}	b_{22}	b_{33}
η_{11}	32,31	-2,01	0,40	0,38	1,31	-2,21	-0,56
<i>p-value</i>	0,00	0,01	0,14	0,16	0,05	0,02	0,21
η_{12}	32,22	-1,73	0,22	0,40	1,46	-1,75	-1,08
<i>p-value</i>	0,00	0,01	0,29	0,12	0,03	0,02	0,06
η_{13}	32,24	-1,77	0,28	0,46	1,33	-2,09	-0,92
<i>p-value</i>	0,00	0,02	0,40	0,23	0,10	0,045	0,18

Uji signifikansi parameter secara individu menunjukkan parameter b_1 untuk ketiga respon kuat tekan signifikan pada taraf signifikansi 5% sehingga variabel X_1 secara linier memberikan pengaruh terhadap nilai S/N ratio kuat tekan batako. Artinya apabila nilai FAS semakin tinggi maka kekuatan batako menurun. Dalam bentuk kuadrat faktor X_2

(b_{22}) berpengaruh pada taraf signifikan 5%. Koefisien regresi untuk faktor X_2 dalam bentuk kuadrat (b_{22}) bernilai negatif berarti semakin besar nilai *bottom ash* menyebabkan respon kuat tekan meningkat. Namun karena pengaruh berbentuk kuadrat maka apabila *bottom ash* terus ditambah dalam jumlah besar akan menurunkan kekuatan batako.

Selanjutnya analisis regresi untuk respon η_{21} , η_{22} , dan η_{23} dengan menggunakan 3 alternatif model yaitu model linier, model orde dua kuadratik dan model orde dua interaksi menghasilkan informasi bahwa model orde dua interaksi memiliki nilai R^2 tertinggi dan memenuhi asumsi IIDN sehingga model yang dipilih adalah model orde dua interaksi.

Tabel 9.
Estimasi Parameter Regresi $\eta_{2.}$

Koefisien	b_0	b_1	b_2	b_3	b_{11}	b_{13}	b_{23}
η_{21}	13,25	1,22	-0,45	-2,0	-0,9	-0,75	2,11
<i>p-value</i>	0,00	0,19	0,56	0,09	0,44	0,52	0,16
η_{22}	13,25	1,56	-0,28	-1,6	-0,5	-1,05	1,93
<i>p-value</i>	0,00	0,10	0,66	0,09	0,57	0,32	0,14
η_{23}	13,17	1,51	-0,28	-1,9	-1,1	-0,65	2,21
<i>p-value</i>	0,00	0,12	0,67	0,08	0,34	0,53	0,12

Dari tabel 9 diketahui parameter b_3 berpengaruh lemah pada taraf signifikan 10%, sehingga dapat disimpulkan level-level pada faktor X_3 dalam model linier memberikan perbedaan terhadap nilai respon daya serap air produk batako.

C. Penentuan Level Optimal dengan Fungsi Desirability dan Regresi Fuzzy

Level optimum ditentukan dengan cara memaksimalkan nilai *desirability* dan meminimumkan nilai deviasi. Nilai *desirability* dihitung berdasarkan nilai prediksi respon. Penentuan nilai prediksi respon menggunakan model regresi *fuzzy*. Model regresi *fuzzy* untuk respon kuat tekan dibentuk berdasarkan koefisien parameter regresi tabel 8 sedangkan respon daya serap air berdasarkan koefisien parameter regresi tabel 9. Berikut ini merupakan koefisien parameter regresi *fuzzy* untuk kedua respon yang dihitung berdasarkan persamaan (6).

Tabel 10.
Koefisien Parameter Regresi Fuzzy Respon Kuat Tekan

	b_0	b_1	b_2	b_3	b_{11}	b_{22}	b_{33}
η_{11}	32,31	-2,01	0,40	0,38	1,31	-2,21	-0,56
η_{12}	32,22	-1,73	0,22	0,40	1,46	-1,75	-1,08
η_{13}	32,24	-1,77	0,28	0,46	1,33	-2,10	-0,92
$b^{m(1)}$	32,26	-1,84	0,30	0,41	1,37	-2,02	-0,85
s	0,05	0,15	0,09	0,04	0,08	0,24	0,27
$b^a(1)$	32,21	-1,99	0,21	0,38	1,29	-2,26	-1,12
$b^b(1)$	32,26	-1,84	0,30	0,41	1,37	-2,02	-0,85
$b^c(1)$	32,30	-1,69	0,40	0,45	1,45	-1,78	-0,59

Hasil persamaan regresi *fuzzy* untuk respon kuat tekan batako adalah sebagai berikut.

- Model level a
 $\eta_1^f(X) = 32,21 - 1,99X_1 + 0,21X_2 + 0,38X_3 + 1,29X_1X_1 - 2,26X_2X_2 - 1,12X_3X_3$
- Model level b
 $\eta_1^f(X) = 32,26 - 1,84X_1 + 0,30X_2 + 0,41X_3 + 1,37X_1X_1 - 2,02X_2X_2 - 0,85X_3X_3$
- Model level c
 $\eta_1^f(X) = 32,30 - 1,69X_1 + 0,40X_2 + 0,45X_3 + 1,45X_1X_1 - 1,78X_2X_2 - 0,59X_3X_3$

Sedangkan untuk respon daya serap air memiliki model regresi *fuzzy* berdasarkan Tabel 10 dan dinyatakan sebagai berikut.

1. Model level *a*

$$\eta_2^a(X) = 13,18 + 1,25X_1 - 0,43X_2 - 2,04X_3 - 1,11X_1X_2 - 1,03X_1X_3 + 1,94X_2X_3$$

2. Model level *b*

$$\eta_2^b(X) = 13,22 + 1,43X_1 - 0,34X_2 - 1,84X_3 - 0,84X_1X_2 - 0,82X_1X_3 + 2,03X_2X_3$$

3. Model level *c*

$$\eta_2^c(X) = 13,27 + 1,61X_1 - 0,24X_2 - 1,55X_3 - 0,58X_1X_2 - 0,60X_1X_3 + 2,23X_2X_3$$

Tabel 10.

Koefisien Parameter Regresi *Fuzzy* Respon Daya Serap Air

	b_0	b_1	b_2	b_3	b_{12}	b_{13}	b_{23}
η_{21}	13,25	1,22	-0,45	-2,01	-0,92	-0,74	2,11
η_{22}	13,25	1,56	-0,28	-1,63	-0,55	-1,05	1,93
η_{23}	13,17	1,51	-0,28	-1,88	-1,06	-0,65	2,21
$b^{(a)}$	13,22	1,43	-0,34	-1,84	-0,84	-0,82	2,08
$b^{(b)}$	0,05	0,18	0,10	0,20	0,26	0,21	0,14
$b^{(c)}$	13,18	1,25	-0,43	-2,04	-1,11	-1,03	1,94
$b^{(d)}$	13,22	1,43	-0,34	-1,84	-0,84	-0,82	2,08
$b^{(e)}$	13,27	1,61	-0,24	-1,65	-0,58	-0,60	2,23

Langkah berikutnya adalah menentukan level *fuzzy* optimum. Level *fuzzy* optimum ditentukan berdasarkan level optimum yang diperoleh dengan metode Taguchi pada tabel 7 dan dimasukkan dalam fungsi *fuzzy* segitiga yang serupa dengan Persamaan (6) namun parameter β diganti dengan level faktor X . Dalam bentuk sederhana level *fuzzy* optimum untuk respon kuat tekan batako dinyatakan dalam bentuk *fuzzy* sebagai $\tilde{X}^{(1)} = (X^{a(1)}, X^{b(1)}, X^{c(1)})$ dan $\tilde{X}^{(2)} = (X^{a(2)}, X^{b(2)}, X^{c(2)})$ untuk level *fuzzy* optimum respon daya serap air dimana $X^{a(1)} = (-1,0,0)$, $X^{b(1)} = (-1,0,0)$, $X^{c(1)} = (-1,0,0)$, dan $X^{a(2)} = (1,0,-1)$, $X^{b(2)} = (1,0,-1)$, $X^{c(2)} = (1,0,-1)$.

Level optimum *fuzzy* tersebut kemudian dimasukkan ke dalam persamaan regresi *fuzzy* sehingga diperoleh nilai prediksi sebagai berikut.

Tabel 11.

Matrik *pay-off* untuk nilai prediksi respon

	$\tilde{\eta}_1(X)$	$\tilde{\eta}_2(X)$
$\tilde{X}^{(1)}$	(35,48;35,46;35,43)	(11,93;11,79;11,65)
$\tilde{X}^{(2)}$	(30,01;30,52;31,02)	(17,49;17,31;17,13)

Berdasarkan *pay off* nilai respon disusun matrik *pay off desirability*. Sifat yang digunakan untuk perhitungan *desirability* adalah *Larger the Better* (LTB) karena nilai kedua respon merupakan S/N ratio, sehingga nilai *desirability* diperoleh dengan menggunakan Persamaan (7). Batas-batas nilai *desirability* diperoleh berdasarkan SNI kualitas batako yang kemudian ditransformasi dalam bentuk S/N Ratio. Sehingga untuk respon kuat tekan η_{\min} sebesar 33 dan η_{\max} sebesar 36. Sedangkan untuk respon daya serap air η_{\min} sebesar 9 dan η_{\max} sebesar 12. Hasil perhitungan nilai *desirability* dirangkum dalam bentuk matrik *pay off* nilai *desirability* sebagai berikut.

Tabel 12.

Matrik *pay-off* untuk nilai *Desirability* Prediksi Respon

	$\tilde{d}_1(X)$	$\tilde{d}_2(X)$
$\tilde{X}^{(1)}$	(0,83;0,82;0,81)	(0,98;0,93;0,88)

$\tilde{X}^{(2)}$	(0;0;0)	(1;1;1)
-------------------	---------	---------

Selanjutnya berdasarkan tabel 12 ditentukan nilai-nilai $\tilde{O}_1, \tilde{O}_2, \tilde{L}_1$ dan \tilde{L}_2 .

$$\tilde{O}_1 = (U_1^a, U_1^b, U_1^c) = \tilde{d}_{11} = (0,83; 0,82; 0,81)$$

$$\tilde{O}_2 = (U_2^a, U_2^b, U_2^c) = \tilde{d}_{22} = (1; 1; 1)$$

$$\tilde{L}_1 = \text{Min}(\tilde{d}_{11}, \tilde{d}_{21}) = (0; 0; 0)$$

$$\tilde{L}_2 = \text{Min}(\tilde{d}_{12}, \tilde{d}_{22}) = (0,98; 0,93; 0,88)$$

Langkah berikutnya menghitung nilai deviasi respon berdasarkan nilai standar deviasi parameter regresi. Berikut ini persamaan deviasi masing-masing respon.

$$D_1(X) = 0,047 + 0,151X_1 + 0,094X_2 + 0,038X_3 + 0,079X_1X_2 + 0,233X_1X_3 + 0,266X_2X_3$$

$$D_2(X) = 0,045 + 0,181X_1 + 0,096X_2 + 0,195X_3 + 0,265X_1X_2 + 0,211X_1X_3 + 0,141X_2X_3$$

Dengan memasukkan level optimum *fuzzy* pada masing persamaan deviasi maka dapat dibentuk sebuah matrik *pay-off* deviasi sebagai berikut.

Tabel 13.

Matrik *pay-off* untuk nilai Deviasi Prediksi Respon

	$ D_1(X) $	$ D_2(X) $
$\tilde{X}^{(1)}$	(0,024; 0,024; 0,024)	(0,136; 0,136; 0,136)
$\tilde{X}^{(2)}$	(0,506; 0,506; 0,506)	(0,181; 0,181; 0,181)

Selanjutnya nilai-nilai pada tabel 13 digunakan untuk menentukan nilai $\tilde{P}_1, \tilde{P}_2, \tilde{Q}_1$ dan \tilde{Q}_2 .

$$\tilde{P}_1 = (P_1^a, P_1^b, P_1^c) = (0,024; 0,024; 0,024)$$

$$\tilde{P}_2 = (P_2^a, P_2^b, P_2^c) = (0,136; 0,136; 0,136)$$

$$\tilde{Q}_1 = \text{Max}(D_{11}, D_{21}) = (0,506; 0,506; 0,506)$$

$$\tilde{Q}_2 = \text{Max}(D_{12}, D_{22}) = (0,181; 0,181; 0,181)$$

Untuk memperoleh hasil optimasi yang memenuhi harapan serta *robust* maka dibentuk dua model objektif yaitu memaksimalkan *desirability* dan meminimumkan nilai deviasi. Model akhir yang terbentuk adalah sebagai berikut.

Model 1: $\text{Max}(\tilde{d}_1(X), \tilde{d}_2(X))$; Model 2: $\text{Min}(\tilde{D}_1(X), \tilde{D}_2(X))$

dengan $X \in R_{(\tilde{X}_1, \tilde{X}_2, \tilde{X}_3)} \in [-1; 1]$.

Model tersebut kemudian dikonversikan ke dalam fungsi derajat kepuasan *desirability* ($S_j(X)$) dan *robustness* ($T_j(X)$) yang diestimasi berdasarkan Persamaan (14) dan Persamaan (15). Dengan menggunakan operator Zimmerman Max-Min dua fungsi objektif dijadikan satu fungsi objektif dengan memaksimalkan derajat kepuasan dan kehandalan. Selanjutnya dibentuk tiga tipe model objektif final yaitu model *a*, model *b*, dan model *c*.

Model *a*

$$\text{Max } 0,5 S^a + 0,5 T^a$$

dengan batasan,

$$d_1^a(X) - S^a(0,83 - 0) \geq 0$$

$$d_2^a(X) - S^a(1 - 0,98) \geq 0,98$$

$$D_1^a(X) + T^a(0,505 - 0,024) \leq 0,505$$

$$D_2^a(X) + T^a(0,181 - 0,136) \leq 0,136$$

$$w_1 + w_2 = 1; 0 \leq S^a \leq 1; 0 \leq T^a \leq 1; X \in [-1; 1]$$

Model *b*

$$\text{Max } 0,5 S^b + 0,5 T^b$$

dengan batasan,

$$d_1^b(X) - S^b(0,82 - 0) \geq 0$$

$$d_2^b(X) - S^b(1 - 0,93) \geq 0,93$$

$$D_1^b(X) + T^b(0,505 - 0,024) \leq 0,505$$

$$D_2^b(X) + T^b(0,181 - 0,136) \leq 0,136$$

$$w_1 + w_2 = 1; 0 \leq S^b \leq 1; 0 \leq T^b \leq 1; X \in [-1; 1]$$

Model c

$$\text{Max } 0,5 S_1^c + 0,5 T_1^c$$

dengan batasan,

$$d_1^c(X) - S^c(0,81 - 0) \geq 0$$

$$d_2^c(X) - S^c(1 - 0,88) \geq 0,88$$

$$D_1^c(X) + T^c(0,505 - 0,024) \leq 0,505$$

$$D_2^c(X) + T^c(0,181 - 0,136) \leq 0,136$$

$$w_1 + w_2 = 1; 0 \leq S^c \leq 1; 0 \leq T^c \leq 1; X \in [-1; 1]$$

Penyelesaian masing-masing model obyektif dilakukan dengan menggunakan prinsip *linear programming*.

Tabel 14.

Level Fuzzy optimum

	Faktor	Nilai kode	Nilai sebenarnya
X1	FAS	(-1,013;-1,18;-0,85)	(0,399;0,38;0,42)
X2	bottom ash	(-0,001;-0,29;0,34)	(4,99;4,7;5,3) bagian
X3	Agregat halus	(-0,117;-0,5;0,21)	(2,12;2,5;1,8) bagian

Berdasarkan level optimal ditentukan prediksi optimal respon sebagai berikut.

$$\eta_1^a = 35,48 \text{ atau } 59,45 \text{ kg/cm}^2 \quad d_1 = 0,83$$

$$\eta_2^a = 12,02 \text{ atau } 25\% \quad d_2 = 1$$

Composite Desirability = 0,91

$$\eta_1^b = 35,68 \text{ atau } 60,81 \text{ kg/cm}^2 \quad d_1 = 0,89$$

$$\eta_2^b = 12,065 \text{ atau } 24\% \quad d_2 = 1$$

Composite desirability = 0,95

$$\eta_1^c = 34,78 \text{ atau } 54,75 \text{ kg/cm}^2 \quad d_1 = 0,59$$

$$\eta_2^c = 11,905 \text{ atau } 25\% \quad d_2 = 0,97$$

Composite desirability = 0,76

Dapat diketahui bahwa hasil optimasi ketiga model mampu memenuhi standar SNI.

D. Perbandingan Hasil Optimasi dengan Penelitian Damaris [2]

Hasil penelitian tentang batako pernah dilakukan oleh Damaris [2] menggunakan pendekatan *Total Loss Function*. Perbandingan hasil optimasi dilakukan dengan membandingkan nilai *desirability* yang tinggi dan biaya produksi bahan baku yang paling murah. Langkah pertama adalah mensubstitusikan level faktor optimum penelitian Damaris yaitu $X^* = (-1,0,0)$ ke dalam model a, model b, dan model c, kemudian hasilnya dalam bentuk S/N ratio dikembalikan ke dalam bentuk asli. Untuk model a diperoleh kuat tekan 59,45 kg/cm² dan daya serap air 25,3% dengan nilai *desirability* global 0,90. Untuk model b diperoleh kuat tekan 59,28 kg/cm² dan daya serap air 26% dengan nilai *desirability* global 0,87 serta model c diperoleh kuat tekan 59,12 kg/cm² dan daya serap air 26% dengan nilai *desirability* global 0,85. Berdasarkan pembahasan sebelumnya dapat diketahui bahwa nilai *desirability* global untuk model a dan model b penelitian Damaris [2] memiliki nilai yang lebih kecil dibandingkan penelitian dengan pendekatan fungsi *desirability* dengan regresi fuzzy. Sedangkan untuk model c memiliki nilai yang lebih tinggi. Secara umum dapat disimpulkan dalam permasalahan pembuatan produk batako PT.X metode dengan pendekatan fungsi *desirability* dengan regresi fuzzy lebih baik.

Berikut ini hasil perhitungan komposisi bahan baku per batako.

Tabel 15.

Perbandingan Biaya Produksi

Alternatif	Semen (kg)	Air (kg)	Bottom-ash(kg)	Agregat Halus(kg)	Biaya Bahan Baku(Rp)
model a	0,72	0,48	7,59	3,21	1696
model b	0,74	0,46	7,06	3,74	1803
model c	0,7	0,5	8,08	2,72	1596
Damaris[2]	0,7	0,6	7,6	2,9	1650
Harga/kg	1000	300	25	200	

Berdasarkan tabel 15 dapat diketahui bahwa level faktor pada model c menghabiskan biaya bahan baku paling sedikit. Model ini menghasilkan nilai prediksi kuat tekan paling kecil namun tetap memenuhi standar yang ditetapkan oleh SNI.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Untuk memperoleh respon optimal digunakan kombinasi level FAS 0,42, *bottom ash* 5,3 bagian dan agregat halus sebesar 1,8 bagian atau model c serta prediksi kuat tekan sebesar 54,75 kg/cm² dan daya serap air sebesar 25%. Hasil optimasi metode pendekatan fungsi *desirability* dan regresi fuzzy lebih baik dibandingkan penelitian Damaris[2] karena biaya produksi yang dihabiskan lebih murah Rp 54 per unit batako. Sehingga bagi perusahaan batako agar mampu menghasilkan batako yang murah dan berkualitas perlu melakukan *setting* bahan baku FAS 0,42, *bottom ash* 5,3 bagian dan agregat halus 1,8 bagian. Selain itu untuk lebih meyakinkan hasil prediksi optimasi diperlukan sebuah eksperimen konfirmasi.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Al-Refaie, Abbas, dkk. (2013). *Optimization of Multiple Responses in the Taguchi Method Using Desirability Function and Fuzzy Regression*. Hongkong: Proceedings Of The International Multiconference Of Engineers And Computer Scientists Vol.II IMECS 2013, March 13-15.
- [2] Damaris, R.A. (2011). *Optimasi Kuat Tekan dan Daya Serap Air dari Batako yang Menggunakan Bottom Ash dengan Pendekatan Respon Serentak*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [3] Frick, Heinz & Koesmartadi. (1999). *Ilmu Bahan Bangunan Eksploitasi, Pembuatan, Penggunaan dan Pembuangan*. Yogyakarta.
- [4] Kementerian Perumahan Rakyat. (2014). *Rusun Menjadi Solusi Keterbatasan Tanah di Indonesia*. <http://www.kemenpera.go.id/?op=news&act=detaildata&id=1762>.
- [5] Nasrudin, M. (2014). *Analisis Sifat Mekanik dan Struktur Mikro Batako dengan Campuran Abu Terbang Batubara*. Yogyakarta: Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga.
- [6] Park, S.H. (1995). *Robust Design and Analysis for Quality Engineering*. Chapman & Hall, Madras.
- [7] Tanaka, H., S. Uejima, & K. Asai. (1982). *Linear Regression Analysis with Fuzzy Model*. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics SMC, Vol. 12, pp. 903-907, 1982.