

Pemodelan *Magnitude* Gempa Bumi di Indonesia Menggunakan *Generalized Extreme Value* (GEV) Berbasis Simulasi *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC)

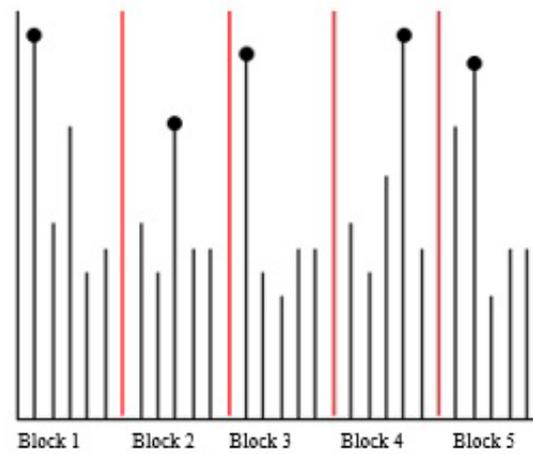
Fadhela Anindya, dan Pratnya Paramitha Oktaviana
Departemen Aktuaria, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)
e-mail: paramita@statistika.its.ac.id

Abstrak—Gempa bumi merupakan peristiwa getaran yang disebabkan dari terjadinya pelepasan akumulasi energi dari lempeng tektonik di dalam bumi. Indonesia merupakan negara yang terletak pada pertemuan antara lempeng tektonik, yang menyebabkan Indonesia rawan terjadi gempa bumi. Di Indonesia gempa bumi sebesar 9.1 *magnitude* pernah terjadi dan menyebabkan tsunami yang memakan korban jiwa lebih dari 160 orang dan 63.977 keluarga kehilangan tempat tinggal. Terjadinya gempa bumi terutama gempa berkekuatan besar dapat menyebabkan besarnya dampak yang ditimbulkan. Risiko kerugian dapat diminimalisir dengan adanya mitigasi bencana sebelum terjadinya peristiwa bencana. Kerugian yang ditimbulkan dari bencana alam dapat diminimalisir dengan mengalihkan risiko kepada perusahaan asuransi. Sebagai lembaga pengalih risiko serta yang mengumpulkan dana premi, perusahaan asuransi harus memperhitungkan risiko yang tidak dapat dimitigasi. Untuk mengoptimalkan manajemen risiko bencana dapat dilakukan analisis mengenai kejadian bencana. Salah satunya dapat menggunakan *extreme value theory* pada data bencana. Sumber data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data gempa bumi di Indonesia tahun 1990-2021 dari katalog gempa bumi *National Earthquake Information Center-USGS*. Pada penelitian ini digunakan variabel *magnitude* gempa bumi di Indonesia. *Magnitude* gempa bumi merupakan kejadian ekstrem. Dalam penelitian ini parameter nilai ekstrem di estimasi mengikuti distribusi GEV dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Setelah diperoleh parameter dari distribusi GEV akan dilanjutkan estimasi dengan *Markov Chain Monte Carlo*. Berdasarkan pemilihan model terbaik dengan metode DIC, yang diperoleh model terbaik yakni pada data ekstrem maksimum periode 12 bulan. Penelitian dilanjutkan dengan melakukan perhitungan *return level*. Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat digunakan sebagai referensi dalam perencanaan manajemen risiko bencana alam gempa bumi.

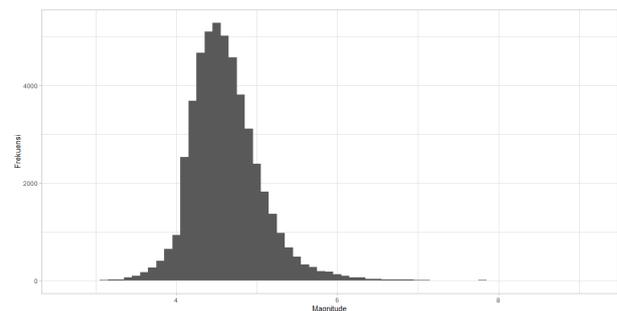
Kata Kunci—Gempa Bumi, *Generalized Extreme Value*, *Magnitude*, *Markov Chain Monte Carlo*, *Return Level*.

I. PENDAHULUAN

GEMPA bumi merupakan bencana yang termasuk dalam kategori bencana yang disebabkan oleh aktivitas geofisika. Adanya pergerakan lempeng tektonik yang merupakan bagian lapisan kerak bumi keras yang mengapung di atas bagian lapisan astenofor menyebabkan terjadinya gempa bumi. Dengan lempeng utama yang paling berpengaruh pada aktivitas tektonik di Indonesia yakni lempeng Eurasia, lempeng Indo-Australia, lempeng Pasifik, dan lempeng Filipina [1]. Salah satu gempa bumi besar selama 30 tahun terakhir di Indonesia pernah terjadi di Aceh pada tahun 2004. Gempa bumi berkekuatan sebesar 9.1 *magnitude* di Aceh ini menyebabkan tsunami yang memakan lebih dari 160 orang korban jiwa serta 63.977 keluarga kehilangan tempat tinggal. Besar klaim asuransi di Aceh



Gambar 1. Ilustrasi pengambilan sampel dengan *block maxima*.

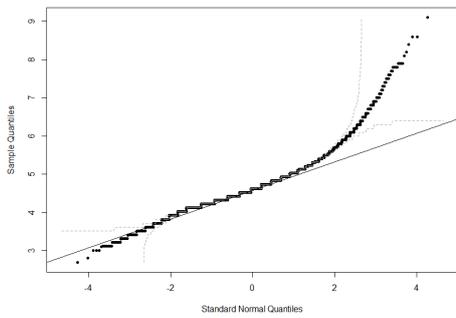


Gambar 2. Histogram *magnitude* gempa bumi tahun 1990-2021.

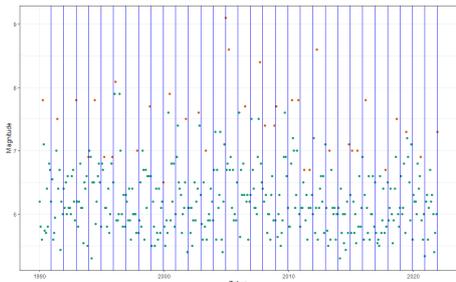
akibat kejadian tersebut sebesar 3,2 triliun. Risiko kerugian juga dapat diminimalisir dengan adanya mitigasi bencana sebelum terjadinya peristiwa bencana.

Untuk optimalisasi manajemen risiko bencana dapat dilakukan analisis mengenai kejadian bencana. Salah satunya dapat menggunakan *extreme value theory* pada data bencana. Analisis *extreme value* bertujuan untuk mengukur perilaku stokastik dari suatu kejadian yang sangat besar atau sangat kecil. Parameter yang diestimasi dengan distribusi nilai ekstrem merupakan parameter ditentukan dari data maksimum waktu tertentu, sehingga data yang digunakan terbatas. Untuk mengatasi keterbatasan data yang tersedia digunakan simulasi dengan *Bayesian framework* untuk estimasi parameter.

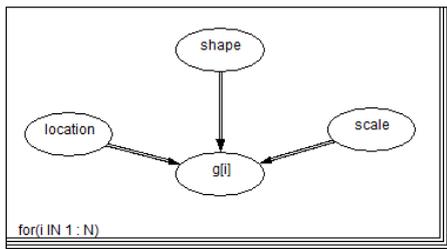
Oleh karena itu pada penelitian ini peneliti ingin mengetahui karakteristik data *magnitude* gempa bumi, hasil estimasi parameter dari data *magnitude* gempa bumi di Indonesia menggunakan GEV berbasis simulasi MCMC, serta hasil *return level magnitude* gempa bumi di Indonesia berdasarkan metode GEV berbasis simulasi MCMC. Penelitian ini dilakukan menggunakan data *magnitude* gempa bumi di Indonesia yang terjadi sejak 1990-2021.



Gambar 3. Normal probability plot *magnitude* gempa bumi tahun 1990-2021 di Indonesia.



Gambar 4. Scatter plot pemilihan data nilai ekstrem *magnitude* gempa bumi dengan *block maxima* periode 12 bulan.



Gambar 5. DAG data *magnitude* gempa bumi tahun 1990-2021.

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Extreme Value Theory

Teori nilai ekstrem merupakan metode yang dapat digunakan untuk menganalisis perilaku stokastik dari suatu proses yang bernilai sangat besar atau sangat kecil. Metode ini berfokus pada ekor suatu distribusi. Penerapan analisis ekstrem banyak digunakan untuk penilaian risiko pasar keuangan, pemodelan gelombang laut, aktivitas meteorologi, dan sebagainya. Dalam analisis nilai ekstrem terdapat pendekatan dengan distribusi GEV dan GPD [2]. Dalam identifikasi nilai ekstrem terdapat dua pendekatan yakni adalah *Block Maxima* dan *Peak Over Threshold*.

B. Block Maxima

Pada metode *Block Maxima* nilai ekstrem diperoleh dengan membagi data menjadi beberapa blok periode waktu tertentu.

Di ilustrasikan pada Gambar 1 data dibagi menjadi 5 blok dengan masing-masing blok berisi 5 data. Data yang digunakan untuk dilanjutkan analisis adalah data maksimum yang sudah ditandai hitam. Blok menunjukkan interval waktu yang ditentukan misalnya tahunan, bulanan, dan sebagainya.

C. Mann Kendal Tren Test

Digunakan untuk mengidentifikasi adanya tren pada data *time series*, dengan hipotesis:

Tabel 1. Konversi satuan *magnitude*

Skala <i>Magnitude</i>	Persamaan Konversi	Range Data
M_s	$M_w = 0,6016M_s + 2,476$	$2,8 \leq M_s \leq 6,1$
m_b	$M_w = 0,69239M_s + 0,5671$	$6,2 \leq M_s \leq 8,7$
M_L	$M_w = 1,0107m_b + 0,0801$	$3,7 \leq m_b \leq 8,2$
	$M_w = M_L$	$3,0 \leq M_L \leq 5,8$

Tabel 2. Struktur data penelitian

Tahun	<i>Magnitude</i>
1990	X_1
1990	X_2
⋮	⋮
1990	X_{11}
1990	X_{12}
1991	X_{13}
⋮	⋮
2021	X_n

Tabel 3. Statistika deskriptif *magnitude* gempa bumi tahun 1990-2021 di Indonesia

<i>Magnitude</i> Gempa Bumi	
Minimum	2,700
Kuartil 1	4,325
Median	4,628
Rata-rata	4,644
Kuartil 3	4,830
Maksimum	9,100

$H_0 : S = 0$ (Tidak terdapat pola tren pada sampel nilai ekstrem)

$H_0 : S \neq 0$ (Terdapat pola tren pada sampel nilai ekstrem)
Jika diketahui data x_1, x_2, \dots, x_n dengan periode waktu $t = 1, 2, \dots, n$, berikut nilai statistik uji *Mann Kendal*:

$$Z = \begin{cases} (S - 1)/Var(S)^{0.5} & \text{untuk } S > 0 \\ 0 & \text{untuk } S = 0 \\ (S + 1)/Var(S)^{0.5} & \text{untuk } S < 0 \end{cases} \quad (1)$$

dimana nilai S yakni:

$$S = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n sgn(x_j - x_k) \quad (2)$$

dan nilai sgn diperoleh dari persamaan:

$$sgn(x_j - x_k) = \begin{cases} 1, & \text{untuk } x_j - x_k > 0 \\ 0, & \text{untuk } x_j - x_k = 0 \\ -1, & \text{untuk } x_j - x_k < 0 \end{cases} \quad (3)$$

dengan memberikan nilai -1, 0, atau 1 berdasarkan $(x_j - x_k)$ untuk $j > k$, dengan $j = t + 1$ hingga n dan $k = 1$ hingga $n - 1$. Dengan nilai $Var(S)$ mengikuti persamaan.

$$Var(S) = \frac{1}{18} [n(n - 1)(2n + 5) - \sum_{i=1}^g q_i(q_i - 1)(2q_i + 5)] \quad (4)$$

dimana g adalah jumlah kelompok data, q_i merupakan jumlah data pada kelompok ke- i . Jika $|Z| > Z_{\alpha/2}$ atau $p - value < \alpha$ maka keputusan tolak H_0 [3].

D. Generalized Extreme Value

Terdapat tiga tipe distribusi *extreme value* yakni tipe I, II, dan III. Ketiga tipe tersebut dikenal dengan Gumbel, Fréchet, dan Weibull.

$$I : G(x) = \exp \left\{ -\exp \left[-\left(\frac{x-b}{a} \right) \right] \right\} \quad -\infty < x < \infty \quad (5)$$

Tabel 4.
Uji mann kendall test

Periode	P-Value
12 bulan	0,3044
6 bulan	0,6091
3 bulan	0,5689

Tabel 5.
Hasil estimasi parameter GEV dengan MLE

Periode	Keterangan	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\xi}$
12 Bulan	Parameter	7,2593	0,5144	-0,0860
	SE	0,1036	0,0750	0,1419
	CI	[7,0562; 7,4623]	[0,3674; 0,6614]	[-0,3641; 0,1921]
6 Bulan	Parameter	6,9230	0,4938	-0,0288
	SE	0,0704	0,0514	0,1009
	CI	[6,7850; 7,0610]	[0,3930; 0,5945]	[-0,2266; 0,1699]
3 Bulan	Parameter	6,5301	0,4855	0,0227
	SE	0,0490	0,0362	0,0723
	CI	[6,4340; 6,6261]	[0,4145; 0,5565]	[-0,1190; 0,1644]

Tabel 6.
Hasil uji kolmogorov smirnov

Periode	P-Value
12 bulan	0.7632803
6 bulan	0.6714101
3 bulan	0.8858401

Tabel 7.
Hasil estimasi parameter MCMC

Periode	Parameter	Rata-rata	Standar Deviasi	MC Error
12 Bulan	$\hat{\mu}$	7,2590	0,0301	0,0005
	$\hat{\sigma}$	0,5409	0,0774	0,0006
	$\hat{\xi}$	-0,0790	0,0800	0,0010
6 Bulan	$\hat{\mu}$	6,9210	0,0291	0,0004
	$\hat{\sigma}$	0,5081	0,0502	0,0004
	$\hat{\xi}$	-0,0238	0,0673	0,0010
3 Bulan	$\hat{\mu}$	6,5300	0,0262	0,0002
	$\hat{\sigma}$	0,4932	0,0345	0,0003
	$\hat{\xi}$	0,0254	0,0560	0,0010

Tabel 8.
Pemilihan model terbaik

Periode	DIC
12 bulan	58,32
6 bulan	113,30
3 bulan	227,00

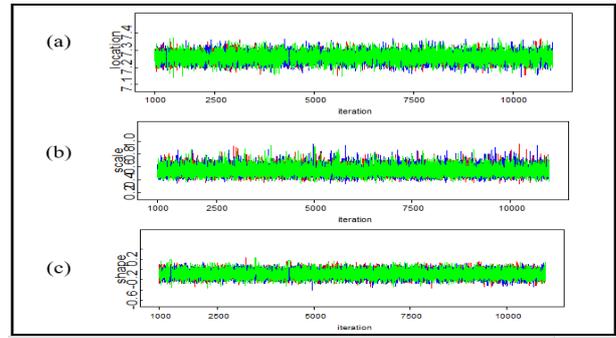
Tabel 9.
Prediksi Return Level

Tahun	Return Level
5	8,1192
10	8,5802
20	9,0453
30	9,4325

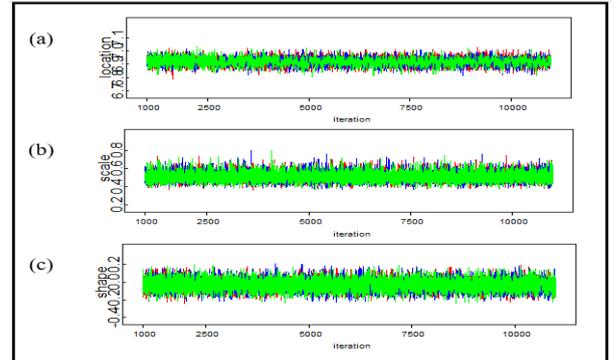
$$II : G(x) = \begin{cases} 0 & x \leq b \\ \exp \left\{ - \left(\frac{x-b}{a} \right)^{-\alpha} \right\} & x > b \end{cases} \quad (6)$$

$$III : G(x) = \begin{cases} \exp \left\{ - \left[- \left(\frac{x-b}{a} \right)^{-\alpha} \right] \right\} & x < b \\ 1 & x \geq b \end{cases} \quad (7)$$

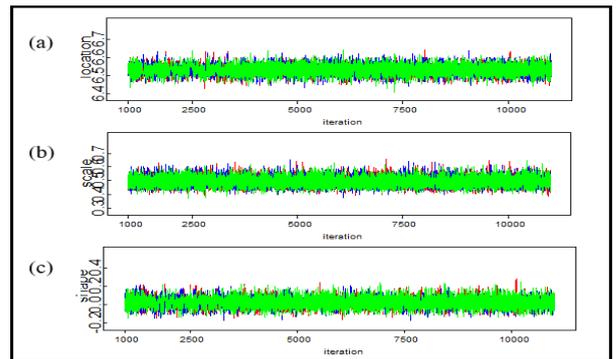
dengan parameter $a > 0, b$ bilangan riil, pada distribusi tipe II dan III $\alpha > 0$.



Gambar 6. Time Series dari history chain data ekstrem magnitude gempa bumi maksimal dalam 12 bulan.



Gambar 7. Time Series dari history chain data ekstrem magnitude gempa bumi maksimal dalam 6 bulan.



Gambar 8. Time Series dari history chain data ekstrem magnitude gempa bumi maksimal dalam 3 bulan.

Ketiga parameter model tersebut memiliki kelemahan yakni pada pemilihan tipe yang paling sesuai. Dalam menyelesaikan permasalahan tersebut dikembangkan analisis yang merupakan kombinasi dari ketiganya yang disebut dengan distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) dengan fungsi distribusi sebagaimana Persamaan (8).

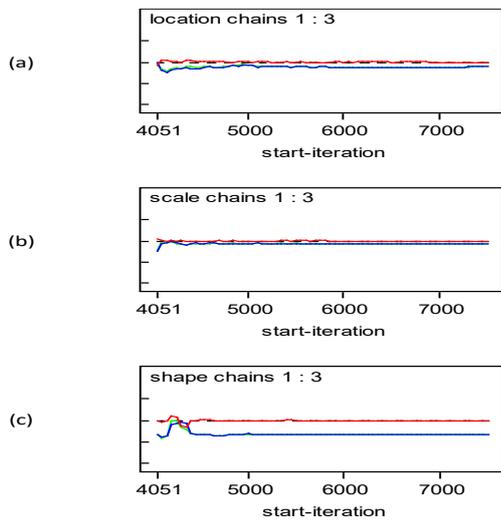
$$G(x) = \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right]^{-1/\xi} \right\} \quad (8)$$

Ketiga parameter tersebut yakni *location parameter* (μ), *scale parameter* (σ), dan *shape parameter* (ξ). Shape parameter pada tiap tipe distribusi yakni, $\xi = 0$ untuk distribusi tipe I, $\xi > 0$ untuk distribusi tipe II, dan $\xi < 0$ untuk distribusi tipe III [2].

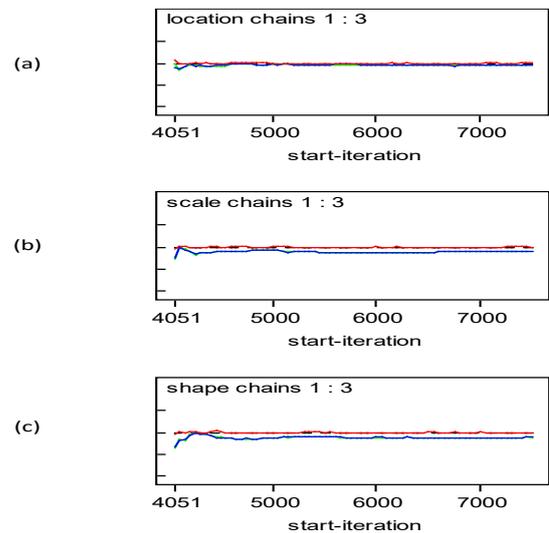
E. Estimasi Parameter

1) Maximum Likelihood Estimation

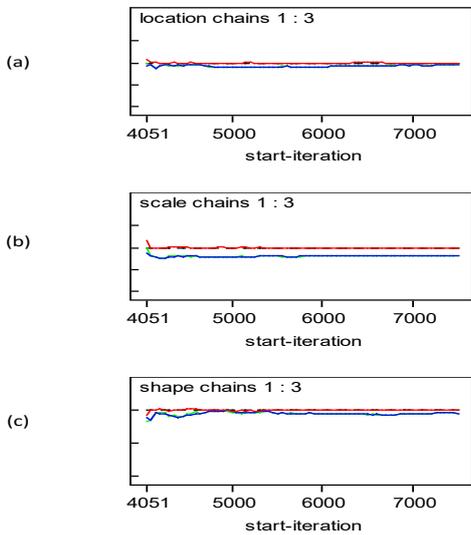
Merupakan metode untuk mengestimasi parameter model yang mudah beradaptasi dengan perubahan model [2]. Estimasi parameter dengan metode MLE dilakukan



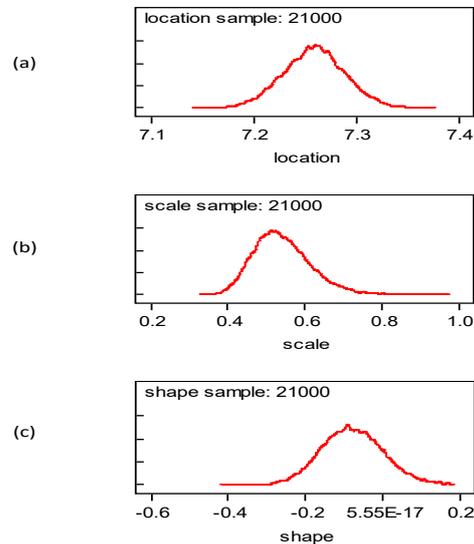
Gambar 9. Statistik *gelman-rubin* data *ekstrem magnitude* gempa bumi maksimal dalam 12 bulan.



Gambar 11. Statistik *gelman-rubin* data *ekstrem magnitude* gempa bumi maksimal dalam 3 bulan.



Gambar 10. Statistik *gelman-rubin* data *ekstrem magnitude* gempa bumi maksimal dalam 6 bulan.



Gambar 12. Grafik distribusi data *ekstrem magnitude* gempa bumi maksimal dalam 12 bulan masing-masing parameter.

denganmemaksimumkan fungsi *likelihood*, dengan langkah sebagai berikut:

- a. Menentukan fungsi *likelihood* dari distribusi GEV

$$L(\mu, \sigma, \xi | x_1, x_2, \dots, x_n) \tag{9}$$

- b. Membuat fungsi *ln-likelihood*

$$\ln L(\mu, \sigma, \xi | x_1, x_2, \dots, x_n) \tag{10}$$

- c. Memaksimumkan fungsi *likelihood* dengan menurunkan *ln-likelihood* untuk masing-masing parameter

Jika hasil estimasi parameter dengan MLE tidak *closed form*, maka diperlukan analisis numerik lebih lanjut dengan metode *Newton Raphson* [4]. Metode *Newton Raphson* digunakan turunan pertama dari fungsi *ln likelihood* fungsi GEV terhadap masing-masing parameternya. Berikut persamaan *Newton Raphson*:

$$\theta_{i+1} = \theta_i - g(\theta_i)H^{-1}(\theta_i) \tag{11}$$

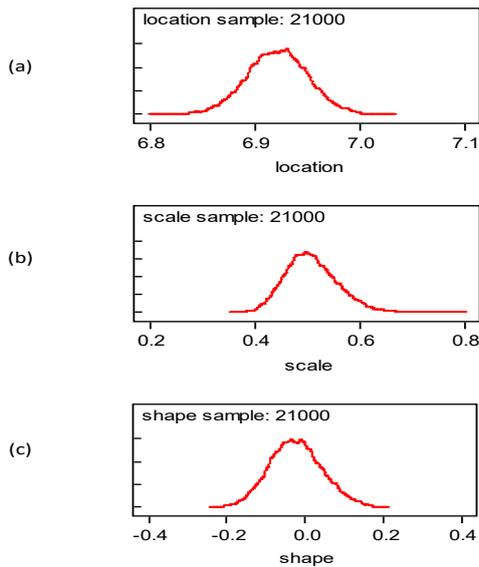
dimana $g(\theta_i)$ merupakan vektor gradien berukuran $1 \times p$ dimana p adalah jumlah parameter dan $H(\theta)$ merupakan matriks *Hessian* berukuran $p \times p$ yang berisi turunan kedua

terhadap masing-masing parameternya. Iterasi *Newton Raphson* memiliki nilai awal θ_0 yang merupakan vector yang elememennya berisi $\hat{\mu}_0, \hat{\sigma}_0, \text{ dan } \hat{\xi}_0$. Nilai estimasi awal disubstitusikan pada vektor gradien dan matriks *Hessian* [5].

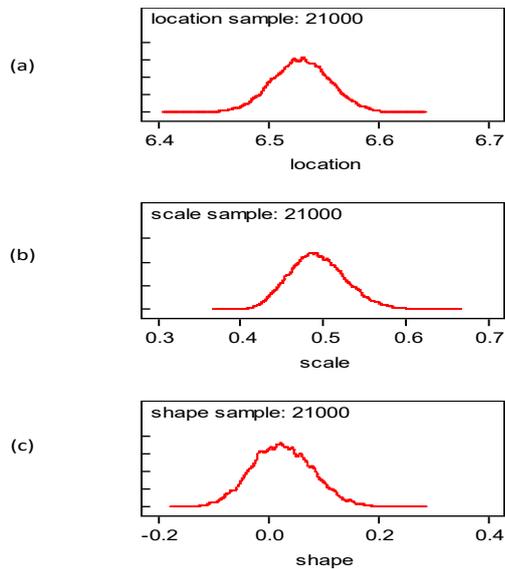
2) Analisis Bayesian

Pendekatan Bayesian merupakan proses pengambilan keputusan berdasarkan informasi baru dari data yang diamati dan pengetahuan sebelumnya. Diasumsikan θ random variabel yang disebut dengan distribusi prior. Terdapat empat macam distribusi prior, *conjugate prior* dan *non conjugate prior*, dimana penentuan prior berdasarkan pola *likelihood* data, *informative prior* dan *non informative prior*, penentuan *prior* yang berdasarkan pada ada atau tidaknya informasi pola distribusi data dari penelitian sebelumnya, *proper prior* dan *improper prior*, penentuan *prior* berdasarkan pada densitas pada tiap titik, apakah terdistribusi secara uniform atau tidak, *pseudo prior*, penentuan *prior* yang pemberian nilainya didasarkan pada hasil elaborasi cara *frequentist* [6].

Pendekatan Bayesian menggunakan informasi yang diperoleh dari penggabungan dari fungsi *likelihood* yang



Gambar 13. Grafik distribusi data *ekstrem magnitude* gempa bumi maksimal dalam 6 bulan masing-masing parameter.



Gambar 14. Grafik distribusi data *ekstrem magnitude* gempa bumi maksimal dalam 3 bulan masing-masing parameter.

diperoleh dari informasi dari data yang diamati y dan informasi dari distribusi prior.

$$f(\theta|y) = \frac{f(\theta)f(y|\theta)}{\int_{\Theta} f(\theta)f(y|\theta)d\theta} \quad (12)$$

Keterangan :

- $f(y|\theta)$: Fungsi *likelihood*
- $f(\theta|y)$: Distribusi posterior
- $f(\theta)$: Distribusi prior

Dalam model yang lebih kompleks parameter θ dapat menyebabkan permasalahan pada integrasi yang rumit. Dapat dilakukan simulasi *Markov Chain Monte Carlo* [2].

Rantai markov merupakan proses stokastik pada $\{\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(T)}\}$ dengan:

$$f(\theta^{(t+1)}|\theta^{(t)}, \dots, \theta^{(1)}) = f(\theta^{(t+1)}|\theta^{(t)}) \quad (13)$$

dimana nilai $\theta^{(t+1)}$ ditentukan berdasarkan pada nilai $\theta^{(t)}$.

Untuk membangkitkan distribusi posterior dimulai dengan menentukan *initial value* $\theta^{(0)}$, kemudian membangkitkan nilai T hingga konvergen. Monte Carlo merupakan metode simulasi berdasarkan sampel acak dari suatu distribusi. Dengan membangkitkan sampel $\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(t)}$ dari distribusi posterior. Dihitung rata-rata sampel dari setiap fungsi dari parameter.

$$\hat{I} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T G(\theta^{(t)}) \quad (14)$$

Simulasi digunakan untuk estimasi dan menggambarkan distribusi posterior dari $G(\theta)$ itu sendiri dengan estimasi dari nilai $G(\theta^{(1)}), G(\theta^{(2)}), \dots, G(\theta^{(T)})$ [7]. Simulasi MCMC dilakukan dengan membangkitkan variabel acak berdasarkan rantai Gibbs Sampling yang merupakan salah satu teknik yang digunakan dalam simulasi MCMC untuk menghasilkan variabel acak dari suatu distribusi tertentu tanpa harus mengetahui fungsi densitasnya. Dengan mensimulasikan sampel yang cukup besar, karakteristik dari fungsi densitas dapat diperoleh [8].

F. Uji Kesesuaian Distribusi

Untuk mengetahui apakah sampel dari sebuah distribusi yang tidak diketahui mengikuti suatu fungsi distribusi tertentu. Berikut hipotesis dari uji *Kolmogorov-Smirnov*.

- H_0 : Data mengikuti suatu distribusi teoritis tertentu $F_0(x)$
- H_0 : Data tidak mengikuti suatu distribusi teoritis tertentu $F_0(x)$

dengan statistik uji:

$$D = \max_{1 \leq i \leq N} \left(F(X_i) - \frac{i-1}{N}, \frac{i}{N} - F(X_i) \right) \quad (15)$$

dimana N adalah banyak data dan i adalah urutan data. Keputusan diambil dengan membandingkan D dengan d tabel *Kolmogorov-Smirnov* [9].

G. Deviance Information Criterion

DIC merupakan metode pemilihan model pengembangan dari AIC yang banyak digunakan untuk model yang lebih kompleks.

$$DIC = D(\bar{\theta}) + 2p_D = \bar{D} + p_D \quad (16)$$

dengan,

$D(\bar{\theta})$: Nilai ekspektasi *deviance posterior*

\bar{D} : Nilai ekspektasi *deviance* atas posterior

dan nilai $p_D = \bar{D} - D(\bar{\theta})$.

Model dengan nilai DIC terkecil adalah model yang lebih baik.

H. Return Level

Merupakan nilai maksimum diharapkan dicapai dalam jangka waktu tertentu. Return level untuk GEV stasioner dinyatakan oleh persamaan.

$$z_p = \begin{cases} \mu - \frac{\sigma}{\xi} [1 - \{-\log(1-p)\}^{-\xi}], & \xi \neq 0, \\ \mu - \sigma \log\{-\log(1-p)\}, & \xi = 0; \end{cases} \quad (17)$$

Sedangkan persamaan *return level* untuk GEV non-stasioner dinyatakan dengan persamaan:

$$z_p = \begin{cases} \mu(t) - \frac{\sigma(t)}{\xi(t)} [1 - \{-\log(1-p)\}^{-\xi(t)}], & \xi(t) \neq 0, \\ \mu(t) - \sigma(t) \log\{-\log(1-p)\}, & \xi(t) = 0; \end{cases} \quad (18)$$

dimana z_p adalah *return level* dan p adalah probabilitas tercapainya z_p [2].

I. Gempa Bumi di Indonesia

Pertemuan antar lempeng yang berpotensi menyebabkan terjadinya aktivitas kegempaan [10]. Pada mulanya skala gempa bumi dikenal dengan *skala richter* atau M_L . Untuk menjangkau daerah yang lebih luas, dikembangkan skala pengukuran lain yang dapat mendeteksi gempa untuk jarak yang lebih luas dengan menggunakan lebih banyak variabel dalam pengukurannya seperti skala M_w , m_b , dan M_S . serta dapat mendeteksi gempa bumi yang memiliki *magnitude* besar. Dalam penelitian ini, skala *magnitude* dikonversi dengan persamaan konversi yang merupakan hasil studi hubungan antar *magnitude* untuk analisis seismisitas di Indonesia. Pada penelitian ini *magnitude* dikonversi ke skala M_w [8] ditunjukkan pada Tabel 1.

III. METODOLOGI PENELITIAN

A. Sumber Data dan Variabel Penelitian

Sumber data dalam penelitian ini adalah data gempa bumi di Indonesia tahun 1990-2021 dari katalog gempa bumi *National Earthquake Information Center - United States Geological Survey*. Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah data *magnitude* gempa bumi. Struktur data pada penelitian ditampilkan pada Tabel 2.

B. Langkah Analitis

Langkah-langkah analisis pada penelitian ini diantaranya yaitu sebagai berikut:

1. Melakukan pengumpulan data
2. Melakukan data *pre processing*
3. Melakukan analisis statistika deskriptif
4. Membagi data dalam menjadi beberapa blok. Dalam penelitian ini terdapat 3 periode waktu dengan masing-masing periode yakni 12 bulan, 6 bulan, dan 3 bulan
5. Memilih sampel nilai ekstrem berdasarkan *magnitude* gempa bumi terbesar tiap blok
6. Melakukan uji stasioneritas data dengan *Mann Kendall trend test*.
7. Melakukan estimasi parameter GEV stasioner jika data tidak terdapat tren.
8. Uji kesesuaian distribusi dengan uji *Kolmogorov Smirnov*.
9. Melakukan estimasi parameter GEV menggunakan Bayesian dengan MCMC.
10. Menentukan model terbaik dengan DIC
11. Menentukan *return level* dengan persamaan *return level* untuk GEV stasioner
12. Menarik kesimpulan

IV. HASIL DAN ANALISIS

A. Karakteristik Data Magnitude Gempa Bumi Tahun 1990-2021 di Indonesia

Dalam penelitian ini, satuan dari *magnitude* dikonversi menjadi *moment magnitude*. Statistika deskriptif dari data *magnitude* gempa bumi tahun 1990-2021 pada Tabel 3.

Nilai kuartil 3 *magnitude* gempa bumi dengan nilai maksimum *magnitude* gempa bumi terdapat perbedaan yang

cukup jauh yang menunjukkan adanya indikasi data ekstrem. Identifikasi adanya nilai ekstrem dapat dilakukan secara visual melalui histogram pada Gambar 2.

Berdasarkan histogram Gambar 2 dapat diidentifikasi adanya pola data *heavy tail* pada data *magnitude* gempa bumi. Dilakukan pengujian normalitas data dengan *normal probability plot* dan uji kesesuaian distribusi *Kolmogorov Smirnov* dengan distribusi normal sebagai distribusi teoritis, Berikut *normal probability plot* dari data *magnitude* gempa bumi.

Berdasarkan Gambar 3 menunjukkan bahwa sebaran data yakni titik-titik berwarna hitam tidak mengikuti garis linier, yang menunjukkan bahwa data *magnitude* gempa bumi tidak berdistribusi normal. Dilakukan uji statistik untuk mengetahui normalitas data dengan uji *Kolmogorov-Smirnov* dengan hipotesis sebagai berikut:

H_0 : Data ekstrem *magnitude* gempa bumi mengikuti distribusi normal

H_0 : Data ekstrem *magnitude* gempa bumi tidak mengikuti distribusi normal

Dari hasil uji *Kolmogorov-Smirnov* diperoleh hasil p – *value* bernilai 0 dan D_{hitung} 0,9990. Dengan sampel sebanyak 49.642 maka nilai D_{tabel} 0,0061. Berdasarkan hasil uji *Kolmogorov-Smirnov* p – *value* < 0.05 atau D_{hitung} > $D_{0,05}$ maka keputusan yang diperoleh adalah tolak H_0 sehingga data *magnitude* gempa bumi di Indonesia antara tahun 1990 sampai 2021 tidak berdistribusi normal.

B. Pemilihan Nilai Ekstrem dengan Block Maxima

Pada penelitian ini digunakan metode *Block Maxima* dengan periode 12 bulan, 6 bulan, dan 3 bulan untuk tiap blok. *Block Maxima* dengan langkah pengambilan sampel data sebagai berikut:

1. Membagi data menjadi beberapa blok. Pada penelitian ini data dibagi menjadi 32 blok untuk model pertama, 64 blok untuk model kedua dan 128 blok untuk model ketiga.
2. Menentukan nilai maksimal pada masing-masing blok.

Pada Gambar 4 ditunjukkan salah satu ilustrasi pemilihan data dengan menggunakan metode *Block Maxima* dengan periode 12 bulan.

C. Uji Stasioneritas Data

Uji stasioneritas pada data ekstrem dapat dilakukan dengan *Mann Kendall Trend Test* dengan hipotesis sebagai berikut:

H_0 : $S = 0$ (Tidak terdapat pola tren pada data ekstrem *magnitude* gempa bumi)

H_0 : $S \neq 0$ (Terdapat pola tren pada data ekstrem *magnitude* gempa bumi)

Tabel 4 menunjukkan hasil uji stasioneritas data *magnitude* gempa bumi. Dari hasil uji yang diperoleh data ekstrem *magnitude* gempa bumi pada masing-masing periode, memiliki nilai p -*value* < α sehingga tidak terdapat pola tren pada sampel data *magnitude* gempa bumi ekstrem di Indonesia. Maka digunakan analisis dengan Distribusi GEV untuk data ekstrem yang stasioner atau tidak memiliki pola tren dalam penelitian ini.

D. Estimasi Parameter Generalized Extreme Value

Estimasi dilakukan dengan *software RStudio* menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation*

(MLE). Diperoleh hasil estimasi parameter GEV pada Tabel 5.

Dari hasil estimasi dengan MLE fungsi distribusi kumulatif dari distribusi GEV untuk 32 sampel nilai ekstrem untuk data maksimum pada periode 12 bulan dengan yakni seperti pada persamaan berikut.

$$G(x) = \exp \left\{ - \left[1 - 0,0860 \left(\frac{x - 7,2593}{0,5144} \right) \right]^{1/0,0860} \right\}$$

Berikut fungsi distribusi kumulatif dari 64 sampel nilai ekstrem. Data berdasarkan pemilihan sampel data maksimum tiap 6 bulan dengan fungsi distribusi kumulatif berikut:

$$G(x) = \exp \left\{ - \left[1 - 0,0288 \left(\frac{x - 6,9230}{0,4938} \right) \right]^{1/0,088} \right\}$$

Selanjutnya merupakan fungsi distribusi kumulatif dari 128 sampel nilai ekstrem *magnitude* gempa bumi untuk pemilihan data maksimum tiap 3 bulan dengan fungsi distribusi kumulatif.

$$G(x) = \exp \left\{ - \left[1 + 0,0227 \left(\frac{x - 6,5301}{0,4855} \right) \right]^{-1/0,0227} \right\}$$

E. Uji Kesesuaian Distribusi

Dilakukan uji Kolmogorov-Smirnov dengan hipotesis pengujian sebagai berikut:

H_0 : Data ekstrem *magnitude* gempa bumi mengikuti suatu distribusi GEV

H_0 : Data ekstrem *magnitude* gempa bumi tidak mengikuti suatu distribusi GEV

Dari hasil uji diperoleh hasil uji pada Tabel 6. Berdasarkan Tabel 6 diperoleh keputusan Gagal Tolak H_0 untuk ketiga periode. Hal tersebut menunjukkan bahwa data ekstrem *magnitude* gempa bumi periode maksimum 12 bulan, 6 bulan, dan 3 bulan mengikuti distribusi GEV.

F. Analisis Bayesian Markov Chain Monte Carlo (MCMC)

Dengan menggunakan *software OpenBugs*, pada Gambar 5 ditunjukkan DAG yang memvisualisasikan hubungan antar parameter pada model digunakan *Directed Acyclic Graph* (DAG).

Analisis Bayesian MCMC dapat dilanjutkan jika *time series plot* dari distribusi posterior yang dihasilkan adalah stasioner dan parameter yang dihasilkan sudah konvergen. *History chain* dari data ekstrem *magnitude* gempa bumi ditampilkan pada Gambar 6, Gambar 7 dan Gambar 8.

Berdasarkan Gambar 6, Gambar 7 dan Gambar 8 masing-masing parameter untuk data ekstrem *magnitude* gempa bumi masing-masing parameter konvergen, memiliki grafik yang saling tumpang tindih dan menyebar secara acak dan stabil antar rantai.

Statistik *Gelman-Rubin* digunakan untuk menilai konvergensi dengan membentuk beberapa rantai dari *initial value* yang *over-dispersed* dengan membandingkan variabilitas didalam rantai dan diantara rantai. Jumlah rantai yang dihasilkan dilambangkan oleh M dengan panjang setiap rantai $2T$ dan lebar rata-rata interval di rantai sejumlah M dilambangkan dengan W . Lebar B diperoleh dari *credible interval* $100(1-a)\%$ berdasarkan sampel MT . Dengan rasio

$R=B/W$ dari *pooled* terhadap rata-rata lebar interval harus lebih besar dari 1 jika *initial value over-dispersed* secara tepat. Nilai tersebut juga cenderung mendekati 1 saat konvergensi didekati. Berikut merupakan output hasil statistik *Gelman-Rubin* dari penelitian ini untuk data ekstrem *magnitude* gempa bumi ketiga periode.

Berdasarkan Gambar 9, Gambar 10, dan Gambar 11, nilai statistik *Gelman-Rubin* berkisar pada angka 1. Hal ini menunjukkan bahwa masing-masing parameter pada tiap periode konvergen.

Penentuan prior disesuaikan dengan bentuk distribusi teoritis dengan parameter yang diperoleh dari *pseudo prior* dari estimasi parameter distribusi GEV dengan metode MLE. Berikut simulasi MCMC diperoleh distribusi tiap parameter.

Berdasarkan Gambar 12, Gambar 13, dan Gambar 14, distribusi parameter *location* dan parameter *scale* mengikuti distribusi normal dan *shape* parameter mengikuti distribusi gamma.

Hasil estimasi parameter *magnitude* gempa bumi memiliki *MC error* yang lebih kecil dari 5% standar deviasi hasil estimasi parameter yang dapat dilihat pada Tabel 7.

G. Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model terbaik dilakukan dengan metode DIC. Dari Tabel 8 diperoleh bahwa model terbaik adalah model dengan blok periode 12 bulan dengan DIC sebesar 58,32.

H. Return Level

Hasil estimasi parameter GEV yang diperoleh pada simulasi MCMC digunakan untuk menentukan nilai *return level* pada Tabel 9.

Pada Tabel 9 menunjukkan estimasi ambang batas maksimum nilai *magnitude* gempa bumi yang terjadi pada periode T dengan peluang kejadian $1/T$. Pada periode 5 tahun dengan probabilitas sebesar $1/5$ ambang batas maksimum kejadian gempa bumi diestimasi sebesar 8,1109 *magnitude*. Pada periode 10 tahun dengan probabilitas sebesar $1/10$ ambang batas maksimum kejadian gempa bumi diestimasi sebesar 8,5768 *magnitude*. Pada periode 20 tahun dengan probabilitas sebesar $1/20$ ambang batas maksimum kejadian gempa bumi diestimasi sebesar 9,0482 *magnitude*. Pada periode 30 tahun dengan probabilitas sebesar $1/30$ ambang batas maksimum kejadian gempa bumi diestimasi sebesar 9,3307 *magnitude*.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

Dari pembahasan pada bab sebelumnya dapat disimpulkan bahwa gempa bumi yang terjadi di Indonesia antara tahun 1990 sampai 2001 sebesar memiliki rata-rata *magnitude* sebesar 4,64. Estimasi parameter data *magnitude* gempa bumi di Indonesia menggunakan GEV berbasis simulasi MCMC menunjukkan hasil yang baik karena nilai *MC Error* dibawah 5% dari standar deviasi. Dengan metode pemilihan model terbaik menggunakan DIC diperoleh model terbaik merupakan periode 12 bulan. Dengan hasil estimasi parameter $\hat{\mu}$ adalah 7,25800; parameter $\hat{\sigma}$ sebesar 0,54080; dan parameter $\hat{\xi}$ adalah -0,07954.

Perhitungan return level dari model terbaik adalah 8,1108 *magnitude* untuk periode 5 tahun yang berdasarkan data historis pernah terjadi di kawasan pulau Sumatera. Hasil perhitungan return level untuk periode 10 tahun adalah

8,5768 *magnitude*, untuk periode 20 tahun 9,0481 *magnitude*, dan 9,3307 *magnitude* untuk periode 30 tahun. Gempa berkekuatan diatas 8,5768 *magnitude* berdasarkan data historis pernah terjadi di kawasan pulau Sumatera bagian utara.

Saran untuk penelitian lebih lanjut yakni dapat dilakukan penelitian dengan menambahkan faktor lain seperti, kedalaman, dan menambahkan adanya faktor segmen patahan gempa, atau keadaan gunung api. Berdasarkan gambaran kejadian gempa dari hasil penelitian, pemerintah, perusahaan asuransi, serta pihak lain yang terkait dapat mempersiapkan perencanaan mitigasi dan manajemen risiko akibat terjadinya gempa bumi.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] S. Rohadi, "Studi seismotektonik sebagai indikator potensi gempabumi di wilayah indonesia," *Jurnal Meteorologi dan Geofisika*, vol. 10, no. 2, 2009, doi: 10.31172/jmg.v10i2.40.
- [2] S. Coles, *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*. Verlag London: Springer Science & Business Media, 2001, ISBN 9781852334598.
- [3] D. Rahmayani and Sutikno, "Analisis curah hujan ekstrim non-stasioner dengan pendekatan block maxima di surabaya dan mojoker," *Jurnal Sains dan Seni ITS*, vol. 8, no. 2, pp. 161–168, 2019, doi: 10.12962/j23373520.v8i2.44133.
- [4] R. E. Situmorang, D. A. I. Maruddani, and R. Santoso, "Pembentukan portofolio saham dengan metode markowitz dan pengukuran value at risk berdasarkan generalized extreme value (studi kasus: saham perusahaan the idx top ten blue 2017)," *Jurnal Gaussian*, vol. 7, no. 2, pp. 212–223, 2018, doi: 10.14710/j.gauss.7.2.212-223.
- [5] Y. D. W. Sari and Sutikno, "Estimasi parameter generalized pareto distribution pada kasus identifikasi perubahan iklim di sentra produksi padi jawa timur," *Jurnal Sains dan Seni POMITS*, vol. 2, no. 2, pp. 2337–3520, 2013.
- [6] M. N. Abdullah, N. Iriawan, and I. Irhamah, "Pendekatan bayesian untuk analisis survival pada kasus demam berdarah dengue pasien RSUD dr. soetomo surabaya," *Jurnal Sains dan Seni ITS*, vol. 9, no. 2, pp. 2337–3520, Feb. 2021, doi: 10.12962/j23373520.v9i2.54448.
- [7] C. Robert and I. Ntzoufras, "Bayesian modeling using WinBUGS," *CHANCE*, vol. 25, no. 2, pp. 60–61, Apr. 2012, doi: 10.1080/09332480.2012.685377.
- [8] G. Casella and E. I. George, "Explaining the gibbs sampler," *Am Stat*, vol. 46, no. 3, pp. 167–174, 1992, doi: 10.1080/00031305.1992.10475878.
- [9] P. P. Oktaviana and Irhamah, "Kolmogorov-smirnov goodness-of-fit test for identifying distribution of the number of earthquakes and the losses due to earthquakes in indonesia," *J Phys Conf Ser*, vol. 1821, no. 1, p. 012045, 2021, doi: 10.1088/1742-6596/1821/1/012045.
- [10] Pusat Studi Gempa Nasional, *Peta Sumber dan Bahaya Gempa Indonesia Tahun 2017*. Bandung: Kementerian Pekerjaan Umum dan Perumahan Rakyat, 2017.