

# Penempatan Optimal Phasor Measurement Unit (PMU) dengan Integer Programming

Yunan Helmy Amrulloh, Rony Seto Wibowo, dan Sjamsjul Anam

Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknologi Industri, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111

E-mail: ronyseto@ee.its.ac.id, anam@ee.its.ac.id

**Abstrak**—*Phasor Measurement Unit (PMU)* merupakan peralatan yang mampu memberikan pengukuran fasor tegangan dan arus secara *real-time*. PMU dapat digunakan untuk monitoring, proteksi dan kontrol pada sistem tenaga listrik. Tugas akhir ini membahas penempatan PMU secara optimal berdasarkan topologi jaringan sehingga sistem tenaga listrik dapat diobservasi. Penempatan optimal PMU dirumuskan sebagai masalah *Binary Integer Programming (BIP)* yang akan memberikan variabel dengan pilihan nilai (0,1) yang menunjukkan tempat yang harus dipasang PMU. Dalam tugas akhir ini, BIP diterapkan untuk menyelesaikan masalah penempatan PMU secara optimal pada sistem tenaga listrik Jawa-Bali 500 KV yang selanjutnya diterapkan dengan penambahan konsep *incomplete observability*. Hasil simulasi menunjukkan bahwa penerapan BIP pada sistem dengan *incomplete observability* memberikan jumlah PMU yang lebih sedikit dibandingkan dengan sistem tanpa konsep *incomplete observability*.

**Kata Kunci** : *Binary Integer Programming (BIP)*, penempatan optimal, *Phasor Measurement Unit (PMU)*

## I. PENDAHULUAN

JARINGAN sistem tenaga listrik dijalankan secara terus menerus dengan batasan tetap pada kondisi stabil. Kebutuhan tenaga listrik yang semakin meningkat akan menambah kerumitan dalam jaringan. Sistem tenaga listrik yang mampu beroperasi secara aman memerlukan pemantauan yang teratur terhadap kondisi pengoperasian sistem. Suatu bus dapat dikatakan *observable* atau terobservasi apabila fasor tegangan pada bus tersebut dapat diukur atau dihitung. Hal tersebut dapat dipenuhi dengan *state estimator* yang pengukurannya pada dasarnya diperoleh dari *Remote Terminal Unit (RTU)* di berbagai gardu induk.

*Phasor Measurement Unit (PMU)* adalah peralatan yang menggunakan penyelarasan sinyal satelit dari *Global Positioning System (GPS)*. PMU mampu mengukur fasor tegangan pada bus yang dipasang PMU serta fasor arus dari semua cabang yang dimiliki oleh bus ini. Hasil pengukuran diberikan secara terus menerus. Kemampuan tersebut menjadikan PMU sebagai peralatan yang dibutuhkan dalam sistem kelistrikan.

Gambaran mengenai kondisi bus pada jaringan tenaga listrik merupakan gambaran dari sistem itu sendiri, yang mana akan membantu operator untuk menerapkan rencana yang tepat dalam mempertahankan kestabilan dari jaringan. Hal tersebut juga akan mengurangi jumlah personel yang bertugas untuk memonitor sehingga akan mengurangi resiko yang disebabkan oleh kerusakan peralatan. Kelengkapan peralatan untuk PMU

yang termasuk perlengkapan untuk komunikasi antar PMU memiliki harga yang relatif mahal. Penempatan yang optimal sangat diperlukan agar didapatkan jumlah PMU seminimal mungkin namun sistem masih mampu terobservasi.

Tugas Akhir ini diterapkan pada sistem tenaga listrik Jawa-Bali 500 KV. *Integer Programming* yang digunakan adalah *Binary Integer Programmig (BIP)*. Parameter untuk penempatan optimal adalah topologi jaringan dari sistem tenaga listrik Jawa-Bali 500 KV. Sehingga mampu mengoptimalkan penempatan PMU pada sistem tenaga listrik Jawa-Bali 500 KV dengan melihat topologi jaringan dari sistem.

## II. PHASOR MEASUREMENT UNIT DAN PENEMPATAN OPTIMALNYA

### A. *Phasor Measurement Unit (PMU)*

PMU merupakan suatu teknologi yang menjadikan sistem tenaga listrik memiliki peralatan pengukur fasor yang selaras dan diperbaharui secara terus menerus (*real-time*). Hal tersebut dapat dilakukan karena menerapkan *Digital Signal Processing (DSP)*, sensor, *Global Positioning System (GPS)* serta teknologi telekomunikasi. DSP mampu mengetahui frekwensi dasar, amplitudo serta sudut fasa dari suatu sinyal. Sensor mampu mendapatkan sampel dari sinyal. Peralatan ini mampu memberikan data sampling dari sinyal tegangan dan yang akan dilakukan 20 sampai 60 kali dalam satu periode.

Suatu gelombang *sinusoidal* dapat direpresentasikan dengan suatu bilangan kompleks yang bisa disebut sebagai fasor. Apabila frekwensi dari sistem tenaga listrik tidak sesuai dengan frekwensi nominalnya maka PMU melakukan pengecekan frekwensi dan memperkirakan periode dari frekwensi dasar. Sudah jelas bahwa sinyal masukan bisa saja memiliki komponen harmonik. PMU akan memisahkan frekwensi dasar dan menemukan representasi fasornya.

Teknik dasar untuk menentukan representasi fasor dari sinyal masukan adalah dengan menggunakan sampel data dari gelombang dan menerapkan *Discrete Fourier Transform (DFT)* untuk menghitung fasornya. Data sampel digunakan untuk merepresentasikan sinyal masukan, maka wajar apabila filter *antialiasing* diterapkan pada sinyal sebelum dilakukan sampling data. Filter *antialiasing* adalah peralatan analog yang membatasi *bandwidth* dari sinyal yang dilewatkan agar kurang dari setengah dari frekwensi sampling (standar Nyquist).

Penyelarasan waktu untuk pengukuran fasor atau *synchrophasor* adalah penyelarasan waktu untuk mendapatkan pengukuran fasor yang selaras pada sistem tenaga listrik yang luas, sehingga semua pengukuran fasor akan memiliki referensi waktu yang sama. Penyelarasan tersebut menggunakan waktu sampling yang diberikan oleh perangkat penerima GPS. Keluaran normal dari PMU adalah tegangan dan arus urutan positif. Hasil pengukuran dari fasor tegangan dan arus pada sistem kelistrikan tersebut diberikan secara terus menerus dan selaras. Saat PMU dipasang pada suatu bus, fasor tegangan pada bus ini serta fasor arus dari semua cabang yang dimiliki oleh bus ini akan terukur, sehingga fasor tegangan dari bus yang terhubung akan dapat dihitung. Teknologi ini mampu menyediakan gambaran kondisi secara tepat dari kondisi operasi jaringan sehingga akan meningkatkan hasil observasi serta sumber informasi mengenai kondisi jaringan.

**B. Binary Integer Programming (BIP) [3]**

*Binary Integer Program* (BIP) adalah adalah suatu program atau metode yang digunakan untuk mendapatkan solusi dari permasalahan. Solusi yang didapat dari BIP adalah suatu vektor yang bernilai biner, yaitu 0 atau 1, yang akan memberikan nilai minimum untuk suatu fungsi atau persamaan linier dengan batasan yang linier. BIP mengacu pada konsep *branch-and-bound*.

Algoritma *branching* atau percabangan ini akan melakukan proses pencarian dalam bentuk *tree* (pohon atau cabang). Pada tahap *branching* ini, algoritma akan memilih variabel  $x_j$  dan menambahkan batasan  $x_j=0$  untuk satu cabang dan  $x_j=1$  untuk cabang lainnya. Proses ini dapat dimisalkan dengan *binary tree* (percabangan biner). Hal ini akan membagi permasalahan menjadi sub-permasalahan yang lebih kecil.

Setelah diperoleh sub-sub permasalahan maka perlu diketahui suatu *bound* atau batasan yang menunjukkan seberapa bagus penyelesaian yang mungkin untuk fungsi tersebut. Seiring dengan bertambahnya cabang pada pencarian dalam *tree*, algoritma ini akan memperbarui batas minimum serta batas maksimum. Batasan ini menjadikan alasan untuk memotong atau tidak meneruskan percabangan yang tidak diperlukan karena memberikan hasil kurang optimal.

**C. Konsep Depth of One Unobservability [4]**

Konsep ini menjelaskan tentang keadaan sistem disebut sebagai *depth of one unobservability* yaitu kondisi dimana sistem memiliki satu bus yang tidak terobservasi. Bus tersebut terhubung dengan dua atau lebih bus yang terobservasi oleh PMU (bukan terobservasi secara langsung). Penempatan PMU akan menyebabkan satu bus yang tidak terobservasi. Dengan adanya konsep ini maka PMU yang dibutuhkan tentu saja akan berkurang.

**D. Penempatan Optimal Phasor Measurement Unit**

Sebuah PMU akan mampu menjadikan bus yang terpasang PMU dan bus yang terhubung menjadi terobservasi. Tujuan dari penempatan optimal PMU dalam suatu sistem tenaga listrik adalah untuk mendapatkan jumlah PMU paling sedikit tetapi sistem masih dapat terobservasi dengan baik.

Penjelasan di atas akan menjadikan masalah penempatan optimal PMU ke dalam masalah yang memiliki tujuan untuk mendapatkan jumlah minimal PMU dengan ketentuan bahwa suatu bus harus mampu dicapai oleh PMU paling tidak satu kali. Penempatan PMU secara optimal akan dibagi ke dalam dua jenis optimasi, yaitu optimasi berdasarkan :

- a. Topologi Jaringan
- b. Topologi Jaringan dan *Depth of One Unobservability*

**E. Penempatan Berdasarkan Topologi Jaringan [2]**

Penempatan optimal PMU dapat dirumuskan sebagai masalah *binary integer programming* seperti berikut :

$$\text{Min } \sum_{k=1}^N x_k \tag{1}$$

$$T_{PMU} X \geq b_{PMU} \tag{2}$$

$$X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_N]^T \tag{3}$$

$$x_i \in \{0, 1\} \tag{4}$$

$$T_{PMU \ k, \ m} \begin{cases} 1 & \text{jika } k = m \\ 1 & \text{jika } k \text{ dan } m \text{ terhubung} \\ 0 & \text{untuk keadaan lainnya} \end{cases} \tag{5}$$

Dimana

$T_{PMU}$  : matrik hubungan antar bus

$X$  : penempatan PMU

$b_{PMU}$  : batasan untuk permasalahan

$N$  : banyaknya bus

Batasan untuk permasalahan,  $b_{PMU}$ , didasarkan pada kondisi bahwa untuk suatu bus dengan cabang yang dimilikinya, maka diantara bus-bus tersebut paling tidak diberikan satu buah PMU.

Untuk mendapatkan batasan dari sistem 7 bus di atas adalah seperti di bawah ini.

$$f(X) \begin{cases} f1 = x_1 + x_2 & \geq 1 \\ f2 = x_1 + x_2 + x_3 + x_6 + x_7 & \geq 1 \\ f3 = x_2 + x_3 + x_4 + x_6 & \geq 1 \\ f4 = x_3 + x_4 + x_5 + x_7 & \geq 1 \\ f5 = x_4 + x_5 & \geq 1 \\ f6 = x_2 + x_3 + x_6 & \geq 1 \\ f7 = x_2 + x_4 + x_7 & \geq 1 \end{cases} \tag{6}$$

Tanda (+) merupakan logika OR dan bilangan 1 di sisi sebelah kanan menunjukkan bahwa paling tidak salah satu variabel dapat muncul pada hasil penjumlahan. Sebagai contohnya pada persamaan untuk bus 5, seperti di bawah ini:

$$f5 = x_4 + x_5 \geq 1 \tag{7}$$

yang berarti bahwa paling tidak terpasang satu PMU pada bus 4 atau bus 5 untuk menjadikan bus 5 dapat terobservasi.

Batasan dalam bentuk vektor  $b_{PMU}$  dari persamaan di atas dapat dituliskan sebagai berikut :

$$b_{PMU} = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]^T \tag{8}$$

**F. Penempatan Berdasarkan Topologi Jaringan dan Depth of One Unobservability [2]**

*Depth of one unobservability* menjelaskan bahwa tidak boleh terdapat dua bus yang terhubung sedangkan kedua bus tersebut sama-sama tidak terobservasi. Rumusan perlu dikembangkan untuk permasalahan seperti di atas karena perlu mempertimbangkan kondisi untuk dua bus yang saling terhubung. Matrik  $T_{PMU}$ , yang merupakan matrik hubungan

$$\text{Min} \quad \sum_{k=1}^N x_k \quad (1)$$

$$T_{PMU} X \geq b_{PMU} \quad (2)$$

antar bus, perlu didefinisikan lagi. Apabila didefinisikan suatu vektor  $Y = T_{PMU} X$ , maka elemen dari vektor  $Y$ , yaitu:

$$y_i = T_{PMU,i} X \quad (9)$$

menunjukkan berapa kali bus ke- $i$  diobservasi oleh PMU.  $T_{PMU,i}$  adalah baris ke- $i$  dari matrik  $T_{PMU}$ . Jumlah total dari  $y_i$  dipengaruhi oleh dua bus yang terhubung oleh suatu line yang paling tidak satu diantaranya terobservasi oleh PMU. Batasan untuk permasalahan ini menjadi:

$$b_l = [1 \ 1 \ \dots \ 1]_{M_l \times 1}^T \quad (10)$$

Variabel  $M_l$  adalah jumlah line pada sistem. Perumusannya menjadi seperti berikut.

$$\text{Min} \quad \sum_{k=1}^N x d_k \quad (11)$$

$$A T_{PMU} X d \geq b_l \quad (12)$$

$$X d = [x d_1 \ x d_2 \ \dots \ x d_N]^T \quad (13)$$

$$x_i \in \{0, 1\} \quad (14)$$

Dimana

$T_{PMU}$ : matrik hubungan antar bus

$X d$  : penempatan PMU

$b_l$  : batasan untuk permasalahan

$N$  : banyaknya bus

$A$  : matrik hubungan antara dua bus oleh suatu *line*

### III. PENEMPATAN OPTIMAL PMU DENGAN BINARY INTEGER PROGRAMMING

#### A. Optimalisasi dengan Binary Integer Programming [2]

Masalah optimalisasi dapat diselesaikan dengan *binary integer programming* yang akan memberikan penyelesaian berupa variabel dengan nilai integer biner, 0 atau 1, sehingga fungsi yang ingin dioptimalkan akan mampu memberikan hasil optimal yang dapat dirumuskan dengan rumus sebagai berikut.

$$\text{Min} \quad \sum_{k=1}^N x_k \quad (15)$$

$$A X \geq b \quad (16)$$

$$X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_N]^T \quad (17)$$

$$x_i \in \{0, 1\} \quad (18)$$

#### B. Pengaplikasian pada Sistem Kelistrikan

Untuk mendapatkan jumlah minimal PMU pada sistem, maka akan digunakan optimasi berdasarkan topologi jaringan serta topologi jaringan dan *depth of one unobservability*.

*Binary integer programming* akan memberikan penyelesaian dalam variabel  $X$  dan  $X d$ . Langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut.

Langkah I : Pembacaan data jumlah bus dan hubungan antar bus.

Langkah II : Penentuan variabel-variabel dalam matrik

Langkah III : Penghitungan jumlah optimal PMU berdasarkan topologi jaringan

Langkah IV : Penghitungan jumlah optimal PMU berdasarkan topologi jaringan dan *depth of one unobservability*.

Langkah V : Pengecekan jumlah optimal PMU.

#### C. Variabel-variabel

Variabel-variabel yang digunakan untuk rumusan penempatan optimal sehingga diperoleh variabel untuk penempatan optimal PMU pada sistem yaitu :

- $T_{PMU}$  : matrik 25 x 25, berisi hubungan antar bus

- $b_{PMU}$  : matrik 25 x 1, semua komponen matrik bernilai 1

- $A$  : matrik 25 x 30, berisi hubungan antara bus dan *line*

- $b_l$  : matrik 30 x 1, semua komponen matrik bernilai 1

Variabel  $b_{PMU}$  yang merupakan batasan untuk pertidaksamaan yang akan menjadi batasan dalam mengoptimalkan fungsi tujuan. Telah dijelaskan bahwa  $b_{PMU}$  merupakan batasan minimum PMU yang harus terpasang untuk bus-bus yang berada dalam satu kelompok pertidaksamaan, yaitu paling tidak terdapat 1 PMU diantara kelompok bus tersebut.

Variabel berikutnya adalah  $T_{PMU}$ , yaitu suatu matrik 25 x 25 yang merupakan pendefinisian dari hubungan antara bus yang satu dengan bus lainnya dalam sistem tenaga listrik.

Variabel  $b_l$  merupakan batasan minimum PMU yang harus terpasang untuk dua buah bus yang terhubung oleh satu *line*. Hal tersebut akan menjelaskan bahwa hanya akan ada satu bus yang tidak terobservasi diantara bus-bus yang terobservasi oleh PMU (bus-bus yang berdekatan dan terhubung dengan bus-bus PMU). Tidak boleh terjadi kondisi dua bus yang berdekatan dan terhubung sedangkan keduanya sama-sama tidak terobservasi oleh PMU. Sehingga paling tidak terdapat sebuah PMU diantara dua bus yang berdekatan dan terhubung oleh suatu *line*.

Variabel  $A$  adalah suatu matrik 25 x 30 yang merupakan pendefinisian dari hubungan antara *line* dengan bus. Maksudnya adalah untuk suatu *line* tertentu, bus mana yang terhubung oleh *line* ini akan dituliskan dalam matrik ini.

#### D. Penempatan Optimal PMU

Pada tahap ini penghitungan jumlah optimal PMU pada sistem akan diketahui dengan memasukkan setiap variabel yang telah didapatkan ke dalam pertidaksamaan batasan (2) dan (12). Persamaan yang perlu dioptimalkan adalah jumlah keseluruhan dari PMU yang terpasang pada sistem. Berikut adalah fungsi tujuan dari pengoptimalan jumlah PMU.

$$\text{Min} \quad \sum_{k=1}^N x_k \quad (1)$$

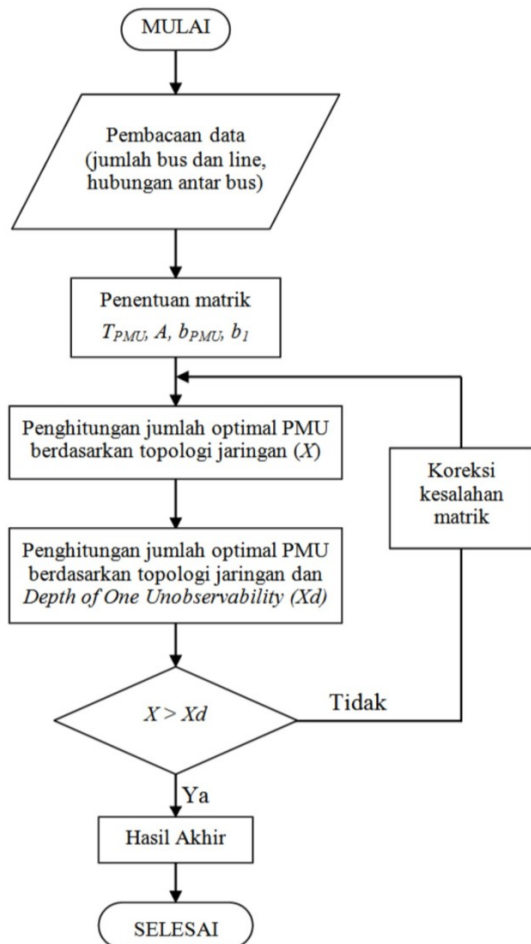
Dimana

$$\sum_{k=1}^N x_k = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N \quad (19)$$

Variabel N adalah banyaknya bus dalam sistem yang pada sistem 500kV Jawa Bali adalah 25 bus. Perumusan di atas akan meminimalkan jumlah PMU yang harus dipasang pada sistem kelistrikan.

*E. Penempatan Optimal Berdasarkan Topologi Jaringan*

Fungsi tujuan dari pengoptimalan untuk sistem ini adalah sebagai berikut:



Gambar. 1. Diagram alir optimasi jumlah PMU

Tahapan yang dilalui adalah meminimalkan jumlah PMU yang terpasang pada bus 1 sampai bus N. Variabel-variabel yang telah didapat di atas kemudian dimasukkan dalam pertidaksamaan (3) untuk penempatan optimal. Variabel X adalah solusi dari persoalan optimasi di atas.

*F. Penempatan Optimal Berdasarkan Topologi Jaringan dan Depth of One Unobservability*

Fungsi tujuan dari pengoptimalan untuk sistem ini adalah sama dengan permasalahan sebelumnya, sebagai berikut:

$$\text{Min} \quad \sum_{k=1}^N x d_k \quad (11)$$

$$A T_{PMU} X d \geq b_I \quad (12)$$

Yaitu meminimalkan jumlah PMU yang terpasang pada bus 1 sampai bus N. Variabel-variabel di atas kemudian dimasukkan dalam pertidaksamaan (12) untuk penempatan optimal. Variabel Xd adalah solusi dari persoalan optimasi di atas.

*G. Pengecekan Jumlah Optimal PMU*

Tahap pengecekan akan melihat hasil yang diperoleh dari perhitungan dalam mendapatkan jumlah optimal PMU yang didasarkan pada topologi jaringan (X) serta topologi jaringan dan *depth of one unobservability* (Xd). Hasil yang diperoleh harus menunjukkan bahwa total pada variabel X harus lebih besar dari Xd karena Xd mengacu pada konsep *depth of one unobservability* yang akan memberikan jumlah PMU yang lebih sedikit.

IV. SIMULASI DAN ANALISIS

*A. Penempatan Optimal Berdasarkan Topologi Jaringan*

Sistem tenaga listrik 500kV Jawa Bali, 25 bus, akan diproses untuk mendapatkan penempatan dan jumlah optimal PMU yang dapat diterapkan pada sistem ini.

Penyelesaian dalam variabel X yang nilainya seperti berikut:

$$X = [0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

Maksud nilai pada variabel X adalah PMU perlu dipasang pada bus 2, 4, 6, 10, 13, 14, 16, 20 dan 21. Diperlukan 9 buah PMU sehingga sistem terobservasi.

Hasil yang diperoleh dari simulasi dianalisis untuk membuktikan bahwa dengan penempatan PMU pada kesembilan bus di atas akan menjadikan semua bus terobservasi sehingga sistem benar-benar terobservasi.

Penempatan PMU pada bus 2, 4, 6, 10, 13, 14, 16, 20 dan 21 akan menjadikan bus lainnya, yaitu bus 1, 3, 5, 7, 8, 9, 11, 12, 15, 17, 18, 19, 22, 23, 24 dan 25, perlu dilihat apakah bus-bus tersebut mampu diobservasi oleh bus-bus yang terpasang PMU. Bus-bus yang terpasang PMU akan mampu menjadikan bus terdekat yang terhubung menjadi terobservasi. Berdasarkan topologi sistem kelistrikan 500kV Jawa Bali, maka dapat diperoleh hasil seperti pada Tabel 1.

*B. Penempatan Optimal Berdasarkan Topologi Jaringan dan Depth of One Unobservability*

Sistem tenaga listrik 500kV Jawa Bali 25 bus ini akan diproses untuk mendapatkan penempatan dan jumlah optimal PMU dengan konsep *depth of one unobservability*.

Penyelesaian dalam variabel Xd yang nilainya seperti berikut:

$$X d = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^T$$

Maksud nilai pada variabel Xd tersebut adalah bahwa PMU perlu dipasang pada bus 5, 8, 14, 21 dan 24. Diperlukan 5 buah PMU untuk membuat sistem terobservasi dengan kondisi *depth of one unobservability*.

Hasil yang diperoleh dari simulasi perlu dianalisis untuk membuktikan bahwa dengan penempatan PMU pada kelima bus di atas akan menjadikan semua bus terobservasi dengan kondisi *depth of one unobservability*. Analisa dilakukan hingga terlihat bus-bus yang tidak terobservasi.

Penempatan PMU pada bus 5, 8, 14, 21 dan 24 akan menjadikan bus lainnya, yaitu bus 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 23 dan 25, perlu dilihat apakah bus-bus tersebut mampu diobservasi oleh bus-bus yang terpasang PMU. Apabila terdapat bus tertentu yang tidak

terobservasi, maka bus yang terdekat dan terhubung dengan bus tersebut harus terobservasi oleh PMU. Berdasarkan hasil simulasi untuk sistem kelistrikan 500kV Jawa Bali, maka dapat diperoleh hasil seperti pada tabel 2.

Tabel 1.  
PMU yang mengobservasi setiap bus pada sistem

Bus ke-	Terobservasi oleh PMU pada bus ke-
1, 2	2
3, 4	4
5	2
6, 7, 8	6
9, 10, 11	10
12, 13	13
14	14, 13, 16, 20
15	14
16, 17	16
18	4
19, 20	20
21, 22	21
23	16
24	4
25	14

Tabel 2.  
PMU yang mengobservasi setiap bus pada sistem

Bus ke-	Terobservasi oleh PMU pada bus ke-
1	24
2	5
3	-
4	24
5	5, 8
6	8
7	5
8	5, 8
9	8
10	-
11	5
12	-
13, 14, 15, 16	14
17	-
18	5
19	-
20	14, 21
21, 22	21
23	-
24	24
25	14

Terdapat lima bus yang tidak terobservasi, yaitu bus 3, 10, 12, 17, 19 dan 23. Bus-bus tersebut perlu dianalisis apakah benar-benar bus dengan kondisi *depth of one unobservability*. Tabel 2 dan 3 menunjukkan bahwa bus-bus yang tidak terobservasi oleh PMU telah memenuhi konsep *depth of one unobservability*.

Tabel 3.  
Pembuktian bus-bus dengan kondisi *depth of one unobservability*

Bus yang tidak terobservasi	Bus tetangga	Kondisi bus tetangga (terobservasi / tidak)
3	4	terobservasi
10	9, 11	terobservasi
12	11, 13	terobservasi
17	16	terobservasi
19	18, 20	terobservasi
23	16, 22	terobservasi

## V. PENUTUP

Dari semua proses yang meliputi studi literatur, penempatan optimal serta simulasi dan analisis, maka terdapat beberapa hal yang dapat disimpulkan terkait tugas akhir ini yaitu:

1. Penempatan optimal PMU berdasarkan topologi jaringan dapat memberikan penempatan dengan jumlah paling optimal serta lokasi yang tepat pada sistem, diperlukan 9 buah PMU sehingga seluruh bagian dari sistem terobservasi.
2. Penempatan optimal PMU berdasarkan topologi jaringan dan disertai konsep *depth of one unobservability* mampu memberikan jumlah PMU yang lebih sedikit karena membiarkan beberapa bus tidak terobservasi oleh PMU, sesuai hasil pada tabel 4, hanya diperlukan 5 buah PMU.
3. Penempatan PMU pada sistem akan dapat menjadikan sistem lebih handal dan stabil karena kondisi sistem dapat terpantau setiap saat.

Untuk lebih meningkatkan keandalan dan stabilitas sistem, maka yang dapat penulis sarankan untuk pengembangan dan penelitian berikutnya adalah dengan memperhatikan kondisi sensitivitas bus dalam sistem tenaga listrik.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Gou B., "Generalized integer linear programming formulation for optimal PMU placement," IEEE Trans. Power Syst., vol. 23, no. 3, Aug. 2008.
- [2] Gou B., "Optimal placement of PMUs by integer linear programming," IEEE Trans. Power Syst., vol. 23, no. 3, pp. 1525-1526, Aug. 2008.
- [3] Hillier, F.S., Lieberman, G.J., "Introduction to Mathematical Programming," McGraw-Hill, 2003.
- [4] Nuqui R.F., Phadke A. G., "Phasor measurement unit placement techniques for complete and incomplete observability," IEEE Trans. Power Del., vol. 20, no. 4, pp. 2381-2388, Oct. 2005.