

Pemodelan Geoid Kota Surabaya Menggunakan Metode *Direct Numerical Integration*, *Fast Fourier Transform*, dan *Least Square Collocation*

Wahyunan Andika, Ira Mutiara Anjasmara
Departemen Teknik Geomatika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)
e-mail: ira@geodesy.its.ac.id

Abstrak –*Earth Gravitational Model 2008* merupakan (EGM2008) model geoid yang didapatkan dengan kombinasi data terestrial, data altimetri dan data gayaberat *airborne*. Pemanfaatan data EGM2008 untuk pemodelan geoid di Indonesia ketelitiannya masih rendah. Dalam memodelkan geoid terdapat 3 metode yaitu *Direct Numerical Integration*, *Fast Fourier Transform* dan *Least Square Collocation*. Kota Surabaya merupakan salah satu kota besar di Indonesia belum memiliki model geoid lokal dikarenakan kurangnya data gayaberat lokal. Tujuan penelitian ini adalah untuk memodelkan geoid Kota Surabaya dengan ketiga metode tersebut dengan menyertakan data gayaberat terestris dan membandingkan hasil geoid ketiga metode tersebut. Metodologi penelitian ini yaitu dengan menggunakan data gayaberat terestris, kemudian diolah menjadi geoid lokal. Data tersebut kemudian di-plot menggunakan aplikasi *Generic Mapping Tools*. Hasil dari model geoid Kota Surabaya dengan kontribusi 143 data gayaberat terestris untuk metode *Direct Numerical Integration* mempunyai nilai maksimal 29.8444 m, nilai minimal 28.3959 m, standar deviasi 0.3206 m, metode *Fast Fourier Transform* mempunyai nilai maksimal 29.8615 m, nilai minimal 28.4094 m, standar deviasi 0.3215 m, dan metode *Least Square Collocation* mempunyai nilai maksimal 29.8785 m, nilai minimal 28.4229 m, standar deviasi 0.3223 m.

Kata Kunci – EGM2008, model geoid, pemodelan geoid

I. PENDAHULUAN

GEOID merupakan bidang eipotensial yang diasumsikan berhimpit dengan muka laut rata-rata dengan mengabaikan dinamika permukaan laut dan merepresentasikan bentuk bumi yang sesungguhnya [1][2]. Nilai undulasi geoid tidak pernah sama di setiap tempat, hal tersebut disebabkan ketidakseragaman sebaran densitas bumi. Nilai undulasi geoid tersebut digunakan untuk memodelkan bentuk geoid yang sebenarnya [1].

EGM2008 merupakan model dari potensial global yang dikembangkan dengan kombinasi kuadrat terkecil dari model gayaberat ITG-GRACE03S dan diasosiasikan dengan matriks kesalahan kovarian. Informasi gayaberat didapatkan dari pengukuran anomali gayaberat *free-air* dengan grid 2.5 menit. Grid tersebut dibentuk dari kombinasi data terestrial, turunan altimetri dan data gayaberat *airborne*. EGM2008 dilengkapi dengan derajat hingga 2160 dan terdiri dari koefisien tambahan hingga 2190[3]. Informasi tinggi ortometrik dapat diturunkan dari data model geoid global, sehingga suatu model geoid global dapat dijadikan suatu acuan dalam penentuan informasi tinggi. Pemanfaatan

EGM2008 untuk pemodelan geoid di Indonesia hanya mampu menghasilkan geoid dengan ketelitian 0.441 m padahal untuk keperluan geodetik, model geoid harus mempunyai ketelitian setara 0.010 m [4][5][6]. Rendahnya ketelitian model geoid di Indonesia dapat disebabkan berbagai faktor, misalnya ketersediaan data gayaberat terestris yang terbatas[6].

Kota Surabaya belum memiliki model geoid yang optimal. Berdasarkan hal tersebut untuk mendapatkan geoid Kota Surabaya perlunya memodelkan geoid menggunakan metode *Direct Numerical Integration*, *Fast Fourier Transform*, dan *Least Square Collocation* dengan data grid $1' \times 1'$ agar Kota Surabaya memiliki model geoid yang baik.

II. METODOLOGI PENELITIAN

A. Lokasi Penelitian

Lokasi penelitian pada penelitian ini adalah Kota Surabaya, yang berada pada koordinat $07^{\circ}11'00''$ – $07^{\circ}21'00''$ Lintang Selatan dan $112^{\circ}36'00''$ – $112^{\circ}54'00''$ Bujur Timur. Berdasarkan data Badan Pusat Statistik Kota Surabaya tahun 2018, Kota Surabaya memiliki penduduk sebanyak 2.87 juta jiwa dan luas wilayah seluas 326.36 km²[7]. Batas-batas Kota Surabaya sebagai berikut:

Sebelah Utara : Selat Madura
Sebelah Timur : Selat Madura
Sebelah Selatan : Kabupaten Gresik
Sebelah Barat : Kabupaten Sidoarjo.

B. Data dan Peralatan

1. Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini yaitu data EGM2008 dengan *degree* 2190 sebagai komponen gelombang panjang dan data gayaberat terestris sebagai komponen gelombang menengah. Data gaya berat terestris harus sudah dikoreksi apungan (*drift*) dan dihitung nilai anomali gayaberat *free-air*. Gambar 1 menunjukkan data gaya berat terestris ini.

2. Peralatan

Peralatan yang digunakan dalam penelitian ini yaitu perangkat lunak MATLAB untuk perhitungan anomali *free-air* dan perhitungan metode *direct numerical integration*, perangkat lunak GRAVSOFTE untuk perhitungan metode *fast fourier transform* dan *least square collocation*, dan perangkat lunak *generic Mapping Tools* untuk *plotting*

model geoid Kota Surabaya berdasarkan ketiga metode tersebut.

C. Metode Penelitian

Dalam penelitian ini tahapan pengolahan data yang dilakukan adalah sebagai berikut,

1. Pengolahan Data Gayaberat

Tahap pertama menghitung nilai koreksi apungan (*drift*) masing-masing titik. Pada gravimeter relatif dengan sistem pegas dilengkapi dengan massa yang tergantung bebas pada ujungnya. Karena sifat elastis pegas, maka sistem pegas tidak kembali pada posisi semula. Koreksi dikarenakan sifat pegas ini dinamakan koreksi apungan (*drift*), dan selalu menunjukkan perubahan setiap waktu dari nilai pembacaan pada titik ukur yang sama [8]. Persamaan dari koreksi *drift* ditunjukkan pada persamaan (1) [8],

$$D_n = \frac{t_n - t_b}{t_{b'} - t_b} x (gb' - gb) \tag{1}$$

keterangan:

- D_n : kesalahan drift
- gb : nilai gayaberat di awal *looping* (mGal)
- gb' : nilai gayaberat di akhir *looping* (mGal)

- t_n : waktu pengambilan data ke-n (jam)
 - t_b : waktu pengambilan data di awal *looping* (jam)
 - $t_{b'}$: waktu pengambilan data di akhir *looping* (jam)
- setelah didapat nilai koreksi drift, maka dijumlahkan dengan nilai gayaberat relatif hasil konversi seperti persamaan (2) [8].

$$g_{relk} = g_{rel} - D_n \tag{2}$$

keterangan:

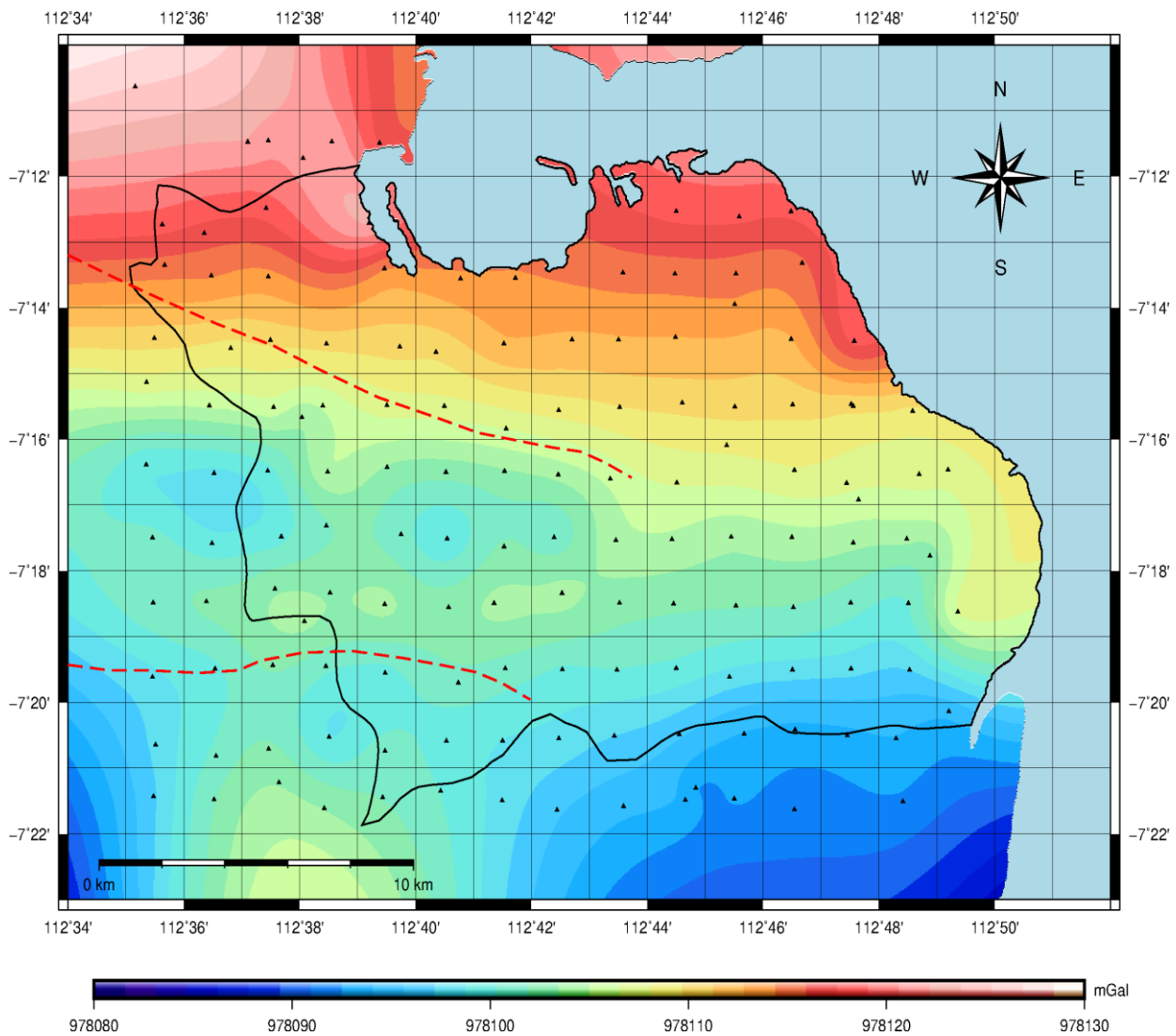
- g_{relk} : gayaberat relatif terkoreksi *drift* (mGal)
- g_{rel} : gayaberat relatif hasil konversi (mGal)
- D_n : koreksi *drift*.

Tahap kedua mengikatkan nilai gayaberat relatif suatu titik ke nilai gayaberat absolut agar menghasilkan nilai gayaberat observasi, seperti persamaan (3) [8].

$$g_{obs} = g_{base} + (g_{relkn} - g_{relbase}) \tag{3}$$

Keterangan:

- g_{obs} : gayaberat observasi di titik pengamatan (mGal)
- g_{base} : gayaberat absolut di titik acuan (mGal)
- g_{relkn} : gayaberat terkoreksi drift di titik n (mGal)



Gambar 1. Persebaran Titik Gayaberat terestris

Tabel 1.

Koreksi *Drift* dan Gayaberat Observasi Tanggal 11 November 2018

Point	Koreksi <i>Drift</i> dan Gayaberat		
	Koreksi <i>Drift</i>	grel terkoreksi	G.observasi
ITSN	0.000	3867.533	978106.504
N3	0.028	3868.562	978107.533
N4	0.046	3860.176	978099.146
N5	0.054	3861.722	978100.693
N6	0.061	3862.373	978101.344
N7	0.068	3859.314	978098.285
N8	0.079	3858.649	978097.619

Point	Koreksi <i>Drift</i> dan Gayaberat		
	Koreksi <i>Drift</i>	grel terkoreksi	G.observasi
N47	0.111	3864.973	978103.944
N54	0.118	3864.898	978103.868
ITSN	0.123	3867.533	978106.504

$g_{rel\ base}$: gayaberat relatif titik acuan awal *loop* (mGal).

Tahap ketiga menghitung koreksi *free-air*, koreksi *free-air* merupakan koreksi akibat perbedaan ketinggian pada titik pengukuran dengan mengabaikan adanya massa yang terletak diantara titik ukur dengan bidang referensi ukuran. Sebagai bidang referensi ukuran digunakan bidang geoid, yaitu bidang ekuipotensial gayaberat, artinya bidang yang mempunyai potensial sama di setiap titiknya [1] [9].

$$\delta g_F = 2\gamma(1 + f + m - 2f\sin^2\phi) \frac{H}{a} + 3\gamma \frac{H^2}{a^2} \quad (4)$$

keterangan:

- δg_F : koreksi *free-air* (mGal)
- H : tinggi ortometrik (m).
- a : *semi major axis*
- γ : gayaberat normal
- f : *flattening*
- m : *centrifugal comparison of gravity at the equator*

Tahap keempat menghitung anomali *free-air* dengan menjumlahkan nilai koreksi *free-air* (untuk elevasi positif) yang dijelaskan pada persamaan (5) [9].

$$\Delta g_F = g_{obs} - \gamma + \delta g_F \quad (5)$$

keterangan:

- Δg_F : anomali gayaberat *free-air* (mGal)
- g_{obs} : gayaberat observasi (mGal)
- γ : gayaberat normal (mGal)
- δg_F : koreksi *free-air* (mGal).

2. Pengolahan Data GPS

Melakukan *post processing* data pengukuran GPS sehingga didapatkan koordinat tiga dimensi (ϕ, λ, h) di tiap titik data gayaberat terestris.

Melakukan proses *gridding* menggunakan perangkat lunak GRAVSOFT untuk metode *fast fourier transform* dan *least square collocation* dan MATLAB untuk metode *direct*

Tabel 2.

Contoh Sampel Hasil Anomali Gayaberat *Free-Air*

<i>longitude</i>	<i>latitude</i>	<i>Free-Air</i>	
		koreksi <i>free-air</i>	anomali <i>free-air</i>
112.794	-7.282	0.979	-7.508
112.812	-7.276	0.531	-7.107
112.793	-7.242	0.830	-0.299
112.793	-7.242	0.563	4.362
112.778	-7.222	0.665	2.916
112.775	-7.241	0.701	-0.467
112.775	-7.258	3.027	1.389
112.759	-7.258	1.971	-0.742
112.775	-7.291	0.433	-10.422
112.776	-7.274	2.414	-2.500
112.808	-7.292	0.277	-11.317
112.792	-7.308	1.085	-12.925

<i>longitude</i>	<i>latitude</i>	<i>Free-Air</i>	
		koreksi <i>free-air</i>	anomali <i>free-air</i>
112.808	-7.308	1.249	-13.195
112.792	-7.325	1.943	-14.799
112.809	-7.325	1.162	-16.901
112.776	-7.340	0.795	-21.621
112.805	-7.343	1.200	-20.536
112.791	-7.342	1.210	-20.819
112.775	-7.325	2.131	-14.140
112.757	-7.327	1.152	-16.060
112.742	-7.325	1.612	-13.427
112.759	-7.309	0.301	-13.518
112.775	-7.309	1.099	-12.130
112.741	-7.241	1.264	0.720
112.742	-7.278	2.111	-4.500
112.740	-7.292	4.411	-2.221
112.741	-7.308	2.868	-8.071
112.743	-7.341	1.436	-18.009

numerical integration sehingga didapatkan koordinat grid ketiga metode tersebut.

3. Ekstraksi Data EGM2008

Mengekstrak data EGM2008 orde 2190 dengan input titik koordinat data gayaberat terestris dan hasil grid. Hasil dari ekstraksi data EGM2008 yaitu data undulasi geoid (N_{GM}) dan anomali gayaberat (ΔG_{GM}).

4. Pemodelan Geoid

Pemodelan geoid menggunakan fungsi *Stokes* [1].

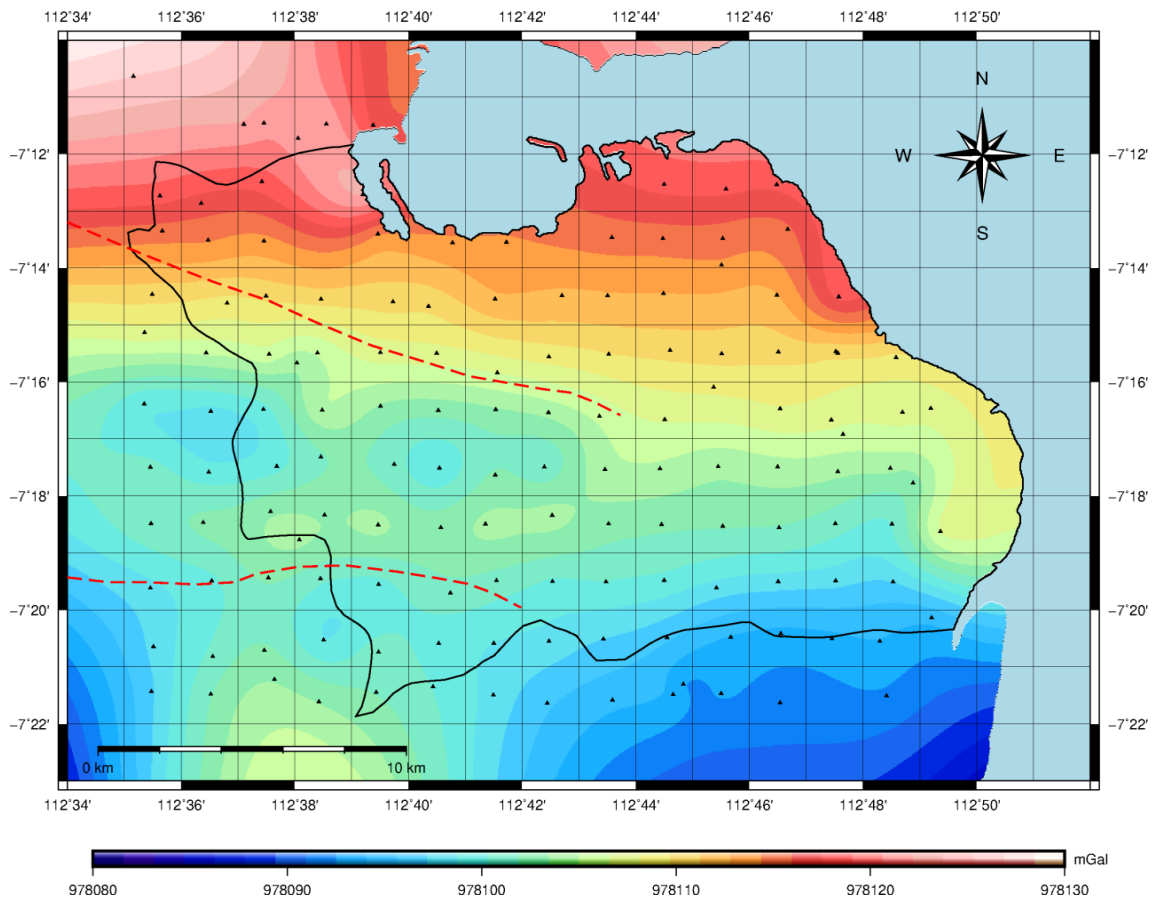
$$N\Delta g = \frac{R}{4\pi\gamma'} \iint_{\sigma} \Delta g_s(\psi) d\sigma \quad (6)$$

keterangan:

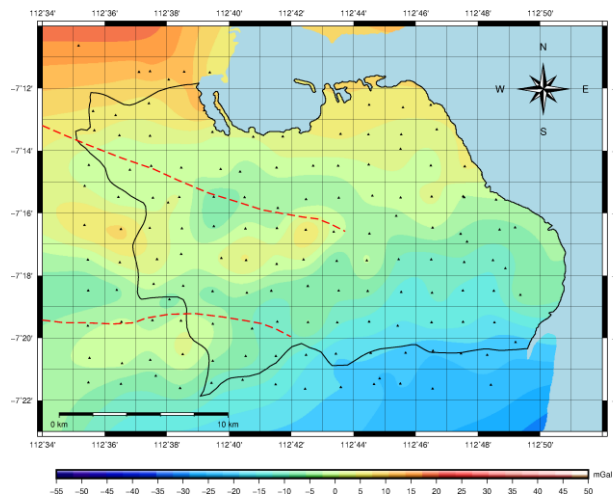
- N : undulasi geoid gravimetrik (m)
- R : diameter bumi (6371008.7714 m)
- γ' : gayaberat normal
- Δg : anomali gayaberat
- $s(\psi)$: *stokes kernel*.

Penelitian ini menggunakan metode *direct numerical integration*, *fast fourier transform* dan *least square collocation*.

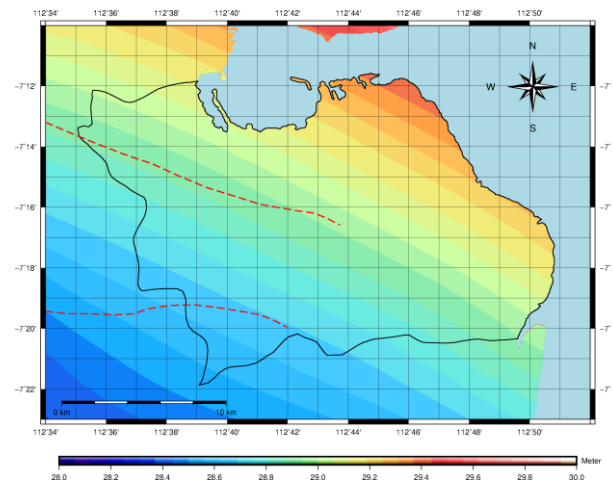
5. Direct numerical integration



Gambar 2. Persebaran Gayaberat Observasi Kota Surabaya



Gambar 3. Anomali Gayaberat Free-Air



Gambar 4. Geoid Kota Surabaya Metode Direct Numerical Integration

Metode ini merupakan metode yang paling sederhana karena dengan mengubah integral Stokes menjadi penjumlahan ganda dan dihitung secara paksa. Hasil yang didapatkan menjadi akurat karena tidak ada modifikasi pada integral Stokes [1] [9].

$$N\Delta g = \frac{R}{4\pi\gamma} \Delta\phi\Delta\lambda \sum \phi' \sum \lambda' \Delta g(\phi', \lambda')s(\psi)\cos\phi' \quad (7)$$

keterangan:

- N : undulasi geoid (m)
- R : diameter bumi (6371008.7714 m)
- γ : gayaberat normal

Δg : anomali gayaberat

$s(\psi)$: stokes kernel

$\Delta\phi$: resolusi grid latitude

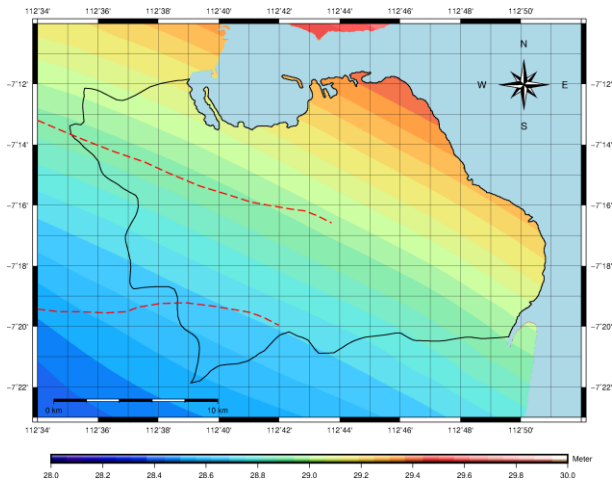
$\Delta\lambda$: resolusi grid longitude

ϕ' : latitude data gayaberat terestris

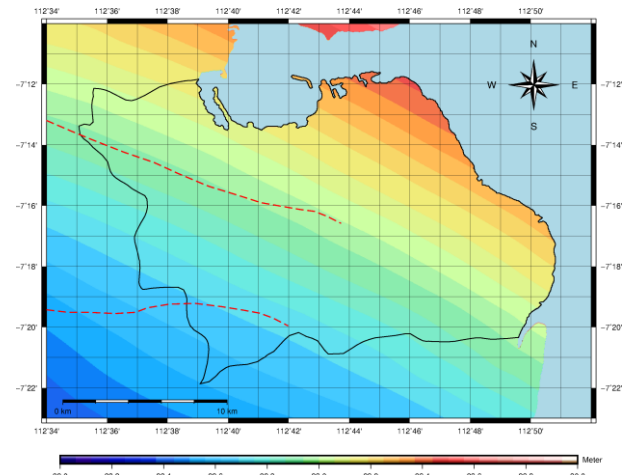
Persamaan (7) hanya mendapatkan tinggi geoid pada satu titik saja untuk mendapatkan geoid pada seluruh titik menggunakan persamaan (8) [1] [9].

$$N(\phi, \lambda) = \sum \phi' \sum \lambda' \{N_{\phi, \lambda}\} \quad (8)$$

6. Fast Fourier Transform



Gambar 5. Geoid Kota Surabaya Metode *Fast Fourier Transform*



Gambar 6. Geoid Kota Surabaya Metode *Least Square Collocation*

Metode ini merupakan metode yang mengubah fungsi *Stokes*, memungkinkan penggunaan *Fast Fourier Transform* untuk mempercepat perhitungan, tetapi mensyaratkan data anomali gayaberat harus tersedia dalam bentuk grid tanpa ada celah grid yang kosong supaya perhitungan integral *Stokes* metode FFT dapat dilakukan.

7. *1D-FFT diatas bidang lengkung*

Versi diskrit dari integral *Stokes* pada bola dapat dinyatakan persis dengan cara konvolusi satu dimensi dalam satu *longitude*[9] [10]:

$$N_{\varphi}(\lambda) = \frac{R}{4\pi\gamma} \Delta\varphi \Delta\lambda F_1^{-1} \left\{ \sum \varphi' F_1[S_{\varphi}(\Delta\lambda)] F_1[\Delta g_{\varphi'}(\lambda') \cos\varphi'] \right\} \quad (9)$$

dimana F_1 merupakan 1D-FFT dan F_1^{-1} adalah *inverse*-nya. Persamaan (9) hanya menghasilkan undulasi geoid sepanjang satu paralel, namun prosedurnya bisa diulangi untuk setiap paralel yang diinginkan.

8. *Least Square Collocation*

Teknik LSC adalah teknik klasik yang digunakan dalam berbagai aplikasi geodesi dan fotogrametri. Dalam pemodelan geoid tahap pertama pada LSC yaitu interpolasi anomali gayaberat dengan persamaan (10) dan kemudian untuk mendapatkan model geoidnya menggunakan persamaan (11) [9] [10].

$$\Delta g_p^* = [C_{P1} C_{P2} \dots C_{Pn}] \begin{bmatrix} \bar{C}_{11} & \dots & \bar{C}_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{C}_{n1} & \dots & \bar{C}_{nn} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta g_1 \\ \vdots \\ \Delta g_n \end{bmatrix} \quad (10)$$

Keterangan:

Δg_p^* : interpolasi rata-rata anomali gayaberat grid

Δg_i : anomali gayaberat yang diukur di permukaan bumi

C_{pi} : vektor kovarian fungsi anomali gayaberat

\bar{C}_{ij} : *error covariance matrix*, matriks identitas digunakan dalam kasus ini karena tidak ada rincian lebih lanjut yang diberikan untuk anomali gravitasi yang diamati

$$N_p = C_{pi} \bar{C}_{ij}^{-1} \Delta g_p^* \quad (11)$$

keterangan:

C_{pi} : vektor kovarian fungsi *signal*

Tabel 3.

Hasil Geoid Model Ketiga Metode

Data	Maks. (m)	Min. (m)	Rerata (m)	Std. Dev. (m)
DNI	29.844	28.395	28.980	0.320
FFT	29.861	28.409	28.996	0.321
LSC	29.878	28.422	29.013	0.322
EGM2008	29.840	28.332	28.926	0.347

\bar{C}_{ij} : *cross covariance matrix*, antara nilai interpolasi dan pengamatan

Δg_p^* : interpolasi rata-rata anomali gayaberat grid

N_p : undulasi geoid

III. HASIL DAN ANALISIS

A. Hasil Perhitungan Koreksi Drift

Hasil perhitungan koreksi *drift* dapat dilihat pada Tabel 1. Nilai koreksi *drift* dipengaruhi oleh waktu, seiring berjalannya waktu pengukuran gravimetrik nilai koreksi *drift* semakin besar (dengan data lama pengukuran kurang 12 jam). Setelah dapat nilai koreksi *drift* kemudian dijumlahkan ke masing-masing nilai gayaberat relatif. Gayaberat relatif yang sudah terkoreksi kemudian diikatkan pada ke nilai gayaberat absolut dan didapatkan gayaberat observasi. Visualisasi gaya berat observasi dapat dilihat pada Gambar 2.

B. Hasil Perhitungan Anomali Gayaberat Free-Air

Adapun hasil perhitungan anomali gayaberat *free-air* dapat dilihat Tabel 2. Nilai anomali *free-air* dipengaruhi oleh ketinggian pada titik pengukuran. Tinggi yang digunakan adalah tinggi ortometrik pendekatan yang dicari dengan mengurangi data tinggi ellipsoid dikurangi dengan nilai undulasi EGM2008 di tiap titik pengukuran. Visualisasi gayaberat observasi dapat dilihat pada Gambar 3.

3. Model Geoid Kota Surabaya

Gambar 4, 5, dan 6 merupakan visualisasi hasil model geoid dari ketiga metode yang disebutkan pada Tabel 3. Sesuai dengan tabel 3, model geoid Kota Surabaya metode *direct numerical integration* memiliki nilai maksimum yaitu

29.844 m yang berada pada Surabaya Utara dan terendah 28.395 m yang berada pada Surabaya bagian Barat Daya dan memiliki standar deviasi 0.320 m, untuk model geoid Kota Surabaya metode fast fourier transform memiliki nilai maksimum yaitu 29.861 m yang berada pada Surabaya Utara dan terendah 28.409 m yang berada pada Surabaya bagian Barat Daya dan memiliki standar deviasi 0.321 m, dan model geoid Kota Surabaya metode least square collocation memiliki nilai maksimum yaitu 29.878 m yang berada pada Surabaya Utara dan terendah 28.422 m yang berada pada Surabaya bagian Barat Daya dan memiliki standar deviasi 0.322 m..

IV. KESIMPULAN

Kesimpulan yang dapat diambil dalam penelitian ini berdasarkan hasil dan analisis yang telah dilakukan sebagai berikut:

1. Nilai Gayaberat di Kota Surabaya berkisar 978091.862 mGal hingga 978125.219 mGal dengan nilai gayaberat terbesar di daerah Surabaya bagian Utara.
2. Anomali gayaberat *free-air* dari data gayaberat terestris berkisar -23.379 mGal hingga 16.554, anomali gayaberat Kota Surabaya banyak yang bernilai negatif.
3. Pemodelan geoid Kota Surabaya metode *direct numerical integration* mempunyai nilai maksimal 29.844 m, nilai minimal 28.395 m, nilai rata-rata 28.980 m, standar deviasi 0.320 m, metode *fast fourier transform* mempunyai nilai maksimal 29.861 m, nilai minimal 28.409 m, nilai rata-rata 28.996 m, standar deviasi 0.321 m dan metode *least square collocation* mempunyai nilai

maksimal 29.878 m, nilai minimal 28.4229 m, nilai rata-rata 29.0133 m, standar deviasi 0.322 m.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] W.A. Heiskanen dan H. Moritz, *Physical Geodesy*. San Fransisco: W.H. Freeman Company (1967).
- [2] X. Li dan H-J. Götze, *Ellipsoid, Geoid, Gravity, Geodesy, and Geophysics*. Berlin: Freie Universität Berlin (2001).
- [3] *EGM2008-WGS84 Version*, National Geospatial-Intelligence Agency (2008). Available URL:http://earthinfo.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/egm08_wgs84.html.
- [4] Ramdani. "Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008)," *Indonesia Journal of Geodesy*, Vol. 78 (2008), 304-313.
- [5] H-S. Yun, "Precision Geoid Determination By Spherical FFT In And Around Korean Peninsula," *Earth Planets Space*, Vol. 51, No. 1 (1999), 13-18.
- [6] B. Triarahmadhana, L.S. Heliani, N. Widjajanti, "Pemodelan Geoid Lokal D. I. Yogyakarta menggunakan Metode Fast Fourier Transform dan Least Square Collocation," *in Proceedings on Geospatial Information Science and Engineering*, Yogyakarta (2014).
- [7] *Statistik Daerah Kota Surabaya 2018*, Badan Pusat Statistik Kota Surabaya, Surabaya (2018).
- [8] C. Widi-permana. "Pemodelan Geoid Kota Surabaya Menggunakan Data Pengukuran Gayaberat Terestris," Final Report, Departemen Teknik Geomatika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, Indonesia (2017).
- [9] M. Anjasmara, *Physical Geodesy*, Departemen Teknik Geomatika Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, Indonesia (2019).
- [10] M. Siphwe, "A Comparison Performance of the Least Square Collocation and the Fast Fourier Transform for Gravimetric Geoid Determination," Master Thesis Report, University of Cape Town, Cape Town, South Africa (2016).