

# Swing-Up menggunakan *Energy Control Method* dan Stabilisasi Menggunakan *Fuzzy-LQR* pada *Pendulum Cart System*

Agus Lesmana, Trihastuti Agustinah

Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknologi Industri, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111 Indonesia

e-mail: agus.lesmana10@mhs.ee.its.ac.id, trihastuti@elect-eng.its.ac.id

**Abstrak**—*Pendulum Cart System* adalah suatu plant yang terdiri dari batang pendulum yang menggantung dan bersumbu pada kedua sisi kereta yang dapat bergerak pada suatu lintasan dengan sumbu vertikal. *Pendulum Cart System* merupakan salah satu sistem nonlinear yang sering digunakan untuk pengujian berbagai metode kontrol. Makalah ini membahas desain sistem kontrol *swing-up* dengan menggunakan *energy control method*. Setelah melakukan *swing-up*, *Pendulum Cart System* distabilkan pada posisi 0 radian dengan menggunakan *Fuzzy Linear Quadratic Regulator (LQR)*. Model nonlinear *Pendulum Cart System* direpresentasikan dalam model fuzzy Takagi-Sugeno untuk beberapa titik kerja, kemudian kontroler *state feedback* disusun dengan konsep *Parallel Distributed Compensation (PDC)* menggunakan *Linear Quadratic Regulator (LQR)*. Hasil simulasi serta implementasi menunjukkan bahwa *Pendulum Cart System* mampu melakukan *swing-up* dan stabilisasi walaupun diberikan gangguan pada saat stabilisasi.

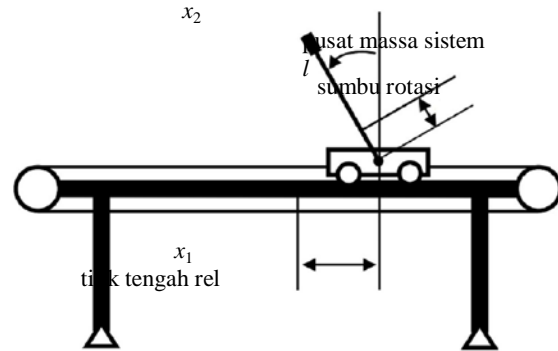
**Kata Kunci**—*Energy Control Method*, fuzzy Takagi-Sugeno, *Pendulum Cart System*, *swing-up*, *Linear Quadratic Regulator (LQR)*.

## I. PENDAHULUAN

*Pendulum Cart System* merupakan plant yang seringkali digunakan untuk menguji metode-metode kontrol. Plant ini bersifat non-linear dan tidak stabil sehingga untuk mengaplikasikan metode kontrol yang ada, perlu direpresentasikan ke dalam model linear terlebih dahulu [5].

Permasalahan kontrol pada *Pendulum Cart System* umumnya ada tiga permasalahan yaitu: *swing-up*, stabilisasi, dan *tracking*. *Swing-up* adalah proses mengayunkan batang pendulum dari posisi menggantung (pendan) ke posisi terbaliknya. Stabilisasi adalah usaha yang dilakukan untuk menjaga batang pendulum tetap dalam posisi terbalik. *Tracking* adalah usaha yang dilakukan untuk memaksa *Pendulum Cart System* bergerak mengikuti sinyal referensi dengan tetap mempertahankan batang pendulum tetap dalam posisi terbaliknya.

Pada makalah ini, dijelaskan perancangan gabungan kontrol *swing-up* dan stabilisasi untuk *Pendulum Cart System* yang mengkombinasikan *Energy Control Method* [1]-[2] dan *Linear Quadratic Regulator (LQR)* [3] berbasis fuzzy Takagi-Sugeno (T-S). Kontroler fuzzy digunakan untuk menghasilkan sinyal kontrol pada setiap daerah kerja yang berbeda. Untuk merepresentasikan sistem nonlinear pada *Pendulum Cart System* digunakan model fuzzy Takagi-Sugeno (T-S) [4].



Gambar 1 Model fisik *pendulum cart system*

Dengan menggunakan model T-S, sistem nonlinear global digambarkan sebagai beberapa model linear yang mewakili untuk setiap daerah operasi yang berbeda. Model keseluruhan sistem merupakan perpaduan antara model-model linear tersebut.

Pada makalah ini, dijelaskan desain sebuah kontrol *swing-up* dan stabilisasi *pendulum cart system* yang mengkombinasikan kontrol *energy control method* dan fuzzy LQR menjadi suatu kesatuan sistem kontrol. Kontroler fuzzy LQR digunakan untuk stabilisasi *pendulum cart system* setelah proses *swing-up*.

## II. PENDULUM CART SYSTEM

*Pendulum Cart System* terdiri dari sepasang batang pendulum yang bersumbu pada kedua sisi sebuah kereta yang dapat bergerak secara horisontal dengan panjang lintasan yang terbatas. Kereta digerakkan oleh motor DC yang dihubungkan dengan *belt*. Untuk menggerakkan kereta dalam arah horisontal (ke kiri dan ke kanan) plant *Pendulum Cart System* menggunakan motor DC yang dihubungkan dengan *belt*. Model fisik *pendulum cart system* ditunjukkan pada Gambar 1.

Persamaan *state Pendulum Cart System* adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_3 \\ \dot{x}_2 &= x_4 \\ \dot{x}_3 &= \frac{a(u - T_c - \mu x_4^2 \sin x_2) + l \cos x_2 (\mu g \sin x_2 - f_p x_4)}{J + \mu l \sin^2 x_2} \\ \dot{x}_4 &= \frac{l \cos x_2 (u - T_c - \mu x_4^2 \sin x_2) + \mu g \sin x_2 - f_p x_4}{J + \mu l \sin^2 x_2} \end{aligned} \quad (1)$$

dengan

$$a = l^2 + \frac{J}{m_c + m_p} \text{ dan } \mu = (m_c + m_p)l$$

Pendulum Cart System memiliki 4 state (2 state asli dan 2 state turunan) yaitu  $x_1, x_2, x_3$  dan  $x_4$ . Dengan  $x_1$  adalah posisi kereta (jarak terhadap pusat lintasan),  $x_2$  adalah jarak sudut antara vertikal tegak dengan jatuhnya posisi batang pendulum,  $x_3$  adalah kecepatan kereta yang merupakan turunan dari state  $x_1$  dan  $x_4$  adalah kecepatan sudut batang pendulum yang merupakan turunan dari state  $x_2$ .

Massa kereta dan massa batang pendulum dinyatakan dengan  $m_c$  (kg) dan  $m_p$  (kg) serta  $g$  merupakan percepatan gravitasi ( $m/detik^2$ ). Jarak dari sumbu rotasi ke pusat massa Sistem Pendulum-Kereta adalah  $l$  (m). Momen inersia Sistem Pendulum-Kereta terhadap pusat massa adalah  $J$  ( $kg.m^2$ ). Gaya gesek kereta terhadap rel dinyatakan dengan  $T_c$  (N) dan  $f_p$  adalah konstanta gesek pendulum ( $kg.m^2/detik$ ). Parameter sistem yang digunakan dalam makalah ini adalah sebagai berikut [10]:  $m_c = 1,12$  kg;  $m_p = 0,12$  kg;  $l = 0,0167903$  m;  $J = 0,0135735$   $kg.m^2$ ;  $f_p = 0,000107$   $kg.m^2/detik$ .

### III. DESAIN KONTROL SWING-UP DAN STABILISASI

#### A. Energy Control Method

Energy Control Method prinsipnya sama seperti kontrol *on-off*, sehingga pada penerapannya *energy control* hanya berbentuk positif atau negatif sinyal kontrol ( $U$  atau  $-U$ ). Pada penelitian sebelumnya, *energy control method* ini dilakukan oleh Astrom [1] dengan persamaan energinya sebagai berikut:

$$E = \frac{1}{2} J(\dot{\theta}^2) + mgl(\cos\theta - 1) \tag{1}$$

Persamaan tersebut merupakan hasil penjumlahan dari energi kinetik pendulum dan energi potensial dari pendulum tersebut. Setelah itu muncul penelitian yang dilakukan oleh Tomohide Maeba [2] tentang *energy control*, penelitian yang dilakukan ini didapatkan persamaan energi yang baru yaitu:

$$E = \frac{1}{2} (J + ml^2)\dot{\theta}^2 + mgl(\cos\theta - 1) \tag{2}$$

Setelah didapatkan persamaan energinya, maka didesain formulasi yang nantinya digunakan untuk mendesain energi yang digunakan untuk *swing-up* kontroler dengan menggunakan stabilitas *Lyapunov*. Formulasi *Lyapunov* untuk mendapatkan energi yang tepat adalah.

$$V = \frac{1}{2} E^2 + \alpha(1 - \cos^3\theta) \tag{3}$$

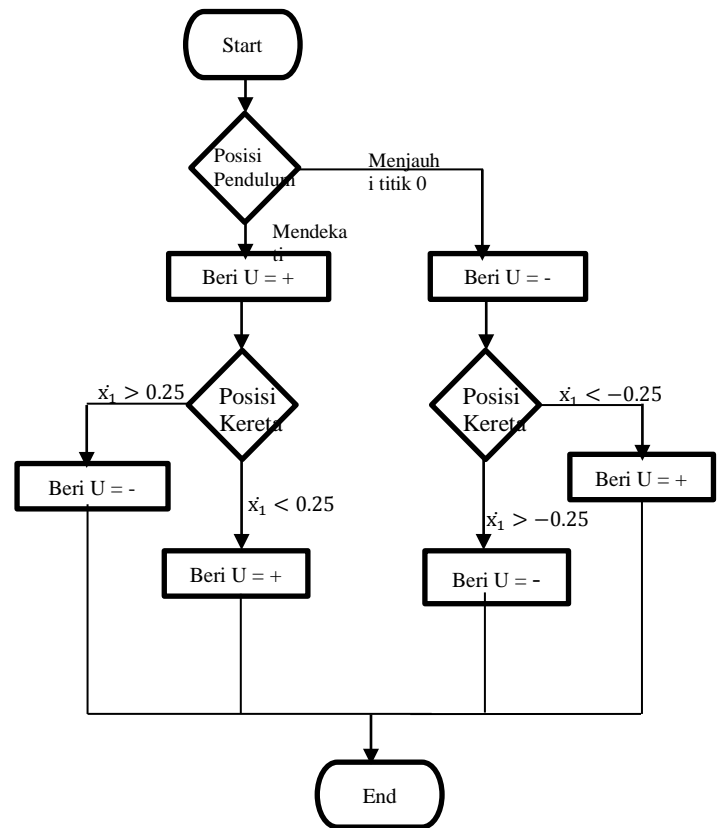
Dengan kondisi :

- $\alpha(1 - \cos^3\theta) = 0$  (pada saat posisi tegak/di titik stabilnya)
- $\alpha(1 - \cos^3\theta) > 0$  (lainnya/pada saat belum berada di titik stabil)

Sehingga dengan teori stabilitas *Lyapunov* didapatkan sinyal kontrol ( $U$ ):

- $U\theta_{11} = U_0 \text{sign}(E\dot{\theta}\cos\theta)$
- $U\theta_{12} = U_0 \text{sign}(E\dot{\theta}\cos\theta) + U_1 \text{sign}(-\dot{\theta}\cos\theta)$

Karena *Pendulum Cart System* ini dibatasi oleh panjang



Gambar 2 flowchart pemberian algoritma lintasan yang terbatas hanya 0,5m ke kiri dan 0,5 m ke kanan maka perlu ditambahkan algoritma agar kereta tidak keluar lintasan pada saat melakukan proses swing-up, flowchart pemberian algoritma dapat dilihat pada Gambar 2.

#### A. Fuzzy-LQR

Dinamika model *fuzzy* Takagi-Sugeno mampu merepresentasikan hubungan linier masukan-keluaran dari sistem yang nonlinier. Salah satu contohnya adalah pada penggunaannya untuk sistem dinamika linier. Aturannya adalah sebagai berikut

**If**  $z_1(t)$  adalah  $F_{i1}$  **and** ... **and**  $z_g(t)$  adalah  $F_{ig}$   
**Then**  $\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t)$   
 $y(t) = C_i x(t)$   
 $i = 1, 2, \dots, r$  (4)

Untuk kontroler *fuzzy*, proses pembobotan dan defuzzifikasinya sama. *Gain* kontrol  $K$  dapat dicari dengan metode optimal *Linear Quadratic Regulator* (LQR). Untuk kontroler *fuzzy*, bentuk aturannya menjadi

**If**  $z_1(t)$  adalah  $F_{i1}$  **and** ... **and**  $z_g(t)$  adalah  $F_{ig}$   
**then**  $u(t) = -K_i x$   $i = 1, 2, \dots, r$  (5)

keluaran akhir dari kontroler *fuzzy* adalah

$$u(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) K_i x(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i K_i x(t) \tag{6}$$

Setelah melakukan proses *swing-up*, maka batang pendulum akan ditangkap oleh kontrol stabilisasi. Kontrol stabilisasi yang digunakan dalam makalah ini adalah kontrol *Linear*

**Quadratic Regulator (LQR).**

Dalam makalah ini menggunakan

$$Q = \begin{bmatrix} 10000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ dan } R = [1]$$

Kontrol stabilisasi pada makalah ini menggunakan dua titik kerja yaitu  $x_2^*=0$  rad,  $x_2^*=\pm 0,2$  rad.

Dengan menggunakan Algebraic Riccati Equation (ARE) didapatkan dua K yang didapatkan dari hasil linearisasi dari dua titik kerja Pendulum Cart System

Untuk titik kerja pertama (pada  $x_1^*=0$  rad) :

$$x^* = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \text{ dan } u^* = 0$$

sehingga diperoleh:

$$\dot{x} = A_1x + B_1u$$

dengan

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0,25256 & 0 & -0,00013 \\ 0 & 15,04211 & 0 & -0,00791 \end{bmatrix}; B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,82722 \\ 1,23699 \end{bmatrix}$$

Didapatkan matriks **K1** yaitu

$$K1 = [-100.0000 \ 260.0679 \ -71.1049 \ 65.2010]$$

Untuk titik kerja kedua (pada  $x_2^*=0,2$  rad):

$$x^* = [0 \ \pm 0,2 \ 0 \ 0]^T \text{ dan } u^* = 0$$

diperoleh

$$\dot{x} = A_2x + B_2u$$

dengan

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0,2319 & 0 & -0,0001 \\ 0 & 14,6974 & 0 & -0,0079 \end{bmatrix}; B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,8264 \\ 1,2111 \end{bmatrix}$$

Dan didapatkan matriks **K2** yaitu

$$K2 = [-100.0000 \ 263.2904 \ -71.6055 \ 66.7828]$$

Setelah didapatkan kedua **K** dari dua titik linearisasi, digunakan fuzzy T-S untuk menentukan **K** mana yang digunakan saat proses stabilisasi berlangsung. Membership function yang digunakan dalam aturan fuzzy hanya membership untuk posisi sudut pendulum.

Membership function yang digunakan adalah membership function type *gauss* dengan *variance* bernilai 0,08 dan *mean* bernilai 0. Karena pada makalah ini hanya menggunakan 2 aturan saja, yaitu aturan 1 pada saat kondisi sudut 0 radian, dan aturan 2 pada saat kondisi sudut  $\pm 0,2$  radian, maka *grade Membership Function* dapat ditunjukkan pada Gambar 3.

Aturan-aturan yang digunakan ada 2 macam, yaitu aturan untuk *plant* dan aturan untuk kontroler. Aturan-aturan untuk *plant* adalah :

Aturan 1 untuk *plant*:

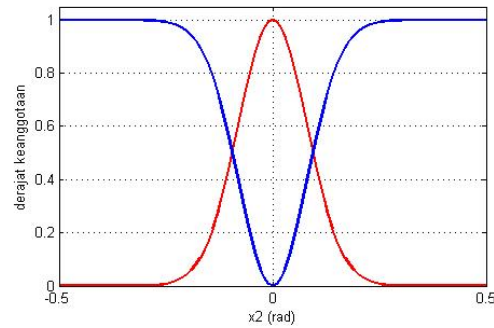
IF  $x_2$  adalah  $F_1$  (sekitar 0 radian)

THEN  $\dot{x} = A_1x + B_1u$  (7)

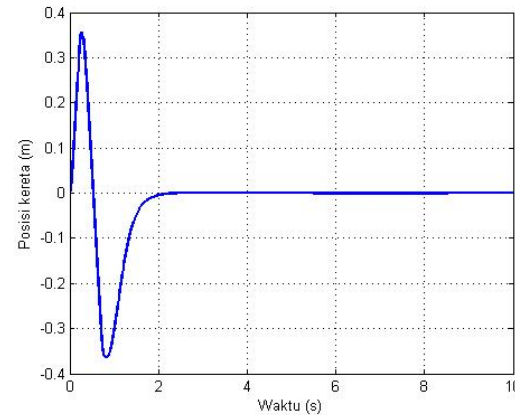
Aturan 2 untuk *plant*:

IF  $x_2$  adalah  $F_2$  (sekitar  $\pm 0, 2$  radian)

THEN  $\dot{x} = A_2x + B_2u$  (8)



Gambar 3 Membership Function Posisi Sudut Pendulum



Gambar 4 Respon Posisi Kereta pada Simulasi

Selanjutnya, untuk menentukan parameter kontroler digunakan metode *Parallel Distributed Compensation* (PDC). Dalam PDC, tiap-tiap aturan kontrol dirancang berdasarkan aturan *plant* yang bersesuaian. Dari aturan *plant* pada Persamaan (7) dan (8), dapat dirancang aturan- aturan kontroler yang dibangun melalui PDC sebagai :

Aturan 1 untuk kontroler:

IF  $x_2$  adalah  $F_1$  (sekitar 0 radian)

THEN  $u = -K_1x$  (9)

Aturan 2 untuk kontroler:

IF  $x_2$  adalah  $F_2$  (sekitar  $\pm 0, 2$  radian)

THEN  $u = -K_2x$  (10)

Hasil untuk sinyal kontrol secara keseluruhan dapat ditulis sebagai

$$u = -(\mu_1K_1 + \mu_2K_2)x$$
 (11)

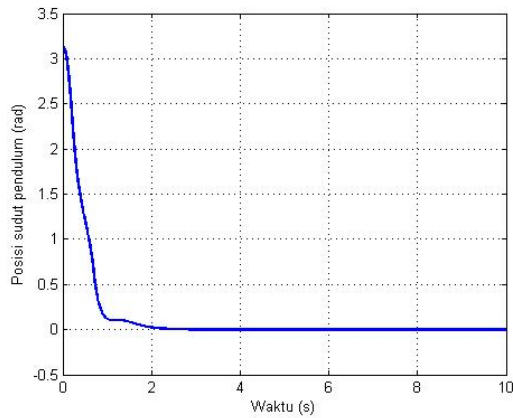
dengan  $\mu_1$  adalah pembobot dari aturan 1, dan  $\mu_2$  adalah pembobot dari aturan 2.

**IV. HASIL SIMULASI DAN IMPLEMENTASI**

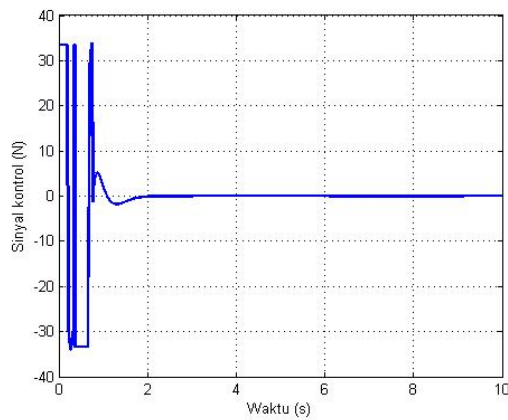
**A. Simulasi**

Simulasi dilakukan dengan kondisi awal batang pendulum pada sudut  $\pi$  rad atau pada saat batang pendulum menggantung. Sedangkan kondisi awal untuk posisi kereta, kecepatan kereta, dan kecepatan sudut pendulum adalah 0 rad. Pada simulasi ini, nilai  $U_0$  dan  $U_1$  yang diberikan adalah 4,3.

Dalam Gambar 4 dapat kita lihat bahwa waktu yang dibutuhkan untuk melakukan proses swing-up adalah sekitar  $\pm 2,2$  s . Terlihat bahwa dalam melakukan proses swing-up ini, kereta bergerak ke kanan sebanyak 1 kali dan ke kiri sebanyak



Gambar 5 Respon Posisi Sudut Pendulum pada Simulasi



Gambar 6 Sinyal Kontrol pada Simulasi

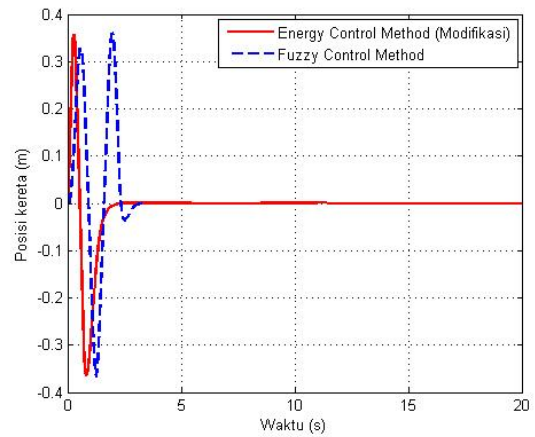
1 kali untuk mengayunkan batang pendulum ke posisi terbaliknya. Pertama kereta bergerak ke kanan sejauh  $\pm 0,35$  m lalu kereta bergerak ke kiri sejauh  $\pm 0,36$  m dan akhirnya kereta bergerak ke kanan mendekati 0 m lalu kereta stabil dan batang pendulum berada pada posisi terbaliknya (0 radian). Gambar 5 menunjukkan respon posisi sudut pendulum dalam satuan radian. Terlihat bahwa batang pendulum stabil pada 0 radian setelah  $\pm 2,3$  s.

Berdasarkan Gambar 4 dan Gambar 5, terlihat bahwa controller yang dirancang mampu mengontrol *plant* untuk melakukan proses *swing-up* dan mampu menstabilkan batang pendulum pada posisi 0 radian. Untuk sinyal kontrol yang dibutuhkan untuk mengontrol *plant* ini dalam melakukan proses *swing-up* dapat dilihat pada Gambar 6. Dalam melakukan proses *swing-up*, respon sinyal kontrol maksimal dan minimal berturut-turut adalah  $\pm 33,54$  N. Lalu pada saat stabilisasi sinyal kontrol yang dihasilkan adalah 0 N.

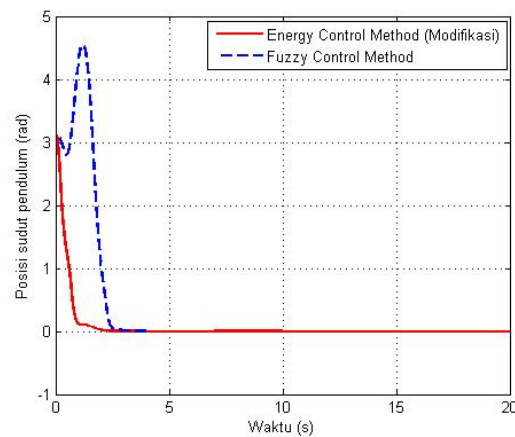
**B. Perbandingan Hasil Simulasi Swing-up dengan Beberapa Metode**

Dapat dilihat pada Gambar 7 perbandingan respon posisi kereta antara proses *swing-up* yang menggunakan *energy control method* dan menggunakan metode *fuzzy* [8].

Terlihat bahwa dengan menggunakan metode *fuzzy* pergerakan kereta untuk melakukan proses *swing-up* menjadi lebih banyak yaitu 2 kali ke kanan dan 2 kali ke kiri dengan puncaknya pada posisi positif 0,36 m dan negatif 0,366 m dan



Gambar 7 Perbandingan Respon Kereta antara *Energy Control Method* modifikasi dan *Fuzzy*

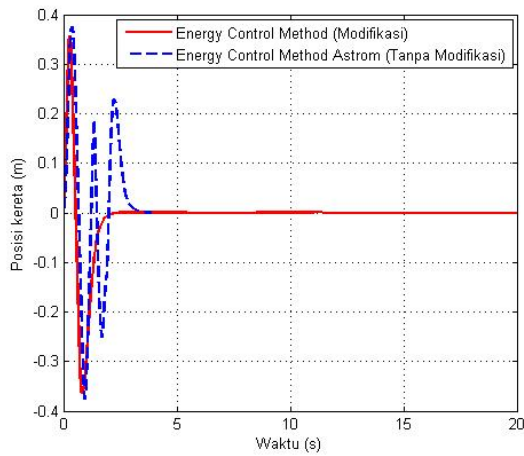


Gambar 8 Perbandingan Respon Sudut Pendulum antara *Energy Control Method* modifikasi dan *Fuzzy*

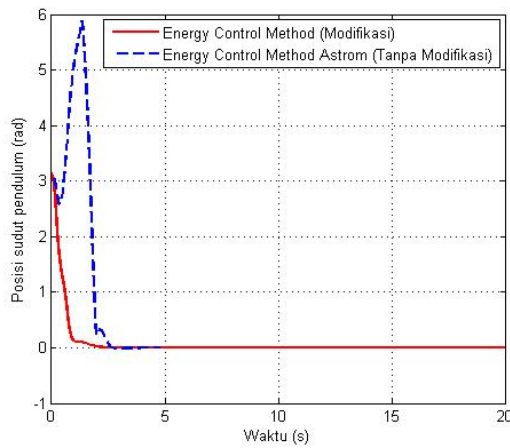
waktu stabilnya adalah  $\pm 3,2$  s. Sedangkan *energy control method* dengan modifikasi cukup dengan pergerakan kereta 1 kali ke kanan dan 1 kali ke kiri dengan waktu stabil yang dibutuhkan  $\pm 2,2$  s.

Untuk perbandingan respon sudut pendulum dapat dilihat pada Gambar 8. Terlihat dengan menggunakan metode *fuzzy* terdapat *overshoot* sampai 4,5 rad setelah itu batang pendulum menuju posisi 0 rad dalam waktu  $\pm 2,73$  s dan respon posisi batang pendulum dengan menggunakan *energy control method* tidak terdapat *overshoot*, batang pendulum langsung menuju 0 rad dan tidak terdapat *overshoot* sama sekali, batang pendulum langsung menuju 0 rad pada waktu  $\pm 2,3$  s.

Untuk perbandingan respon posisi kereta dan respon posisi sudut batang pendulum antara *energy control method* tanpa modifikasi [1] atau yang dikembangkan oleh Astrom dan *energy control method* modifikasi yang dijadikan topik untuk makalah ini, dapat dilihat pada Gambar 9 dan Gambar 10.



Gambar 9 Perbandingan Respon Posisi Kereta antara *Energy Control Astrom* dan *Energy Control Method* modifikasi



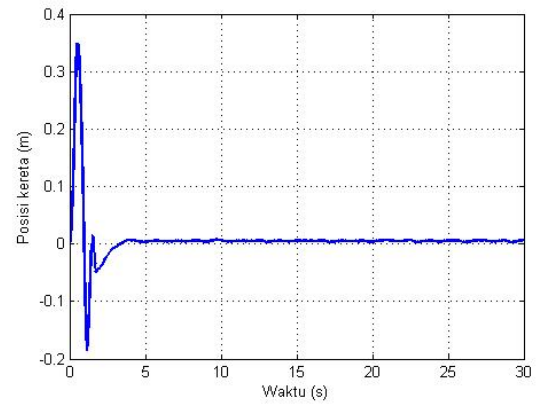
Gambar 10 Perbandingan Respon Posisi Sudut Pendulum antara *Energy Control Astrom* dan *Energy Control Method* Modifikasi

**C. Implementasi**

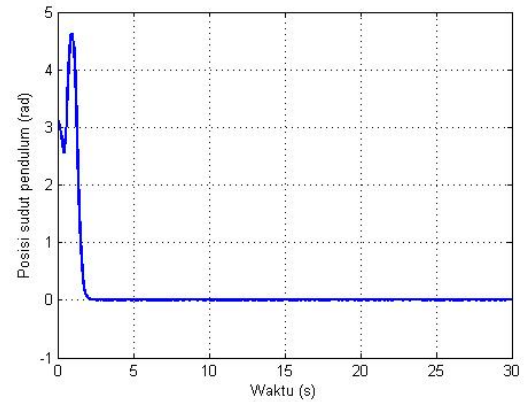
Dapat dilihat respon posisi kereta dalam melakukan proses *swing-up* pada Gambar 11, kereta bergerak pertama kali ke kanan pada posisi  $\pm 0,343$  m kemudian ke kereta bergerak ke kiri pada posisi  $\pm 0,1857$  m dan bergerak lagi ke kanan pada posisi  $\pm 0,01$  m kemudian bergerak ke kiri pada posisi  $\pm 0,048$  m dan akhirnya stabil pada posisi 0. Waktu yang dibutuhkan untuk melakukan proses *swing-up* adalah  $\pm 3,9$  s. Pada Gambar 4.12 dapat dilihat respon posisi sudut pendulum yang berayun sebanyak 2 kali untuk mencapai sudut 0 radian dengan ayunan maksimal pada posisi 4,62 rad dan mulai stabil pada 0 rad setelah  $\pm 2,3$  s.

Gambar 13 menunjukkan respon kecepatan kereta dalam satuan m/s. Dalam melakukan proses *swing-up*, kecepatan kereta absolut maksimal pada -2,2 m/s dan bergerak menuju 0 m/s pada waktu sekitar 2 s. Pada saat stabilisasi, kecepatan kereta beresilasi di sekitar  $\pm 0,05$  m/s.

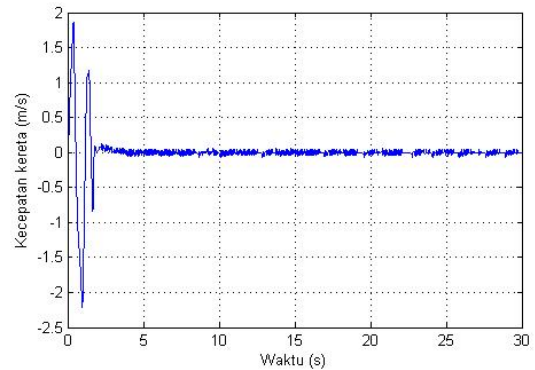
Respon kecepatan sudut pendulum dalam satuan rad/s ditunjukkan pada Gambar 14. Kecepatan sudut pendulum absolut maksimal pada posisi -7,167 rad/s ketika melakukan



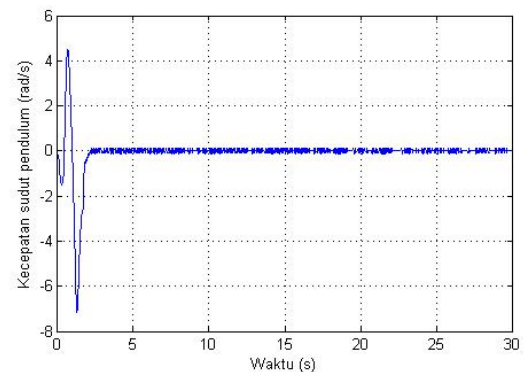
Gambar 11 Respon Posisi Kereta pada Implementasi



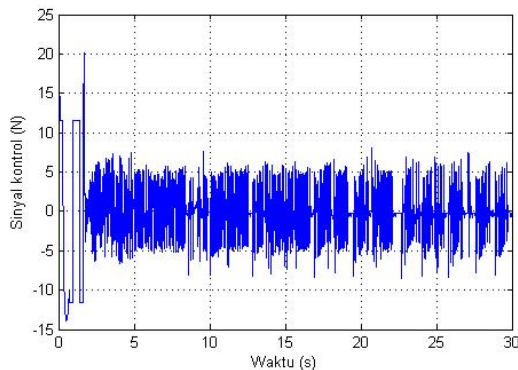
Gambar 12 Respon Posisi Sudut Pendulum pada Implementasi



Gambar 13 Respon Kecepatan Kereta pada Implementasi



Gambar 14 Respon Kecepatan Sudut Pendulum pada Implementasi



Gambar 15 Sinyal Kontrol pada Implementasi

proses swing-up. Dan kecepatan sudut pendulum menuju 0 rad/s pada sekitar 2,4 s. Pada saat stabilisasi kecepatan sudut pendulum berhasil di sekitar  $\pm 0,1$  s.

Sinyal kontrol pada saat implementasi dapat dilihat pada Gambar 15. Pada saat melakukan proses *swing-up* sinyal kontrol maksimal berada di sekitar 20 N dan sinyal kontrol minimal berada di sekitar -13,95 N. Pada saat stabilisasi simpangan sinyal kontrol terbesar di sekitar  $\pm 7,65$ .

## V. KESIMPULAN

Dari hasil pengujian yang dilakukan, dapat ditarik kesimpulan bahwa *swing-up* dengan menggunakan *energy control method* hasil modifikasi memiliki respon yang lebih baik dibandingkan dengan *energy control method* tanpa modifikasi yang dikembangkan oleh Astrom. Terlihat bahwa dengan menggunakan *energy control method* hasil modifikasi batang pendulum hanya butuh dua kali ayunan untuk mencapai titik stabilnya yaitu di 0 radian, *energy control method* dengan modifikasi juga lebih cepat dalam melakukan proses *swing-up* dibandingkan dengan *energy control method* tanpa modifikasi yang dikembangkan oleh Astom.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Astrom, K. J. dan Furuta, K., "Swinging up pendulum by energy control," *Automatic*, Vol. 36, pp. 287-295, 2000.
- [2] Maeba, Tomohide., Mingcong D., Akira Y., dan Tomohiro H, "Swing-Up Controller Design for Inverted Pendulum by Using Energy Control Method Based on Lyapunov Function", *Proc. of the 2010 IEEE International Conference on Modelling Identification and Control*, Okayama, Japan, Juli., 2010
- [3] Naidu, S. D, "*Optimal Control Systems*", CRC Press, Idaho, Ch.3-4, 2002
- [4] Pasino, K. M., dan Yurkovich, S. , "*Fuzzy Control*", Addison Wesley Longman, California, 1998
- [5] Ogata K. , "*Modern Control Engineering 3rd ed.* ", Prentice-Hall, New Jersey, Ch. 3, 1997
- [6] Slotine, J., Li, Weiping, "*Applied Nonlinear Control*", Prentice-Hall, New Jersey, 1991
- [7] "*Digital Pendulum Control in a MATLAB Environment (MATLAB 6.5 Version)*", Feedback Instruments Ltd., 2004
- [8] Hidayat, R, "Swing-Up dan Tracking pada Pendulum Terbalik Menggunakan Kontrol Fuzzy"
- [9] Febriarianto, T, "Desain Kontrol Fuzzy Berbasis Performansi  $H_{\infty}$  dengan Batasan *Input-Output* Untuk Sistem Pendulum Kereta"
- [10] Feedback Instruments Ltd., "*Digital Pendulum: Control in a MATLAB Environment*", England, 2004.