

Invers Kinematics dengan Solusi Closed Form pada Robot Denso Manipulator

Ikhsan Eka Prasetya dan Trihastuti Agustinah

Teknik Elektro, Fakultas Teknologi Industri, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111 Indonesia

e-mail: trihastuti@ee.its.ac.id

Abstrak-Robot manipulator merupakan lengan robot (robot arm) yang prinsip kerjanya diadaptasi dari cara kerja lengan manusia. Robot manipulator mempunyai dua gerakan pada pergerakan link, yaitu revolute joint (sendi putar) dan prismatic joint (sendi geser). Dalam hal ini, forward kinematics dan inverse kinematics menjadi konsep kontrol daerah kerja robot manipulator. Daerah kerja dari forward kinematics berupa ruang joint, sedangkan daerah kerja inverse kinematics berupa ruang cartesian. Dalam permasalahan forward kinematics dan invers kinematics akan dilakukan pada robot Denso manipulator. Robot Denso manipulator memiliki pergerakan 6-DOF. Pergerakan 6-DOF robot Denso manipulator dalam permasalahan inverse kinematics pergerakan end-effector dibagi dua bagian yaitu 3-DOF pergerakan posisi robot dan 3-DOF pergerakan orientasi end-effector. Dalam permasalahan inverse kinematics solusi yang digunakan adalah solusi closed form dengan pendekatan geometri. Hasil simulasi dari robot Denso manipulator adalah menentukan posisi yang diinginkan. Inverse kinematics dengan solusi closed form dengan pendekatan geometri akan menghasilkan delapan kondisi pergerakan robot denso manipulator. Delapan kondisi itu menunjukkan pergerakan robot untuk mencapai titik tujuan robot yang diinginkan.

Kata Kunci – Closed Form Solution, Inverse Kinematics, Forward Kinematics.

I. PENDAHULUAN

ROBOTIKA adalah salah satu disiplin ilmu yang banyak digunakan di bidang industri dalam pengembangan teknologi yang baru. Robotika melakukan beberapa tugas seperti memilih dan menempatkan suatu objek, gerakannya diadaptasi dari mengamati beberapa tugas-tugas manual yang sama dilakukan oleh lengan manusia. Lengan manusia pada dunia robotika disebut robot manipulator.

Ada dua gerakan pada sumbu robot yang menghasilkan pergerakan link yaitu revolute joint (sendi putar) dan prismatic joint (sendi geser). Struktur lengan manipulator membentuk sebuah rangkaian kinematika yang dapat dianalisa dengan metode yang dikembangkan oleh Denavit and Hartenberg (DH).

Jangkauan daerah kerja end-effector dan orientasinya ditentukan oleh struktur robot manipulator. Ruang kerja dari robot manipulator berupa lintasan yang diinginkan. Lintasan yang diinginkan berupa titik yang bertugas pada manipulator robot yang biasanya dalam bentuk ruang cartesian.

Pada makalah ini akan digunakan konsep dari forward kinematics dan inverse kinematics dalam mengontrol daerah kerja sebuah robot manipulator. Dalam masalah inverse kinematics akan menjelaskan perhitungan sudut joint yang berhubungan dengan orientasi end-effector. Solusi dari inverse kinematics dapat diklasifikasikan ke dalam dua pendekatan yaitu solusi analisis closed-form dan solusi numeric [1].

Dalam menyelesaikan permasalahan inverse kinematics akan menggunakan solusi closed form [1], [2]. Pada [3], [4] pendekatan yang digunakan dalam solusi closed form tersebut adalah pendekatan geometri. Pada [5] menggunakan Matlab dalam melakukan proses inverse kinematics dengan menggunakan pendekatan geometri.

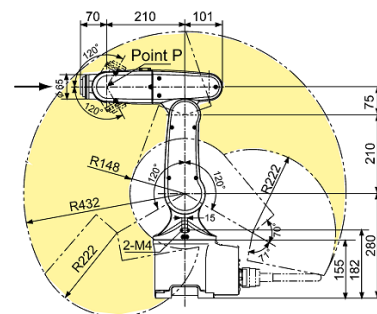
II. PERSAMAAN KINEMATIKA

Prinsip pergerakan robot 6-DOF dibagi menjadi dua bagian, yaitu menentukan pergerakan posisi robot dan pergerakan orientasi end-effector robot. Pergerakan posisi robot ditentukan dari pergerakan 3-DOF awal robot, sedangkan pergerakan orientasi end-effector ditentukan dari pergerakan 3-DOF selanjutnya. Pada robot Denso manipulator mempunyai pergerakan 6-DOF, dimana pergerakan robot Denso mempunyai sifat semua jointnya revolute (sendi putar).

Bentuk keseluruhan dari robot manipulator Denso 6-DoF terlihat pada gambar 1 dan parameter dari robot Denso manipulator dapat dilihat pada gambar 2 dengan memperlihatkan ukuran dan besar putaran keseluruhan dari masing-masing sendi. Dari gambar 1 dan 2 menyatakan bahwa robot denso bersifat revolute, sehingga pergerakan robot Denso manipulator hanya bersifat rotasi.



Gambar 1. Model dari robot denso manipulator



Gambar 2. Parameter dari robot denso manipulator

Dalam perancangan parameter DH, pemodelan rancangan keseluruhan robot dapat didefinisikan menjadi θ_i (joint angle) α_i (link twist), a_i (link length), dan d_i (link offset).

Pemodelan parameter DH untuk robot Denso 6-DOF dapat dijabarkan sesuai dengan Tabel 1 dan 2.

Tabel 1.
Parameter DH Robot Denso Manipulator 6-DOF

Link	a_i	α_i	d_i	θ_i	Range
1	0	90	280	θ_1	-160 s/d 160
2	210	0	0	θ_2	-120 s/d 120
3	75	90	0	θ_3	20 s/d 160
4	0	-90	210	θ_4	-160 s/d 160
5	0	-90	0	θ_5	-120 s/d 120
6	0	0	70	θ_6	-360 s/d 360

Tabel 2.
Penyederhanaan Parameter DH Robot Denso Manipulator 6-DOF

Link	a_i	α_i	d_i	θ_i	Range
1	0	90	d_1	θ_1	-160 s/d 160
2	a_2	0	0	θ_2	-120 s/d 120
3	a_3	90	0	θ_3	20 s/d 160
4	0	-90	d_4	θ_4	-160 s/d 160
5	0	-90	0	θ_5	-120 s/d 120
6	0	0	d_6	θ_6	-360 s/d 360

Pada tabel 1 dan 2 merupakan nilai-nilai yang didapat dari penentuan parameter θ_i , α_i , a_i dan d_i . Matriks Transformasi homogen didasarkan terhadap rotasi dan translasi. Persamaan matriks transformasi homogen berdasarkan DH-Parameter suatu robot dapat dilihat pada persamaan 1.

$${}^{i-1}T = Rot_z, \theta_i, Trans_x, d_i, Trans_y, a_i, Rot_x, \alpha_i$$

$$= \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & 0 \\ s\theta_i & c\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & c\alpha_i & -s\alpha_i & 0 \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\alpha_i & -s\alpha_i & 0 \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i c\alpha_i & s\theta_i s\alpha_i & a_i c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i c\alpha_i & -c\theta_i s\alpha_i & a_i s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_i & p_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Dalam mencari *forward kinematics* dalam menentukan posisi yang dituju *end-effector* maka dapat menggunakan persamaan 2.

$$T_6^0 = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6$$

$$= \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & o & a & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & p \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Dimana R adalah matriks rotasi 3x3, termasuk vektor 3x1 untuk n , o , a dan p , vektor yang menyatakan translasi adalah vektor 3x1 dengan notasi p . Perhitungan tentang kinematika menggunakan beberapa simbol yang telah disederhanakan, yaitu:

$$s_i = \sin(\theta_i)$$

$$c_i = \cos(\theta_i)$$

$$s_{ij} = \sin(\theta_i + \theta_j)$$

$$c_{ij} = \cos(\theta_i + \theta_j)$$

$$\sin(\theta_i + \theta_j) = (\sin \theta_i \cos \theta_j + \cos \theta_i \sin \theta_j)$$

$$\cos(\theta_i + \theta_j) = (\cos \theta_i \cos \theta_j - \sin \theta_i \sin \theta_j)$$

III. PENYELESAIAN PERSAMAAN INVERS KINEMATICS

A. Penyelesaian Persamaan

Permasalahan *inverse kinematics* menentukan posisi dari robot dan orientasi dari *end-effector*. Permasalahan dari *inverse kinematics* tersebut mempunyai banyak solusi yang didapat atau disebut juga dengan *multiple solution*.

Pada robot Denso manipulator yang mempunyai pergerakan 6-DOF maka permasalahan *inverse kinematics* dibagi atas dua, yaitu:

- Permasalahan *inverse kinematics* dibagian posisi (tiga *joint* pertama)
- Permasalahan *inverse kinematics* dibagian orientasi (tiga *joint* kedua)

Dalam hal ini permasalahan *inverse kinematics* yang dibahas tentang permasalahan di bagian posisi robot Denso manipulator. Pada permasalahan posisi ini ada beberapa yang harus diperhatikan dalam permasalahan *inverse kinematics* ini, yaitu:

$$ARM = \begin{cases} +1, & \text{RIGHT arm} \\ -1, & \text{LEFT arm} \end{cases}$$

$$ELBOW = \begin{cases} +1, & \text{ABOVE arm} \\ -1, & \text{BELOW arm} \end{cases}$$

Dalam menentukan posisi dari *end-effector* didapatkan dari persamaan *forwad kinematics* yang terdapat pada persamaan 2. Dalam persamaan 2, dimana notasi p merupakan translasi dari posisi yang dituju *end-effector*. Persamaan dari notasi p dapat dilihat pada persamaan 3.

$$p_x = C_1[-S_{23}(d_4 + C_5 d_6) + C_{23}(a_3 - C_4 S_5 d_6) + a_2 C_2] + S_1 S_4 S_5 d_6$$

$$p_y = S_1[-S_{23}(d_4 + C_5 d_6) + C_{23}(a_3 - C_4 S_5 d_6) + a_2 C_2] - C_1 S_4 S_5 d_6 \quad (3)$$

$$p_z = C_{23}(d_4 + C_5 d_6) + S_{23}(a_3 - C_4 S_5 d_6) + a_2 S_2 + d_1$$

Dalam permasalahan *inverse kinematics* diperhatikan pada bagian posisi, dimana yang diamati hanya bagian 3-DOF awal untuk posisi robot Denso manipulator. Oleh karena itu, Persamaan 3 disederhanakan dalam menentukan titik posisi robot pada permasalahan *forward kinematics*. Persamaan 3 yang disederhanakan persamaannya menjadi persamaan 4.

$$p_x = -C_1 S_{23} d_4 + C_{23} a_3 + a_2 C_2$$

$$p_y = -S_1 S_{23} d_4 + C_{23} a_3 + a_2 C_2 \quad (4)$$

$$p_z = C_{23} d_4 + S_{23} a_3 + a_2 S_2 + d_1$$

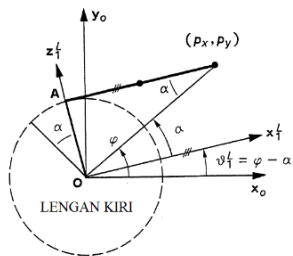
B. Langkah Menemukan Sudut *Joint* untuk *Inverse kinematics*

Untuk permasalahan *inverse kinematics* menggunakan metode solusi *closed form* dalam pendekatannya menggunakan solusi geometri, maka akan dibuat persamaan pada tiap-tiap sudut *joint* robot Denso manipulator.

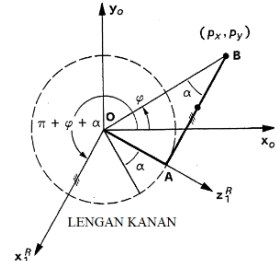
- Solusi pada *Joint* Pertama

Pada permasalahan *inverse kinematics* ini pada *joint* pertama yang diamati pada pergerakan lengan kiri dan

lengan kanan. Hal ini dapat dilihat pada gambar 3 dan gambar 4.



Gambar 3. Pergerakan lengan kiri



Gambar 4. Pergerakan lengan kanan

Dari gambar 3 dan gambar 4 bisa dibuat sebuah persamaan untuk penyelesaian *inverse kinematics*. Hal ini dapat dilihat pada persamaan 5.

$$\theta_1^L = \varphi - \alpha \quad \theta_1^R = \pi + \varphi + \alpha \quad (5)$$

Dari Persamaan 5 maka akan dibentuk sebuah persamaan θ_1 dalam melakukan pergerakan lengan robot yang dapat dilihat pada persamaan 6 dan 7.

$$\sin \theta_1 = \frac{-ARM \cdot p_y \sqrt{p_x^2 + p_y^2 - d_1^2} - p_x d_1}{p_x^2 + p_y^2} \quad (6)$$

$$\cos \theta_1 = \frac{-ARM \cdot p_x \sqrt{p_x^2 + p_y^2 - d_1^2} + p_y d_1}{p_x^2 + p_y^2} \quad (7)$$

Dari persamaan 6 dan 7 akan ditemukan fungsi dari θ_1 . Hal ini dapat dilihat dari Persamaan 8.

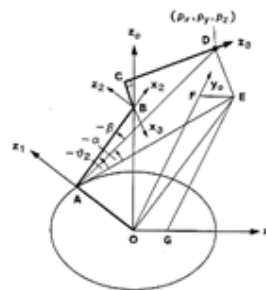
$$\theta_1 = \arctan \left[\frac{\sin \theta_1}{\cos \theta_1} \right] \quad (8)$$

• Solusi pada *Joint* Kedua

Pada permasalahan *inverse kinematics* pada *joint* dua ini yang diperhitungkan adalah pada bagian *ARM* dan *ELBOW* dari robot Denso manipulator. Pergerakan dari *ARM* dan *ELBOW* dapat dilihat dalam Tabel 3. Untuk menghitung *joint* θ_2 , dapat dilihat pada gambar 5.

Tabel 3.

Konfigurasi pergerakan <i>ARM</i> dan <i>ELBOW</i>			
Konfigurasi <i>ARM</i> dan <i>ELBOW</i>	<i>ARM</i>	<i>ELBOW</i>	<i>ARM.ELBOW</i>
Kiri dan atas	-1	+1	-1
Kiri dan bawah	-1	-1	+1
Kanan dan atas	+1	+1	+1
Kanan dan bawah	+1	-1	-1



Gambar 5. Pergerakan untuk perhitungan *joint* dua

Dari gambar 5 dan bantuan tabel 3 maka dalam perhitungan θ_2 akan diperhitungkan pergerakan *ARM* dan *ELBOW*. Hal ini dapat dibuat persamaan 9.

$$\theta_2 = \alpha + (ARM \cdot ELBOW)\beta \quad ; \quad \theta_2 = \alpha + K\beta \quad (9)$$

Dari persamaan tersebut akan dibuat fungsi *sinus* dan *cosinus* untuk fungsi θ_2 , seperti Persamaan 10 dan 11.

$$\sin \theta_2 = \sin(\alpha + K \cdot \beta) \quad (10)$$

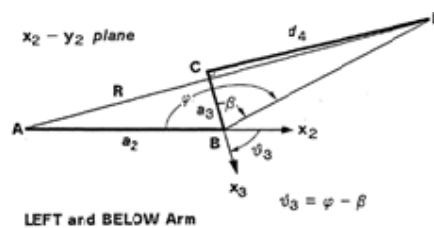
$$\begin{aligned} &= \sin \alpha \cos \beta + K \cdot \cos \alpha \sin \beta \\ \cos \theta_2 &= \cos(\alpha + K \cdot \beta) \quad (11) \\ &= \cos \alpha \cos \beta - K \cdot \sin \alpha \sin \beta \end{aligned}$$

Dari persamaan 10 dan 11 maka akan didapatkan solusi dari θ_2 yang terdapat pada persamaan 12.

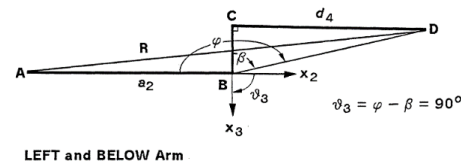
$$\theta_2 = \arctan \left[\frac{\sin \theta_2}{\cos \theta_2} \right] \quad (12)$$

• Solusi pada *Joint* Ketiga

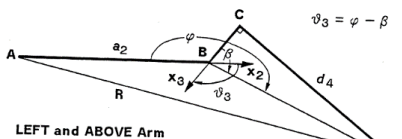
Pada permasalahan *inverse kinematics* pada *joint* ketiga ini yang diperhitungkan adalah pada bagian *ARM* dan *ELBOW* dari robot Denso manipulator. Perhitungan pada *joint* ketiga ini sama seperti *joint* kedua. Oleh karena itu, pergerakan arah *ARM* dan *ELBOW* dapat dilihat pada tabel 3. Untuk mendapatkan nilai posisi yang didapat dapat dilihat pada gambar 6-8.



Gambar 6. Pergerakan lengan kiri dan bawah pada *joint* ketiga



Gambar 7. Pergerakan lengan kiri dan bawah dengan θ_3 90°



Gambar 8. Pergerakan lengan kiri dan atas pada joint ketiga

Dari gambar 6-8 dan bantuan tabel 3 maka dalam menghitung θ_3 akan diperhitungkan pergerakan ARM dan ELBOW. Dari gambar 6-8 maka akan didapatkan nilai θ_3 , seperti persamaan 13.

$$\theta_3 = \varphi - \beta \tag{13}$$

Dari persamaan tersebut akan dibuat fungsi sinus dan cosinus untuk fungsi θ_3 , seperti persamaan 14 dan 15.

$$\sin \theta_3 = \sin(\varphi - \beta) \tag{14}$$

$$= \sin \varphi \cos \beta - \cos \varphi \sin \beta$$

$$\cos \theta_3 = \cos(\varphi - \beta) \tag{15}$$

$$= \cos \varphi \cos \beta + \sin \varphi \sin \beta$$

Dari persamaan 14 dan 15 maka akan didapatkan solusi dari θ_3 yang terdapat pada persamaan 16.

$$\theta_3 = \arctan \left[\frac{\sin \theta_3}{\cos \theta_3} \right] \tag{16}$$

C. Solusi Numerik

Pada percobaan menggunakan solusi *closed form* dengan pendekatan geometri, maka akan dibandingkan bagaimana penyelesaian menggunakan solusi numerik pada pergerakan robot Denso manipulator. Solusi numerik akan menggunakan Jacobian matriks. Pada pergerakan robot hanya melakukan pergerakan posisi robot maka persamaan Jacobian matriks dapat dilihat pada persamaan 17.

$$J(q) = [C_1(q) \ C_2(q) \ C_3(q) \ C_4(q) \ C_5(q) \ C_6(q)] \tag{17}$$

Maka dari persamaan 17 akan didapatkan nilai c_1 - c_6 . Yang dapat dilihat pada persamaan 18.

$$c_1 = \begin{bmatrix} -p_y \\ p_x \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; c_2 = \begin{bmatrix} C_{\theta_1}(-a_2 C_{\theta_2} + a_3 S_{\theta_{23}}) \\ S_{\theta_1}(-a_2 S_{\theta_2} + a_3 C_{\theta_{23}}) \\ a_2 C_{\theta_2} + a_3 S_{\theta_{23}} \\ S_{\theta_1} \\ -C_{\theta_1} \\ 1 \end{bmatrix}; c_3 = \begin{bmatrix} a_3 C_{\theta_1} S_{\theta_{23}} \\ a_3 S_{\theta_1} S_{\theta_{23}} \\ a_3 C_{\theta_{23}} \\ S_{\theta_1} \\ -C_{\theta_1} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$c_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ C_{\theta_1}(C_{\theta_{23}}) \\ S_{\theta_1}(C_{\theta_{23}}) \\ -C_{\theta_{23}} \end{bmatrix}; c_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ S_{\theta_1} C_{\theta_4} - C_{\theta_1} S_{\theta_4} C_{\theta_{23}} \\ -C_{\theta_1} C_{\theta_4} - C_{\theta_1} S_{\theta_4} C_{\theta_{23}} \\ -S_{\theta_4} S_{\theta_{23}} \end{bmatrix} \tag{18}$$

$$c_6 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -C_{\theta_1} C_{\theta_4} S_{\theta_{23}} - S_{\theta_4} (S_{\theta_1} S_{\theta_4} + C_{\theta_1} C_{\theta_4} C_{\theta_{23}}) \\ -S_{\theta_1} C_{\theta_4} S_{\theta_{23}} - S_{\theta_4} (-C_{\theta_1} S_{\theta_4} + S_{\theta_1} C_{\theta_4} C_{\theta_{23}}) \\ C_{\theta_4} S_{\theta_{23}} - \frac{1}{2} S_{\theta_{23}} S_{\theta_4} \end{bmatrix}$$

Dari persamaan c1-c6 akan dibentuk matrik Jacobian. Untuk mendapatkan sudut dari masing-masing robot denso manipulator dapat menggunakan persamaan 19.

$$q = q^* + J^{-1} \delta T \tag{19}$$

IV. HASIL PENGUJIAN DAN ANALISIS SISTEM

Pada Bagian ini akan dibahas mengenai pengujian *forward kinematics* dan *inverse kinematics* robot Denso manipulator. Hasil yang didapatkan dari *forward kinematics* berupa posisi robot Denso manipulator yang menjadi parameter dalam permasalahan *inverse kinematics*. Dalam permasalahan *inverse kinematics* menggunakan solusi *closed form* dengan pendekatan geometri untuk mendapatkan solusi pada *inverse kinematics*.

Pada bagian ini akan dilihat pergerakan robot Denso manipulator menggunakan *toolbox peter corke* versi 8.

A. Pengujian *Forward kinematics*

Dalam melakukan pengujian *forward kinematics* pada robot Denso manipulator diberikan *input* sudut *joint* pada masing-masing *joint*. Pada pengujian ini akan dilakukan 2 percobaan yang menghasilkan dua pergerakan dari robot Denso Manipulator. Data pengujian tersebut dapat dilihat pada tabel 4-7.

Tabel 4.

Sudut *joint* pada percobaan pertama

JOINT ROBOT $q_0=0$	Joint 1	Joint 2	Joint 3	Joint 4	Joint 5	Joint 6
	115	-55	35	135	-95	145

Tabel 5.

Posisi *end-effector* pada sumbu x,y,z dalam percobaan pertama

SUMBU POSISI	Sumbu x	Sumbu y	Sumbu z
	-0.1253	0.1734	0.5833

Tabel 6.

Sudut *joint* pada percobaan kedua

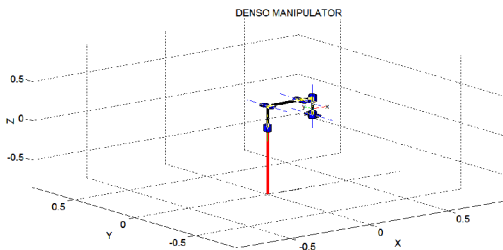
JOINT ROBOT $q_0=0$	Joint 1	Joint 2	Joint 3	Joint 4	Joint 5	Joint 6
	-120	-65	120	135	-105	145

Tabel 7.

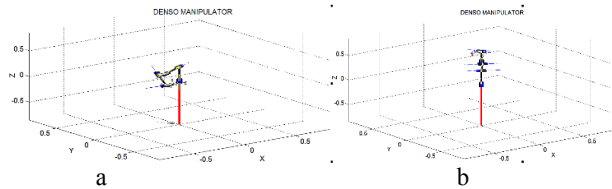
Posisi *end-effector* pada sumbu x,y,z dalam percobaan kedua

SUMBU POSISI	Sumbu x	Sumbu y	Sumbu z
	-0.245	0.4021	-0.165

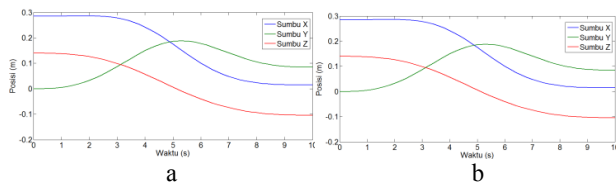
Dari tabel 4-7 maka akan dapat dilihat pergerakan robot tersebut dari keadaan saat waktu $t=0s$ sampai dengan saat waktu $t=10s$. hal ini dapat dilihat pada gambar 12 dan 13.



Gambar 9. Posisi robot denso manipulator Saat t= 0s



Gambar 10. Posisi end-effector saat t = 10s (a) percobaan pertama dan (b) percobaan kedua



Gambar 11. Grafik posisi pergerakan sumbu x,y,z (a)percobaan pertama dan (b)percobaan kedua

B. Pengujian Inverse Kinematics

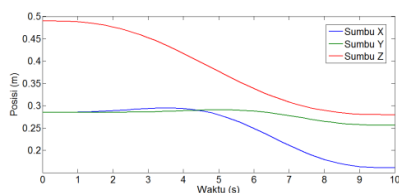
Dalam permasalahan *inverse kinematics* diperhatikan pada bagian posisi, dimana yang diamati hanya bagian 3-DOF awal untuk posisi robot Denso manipulator. Posisi robot Denso manipulator pada permasalahan *inverse kinematics* dapat diperhatikan pada tabel 8 dan 9. Posisi yang di dapat tersebut dapat dilihat pergerakannya posisinya dalam bentuk grafik. Hal ini dapat dilihat pada gambar 12.

Tabel 8. Posisi sumbu x,y,z dalam keadaan t=0s

SUMBU POSISI	Sumbu x	Sumbu y	Sumbu z
	0.285	0.285	0.49

Tabel 9. Posisi sumbu x,y,z dalam t=10s

SUMBU POSISI	Sumbu x	Sumbu y	Sumbu z
	0.1606	0.256	0.2797



Gambar 12. Grafik pergerakan sumbu x,y,z t=0s – t=10s

Dalam permasalahan *inverse kinematics* untuk mendapatkan solusinya menggunakan metode *closed form* dengan pendekatan geometri. Dari metode tersebut akan didapatkan beberapa solusi pada masing-masing sudut *joint* robot. Dari metode geometri tersebut dibuatkan beberapa kondisi pergerakan robot Denso manipulator. Kondisi diberikan hanya pada *joint* 1-3. Kondisi pergerakan robot tersebut dapat dilihat pada tabel 10-12.

Tabel 10.

Kondisi pada masing-masing *joint*

JOINT POSISI	(q1)	(q2)	(q3)
Kondisi 1	+1	+1	+1
Kondisi 2	+1	+1	-1
Kondisi 3	-1	+1	+1
Kondisi 4	-1	+1	-1
Kondisi 5	+1	-1	+1
Kondisi 6	+1	-1	-1
Kondisi 7	-1	-1	+1
Kondisi 8	+1	-1	-1

Tabel 11.

Solusi *inverse kinematics* dari masing-masing *joint* saat t=0s

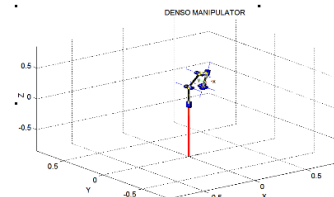
JOINT POSISI	(q1)	(q2)	(q3)
Kondisi 1	0.997	59.39	-70.35
Kondisi 2	0.997	59.39	-70.35
Kondisi 3	0.997	59.39	-70.35
Kondisi 4	0.997	59.39	-70.35
Kondisi 5	0.997	-59.39	-230.3
Kondisi 6	0.997	-59.39	-230.3
Kondisi 7	0.997	-59.39	-230.3
Kondisi 8	0.997	-59.39	-230.3

Tabel 12.

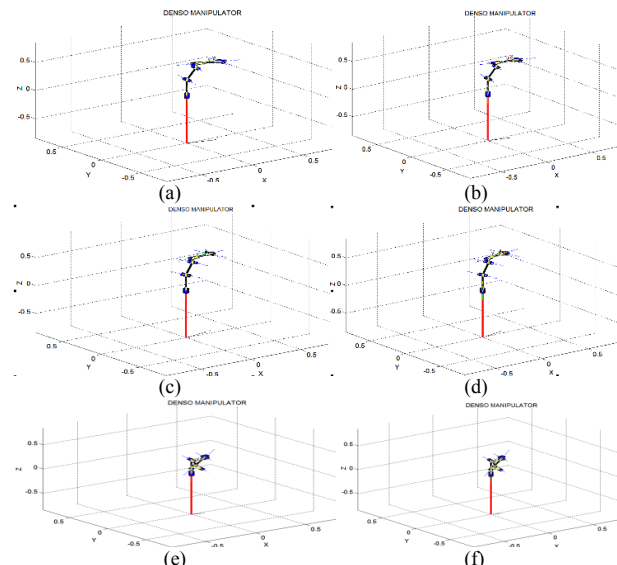
Solusi *inverse kinematics* dari masing-masing *Joint* saat t=10s

JOINT POSISI	(q1)	(q2)	(q3)
Kondisi 1	-12.07	67.87	18.01
Kondisi 2	-12.07	67.87	21.3
Kondisi 3	12.07	67.87	18.01
Kondisi 4	12.07	67.87	21.3
Kondisi 5	-12.07	-67.87	-142
Kondisi 6	-12.07	-67.87	138.7
Kondisi 7	12.07	-67.87	-142
Kondisi 8	12.07	-67.87	138.7

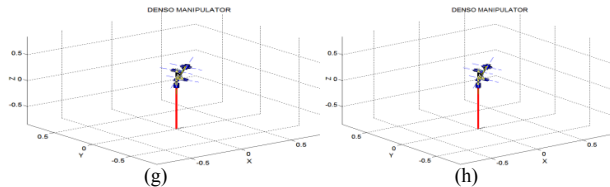
Dari tabel 11 dan 12 maka dapat dilihat pergerakan robot tersebut dari keadaan saat waktu t=0s sampai dengan saat waktu t=10s. hal ini dapat dilihat pada gambar 13-15.



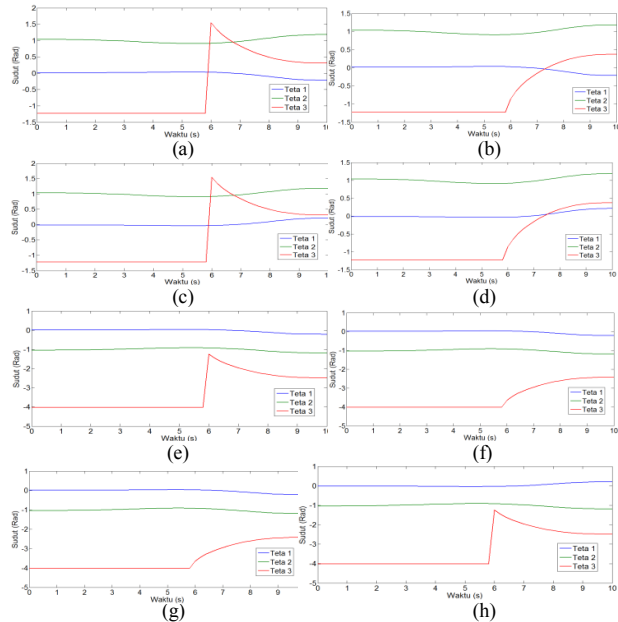
Gambar 13. Posisi dari solusi *invers kinematics* saat t=0s



Using Solid Work and Verification by Matlab/Simulink”, *International Journal of Advanced Robotics System*, 11 April 2012.



Gambar 14. Posisi dari solusi *invers kinematics* saat $t=10s$ (a) kondisi pertama (b) kedua (c) ketiga (d) keempat (e) kelima (f) keenam (g) ketujuh (h) kedelapan



Gambar 15. Grafik pergerakan sudut *joint* (a) kondisi pertama (b) kedua (c) ketiga (d) keempat (e) kelima (f) keenam (g) ketujuh (h) kedelapan

V. KESIMPULAN

Forward kinematics menghasilkan posisi yang diinginkan oleh *end-effector*. Posisi ini menjadi parameter dalam menyelesaikan permasalahan *inverse kinematics*. *Inverse kinematics* menggunakan solusi *closed form* dengan pendekatan geometri mendapatkan delapan kondisi pergerakan robot Denso manipulator. Delapan kondisi ini menuju ke posisi $x=0.1606$ meter, $y=0.256$ meter dan $z=0.279$ meter.

Dengan merancang sistem *forward kinematics* dan *inverse kinematics* menggunakan toolbox peter corke versi 8 maka dapat dilihat kedelapan pergerakan robot denso manipulator.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Yang si, Qingxuan Jia., Gang Chen, Hanxu sun, “A Complete Solution to the Inverse Kinematics Problem for 4-DOF Manipulator Robot”, *IEEE Conference on Industrial Electronics and Application*, 2013.
- [2] Jabbar Hayawi, Mustafa.,”The Closed Form Solution of the Inverse Kinematics of a 6-DOF Robot”, *journal of Education of College*, vol. 1, no.3, January, 2011.
- [3] G. Lee, M. Zigler., “A Geometri Approach in Solving the Inverse Kinematics of PUMA Robot”, *Department of Electrical and Computer Engineering*, University of Michigan, December 1983
- [4] Liu Huashan., Wuneng Zhou, Xiaobo Lai, Shiqiang Zhu, “An Efficient Inverse Kinematics Algorithm for a PUMA560 Structured Robot Manipulator”, *International Journal of Advanced Robotics System*, 24 January 2013.
- [5] Gauismi Mahmoud., Mohammed Ouali, Brahmi Fernini, M’hamed Meghatria, “Kinematics Modelling and Simulation of a 2-R Robot