

# Kontrol *Tracking* pada Sistem Pendulum Kereta Berbasis Model *Fuzzy* Takagi-Sugeno Menggunakan Pendekatan PDC Modifikasi

Nani Nur'aini Awab Putri dan Trihastuti Agustinah

Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknologi Industri, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

Jl. AriefRahman Hakim, Surabaya 60111 Indonesia

*e-mail*:trihastuti@ee.its.ac.id

**Abstrak**—Sistem pendulum kereta merupakan salah satu contoh sistem non linear yang sering digunakan untuk menguji berbagai metode kontrol. sistem control dibutuhkan untuk menstabilkan dan membuat batang pendulum di sistem pendulum kereta pada posisi equilibriumnya yaitu pada sudut nol radian. Pada penelitian ini, permasalahan kontrol yang dibahas adalah tracking, yaitu memaksa kereta bergerak mengikuti sinyal referensi yang diberikan dengan tetap mempertahankan pendulum pada posisi terbalik. Sinyal referensi yang digunakan pada makalah ini adalah sinyal sinusoidal. Model nonlinear sistem pendulum kereta akan direpresentasikan dalam model *fuzzy* Takagi-Sugeno (T-S) untuk dua titik kerja. Berdasarkan model tersebut, aturan kontroler yang digunakan berdasarkan konsep *Parallel Distributed Compensation* (PDC) Modifikasi. sistem kontrol tracking yang digunakan adalah model kompensator. State feedback gain dan gain kompensator diperoleh dengan menggunakan teknik pole placement. Kontroler hasil desain diuji melalui simulasi dan implementasi pada plant nyata sistem pendulum kereta. Berdasarkan pengujian diperoleh hasil posisi kereta dengan PDC Modifikasi memiliki waktu yang lebih cepat dalam mengikuti sinyal referensi dibandingkan PDC konvensional.

**Kata Kunci**—Sistem pendulum kereta, tracking, model kompensator, *fuzzy* Takagi-Sugeno, metode pole placement.

## I. PENDAHULUAN

SISTEM pendulum kereta adalah suatu *plant* yang terdiri dari batang pendulum yang bersumbu pada kedua sisi kereta yang dapat bergerak pada suatu lintasan dengan sumbu vertikal. Karakteristik dari sistem pendulum kereta adalah nonlinear dan tidak stabil, sehingga untuk mengontrolnya diperlukan teknik kontrol yang tidak semudah pada sistem yang linear dan stabil. Saat ini pendulum kereta banyak digunakan di berbagai macam bidang. Di bidang teknik, pendulum kereta digunakan untuk memantau pergerakan fondasi bendungan, jembatan, dermaga dan struktur bangunan lainnya. Di bidang fisiologi dan ilmu olah raga, prinsip kerja pendulum kereta banyak digunakan untuk mengkaji keseimbangan gerak manusia.

Pada sistem pendulum kereta terdapat tiga masalah kontrol, yaitu *swing-up*, stabilisasi, dan *tracking*. *Swing-up* adalah proses mengayunkan batang pendulum dari posisi menggantung menuju posisi kereta. Selanjutnya, stabilisasi merupakan usaha yang dilakukan untuk menjaga posisi batang pendulum tetap berada dalam posisi terbalik serta menjaga pergerakan kereta sekecil mungkin. Sedangkan pada masalah *tracking*, kereta dikontrol agar bergerak

mengikuti sinyal referensi dengan tetap mempertahankan batang pendulum pada posisi terbalik.

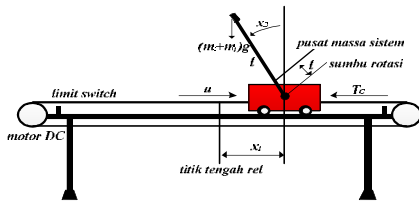
Beberapa tahun terakhir ini, model *fuzzy* Takagi-Seugeno (T-S) sering digunakan untuk mendesain sistem kontrol pada sistem nonlinear karena mampu merepresentasikan dinamika sistem nonlinear melalui sekumpulan model linear yang diperoleh dari linearisasi untuk daerah ruang *state* yang berbeda-beda. Aturan kontrol yang digunakan yaitu mengikuti kaidah *Parallel Distributed Compensation* (PDC), dimana aturan kontroler mengikuti aturan *plant*.

Pada [1]-[4] digunakan pendekatan model *fuzzy* T-S untuk mendesain kontroler *tracking*. Pada [1] digunakan kontrol *tracking* model *fuzzy* T-S menggunakan pendekatan BMI (*Bilinear Matrix Inequalities*). Dari penelitian ini didapatkan respon posisi kereta mampu mengikuti sinyal referensi yang diberikan serta nilai  $L^2$ -Gain sistem dapat memenuhi kriteria yang diinginkan, yaitu kurang dari level pelemahan  $\rho$ . Selain itu penelitian lain menggunakan *Fuzzy Tracking Controller* (FTC) berbasis model *fuzzy* T-S dengan menggunakan model referensi. Gain kontroler dihitung dengan menggunakan *Linear Matrix Inequalities* (LMI) [2]. FTC berbasis model *fuzzy* T-S dan kompensator dijelaskan pada [3]. Aturan kontrol disusun berdasarkan konsep PDC. FTC berbasis model *fuzzy* T-S dan kompensator mampu mengontrol posisi kereta untuk mengikuti sinyal referensi dengan mempertahankan kestabilan batang pendulum tetap pada posisi terbalik. Pada [4] digunakan model *fuzzy* T-S dengan aturan kontrol yang disusun berdasarkan konsep PDC yang telah dimodifikasi. Dari penelitian ini didapatkan hasil respon yang lebih cepat dari PDC konvensional. Dibandingkan dengan PDC Konvensional, PDC Modifikasi ini lebih dapat diterima karena tahan terhadap ketidakpastian dan upaya pengendalian masih disimpan di tingkat yang dapat diterima. Tetapi masalah kontrol yang dibahas pada penelitian ini yaitu mengenai stabilitas.

Oleh karena itu, permasalahan yang akan diselesaikan dalam makalah ini adalah mengenai kontrol *tracking*. Penyelesaian masalah ini dilakukan dengan merancang kontroler berbasis model *fuzzy* T-S dan kompensator seperti pada [3] dengan aturan kontroler yang disusun dengan menggunakan konsep PDC modifikasi seperti pada [4]. Selain itu, akan digunakan teknik *pole placement* untuk mendapatkan *state feed back gain* dan *gain* kompensator.

II. PERUMUSAN MASALAH

Sistem pendulum kereta merupakan sistem nonlinear yang terdiri dari batang pendulum yang terpasang pada sebuah kereta sehingga batang pendulum tersebut dapat berayun bebas hanya pada bidang vertikal. Pergerakan kereta dalam arah horisontal (ke kiri dan ke kanan) pada sistem pendulum kereta menggunakan motor DC yang dihubungkan dengan *belt*. Untuk mengayunkan dan menyeimbangkan batang pendulum, kereta didorong maju dan mundur pada rel yang panjangnya terbatas. Diagram fisik dari sistem pendulum kereta ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram fisik sistem pendulum kereta

Sinyal kontrol yang sejajar dengan rel dikenakan pada kereta dinyatakan dengan  $u$  (N).  $T_c$  (N) adalah gaya gesek kereta terhadap rel, sedangkan  $V$  adalah gaya normal yang bekerja pada sistem pendulum kereta. Massa kereta dinyatakan dengan  $m_c$ (kg) dan massa batang pendulum dinyatakan dengan  $m_p$  (kg) serta  $g$  merupakan percepatan gravitasi (m/detik<sup>2</sup>). Jarak antara sumbu rotasi pendulum ke pusat massa sistem dinyatakan dengan  $l$  (m) dan  $J$  (kg.m<sup>2</sup>) adalah momen inersia sistem terhadap pusat massa sistem. Konstanta gesek pendulum dinotasikan  $f_p$  (kg.m<sup>2</sup>/detik). Parameter sistem yang digunakan dalam makalah ini adalah sebagai berikut [5]:  $m_c = 1,12$  kg;  $m_p = 0,12$  kg;  $l = 0,0167903$  m;  $J = 0,0135735$  kg.m<sup>2</sup>;  $f_p = 0,000107$  kg.m<sup>2</sup>/detik.

Sistem pendulum kereta memiliki empat elemen vektor *state* yang dinyatakan dalam vektor  $x$ .  $x_1$  adalah posisi kereta yang diukur dari titik tengah rel (m).  $x_2$  adalah sudut pendulum terhadap garis vertikal yang diukur berlawanan dengan arah jarum jam dengan  $x_2 = 0$  menandakan bahwa pendulum berada pada posisi terbalik (rad).  $x_3$  adalah kecepatan kereta (m/detik), dan  $x_4$  adalah kecepatan sudut pendulum (rad/detik).

Persamaan *state* Sistem Pendulum-Kereta dapat dituliskan menjadi:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_3 \\ \dot{x}_2 &= x_4 \\ \dot{x}_3 &= \frac{a(u - T_c - \mu x_4^2 \sin x_2) + l \cos x_2 (\mu g \sin x_2 - f_p x_4)}{J + \mu l \sin^2 x_2} \\ \dot{x}_4 &= \frac{l \cos x_2 (u - T_c - \mu x_4^2 \sin x_2) + \mu g \sin x_2 - f_p x_4}{J + \mu l \sin^2 x_2} \end{aligned} \quad (1)$$

dengan,

$$\mu = (m_c + m_p)l \quad ; \quad a = l^2 + \frac{J}{m_c + m_p}$$

Model matematika nonlinear dari sistem pendulum kereta direpresentasikan dengan model *fuzzy* T-S. Penggunaan model *fuzzy* T-S bertujuan untuk menyatakan dinamika lokal tiap aturan *fuzzy* dengan model linear. Model sistem secara keseluruhan diperoleh dengan pencampuran

*fuzzy* dari beberapa model linear yang telah diperoleh dari linearisasi. Aturan plant pada model *fuzzy* T-S dapat ditulis dalam bentuk sebagai berikut:

Aturan *plant* ke- $i$ :

$$\begin{aligned} \text{If} \quad & z_1(t) \text{ is } M_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } z_j(t) \text{ is } M_{ij} \\ \text{Then} \quad & \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ & \dot{y}(t) = C_i x(t) + D_i u(t) \\ & i = 1, 2, \dots, r \\ & j = 1, 2, \dots, p \end{aligned} \quad (2)$$

dengan  $r$  adalah jumlah aturan *fuzzy*,  $p$  adalah jumlah himpunan *fuzzy* dalam satu aturan, dan  $M_{ij}$  adalah himpunan *fuzzy*.  $x(t) \in R^n$  merupakan vektor *state*,  $u(t) \in R^m$  merupakan vektor kontrol masukan,  $A_i$  dan  $B_i$  adalah matrik *state* dan matrik *input*, sedangkan  $z(t) \in R^l$  merupakan variabel premis.

Model *fuzzy* T-S secara keseluruhan dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \alpha_i(z(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)] \quad (3)$$

dengan:

$$\alpha_i(z(t)) = \frac{\beta_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r \beta_i(z(t))} \quad \text{dan} \quad w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p M_{ij}(z(t)) \quad (4)$$

Dalam menyusun aturan kontroler digunakan konsep PDC Modifikasi. Dalam PDC Modifikasi, *state feedback gain* untuk setiap subsistem diperoleh dari beberapa kondisi sinyal kontrol, sinyal kontrol tinggi dan sinyal kontrol rendah.

Aturan *fuzzy controller*:

$$\begin{aligned} \text{If} \quad & Z_1(t) \text{ is } M_{i1}, \text{ and } Z_2(t) \text{ is } M_{i2}, \dots, \text{ and } Z_p(t) \text{ is } \\ & M_{ip}, J(t) \text{ is } H_i^1, \dots, \text{ and } J(t) \text{ is } H_i^{q_i} \\ \text{Then} \quad & u_i = \left\{ \sum_{i=1}^{q_i} m_i^n(J(t)) * K_i^n \right\} x(t) \end{aligned} \quad (5)$$

dimana  $q_i$  adalah jumlah koefisien *gain* dari subsistem  $i$ ,  $m_i^n$  adalah derajat keanggotaan untuk  $J(t)$ ,  $K_i^n$  adalah *state feedback gain* ke  $n$  yang terkait dengan subsistem  $i$ , dan  $H_i^n$  adalah fungsi keanggotaan untuk  $J(t)$  yang didefinisikan dalam aturan  $i$ .  $J(t)$  adalah istilah yang menggambarkan indeks kinerja yang dipilih. Misalnya, jika seseorang ingin membatasi besaran dari sinyal kontrol  $u(t)$ , maka  $J(t) = |u(t)|$ .

Untuk menentukan kondisi rendah dan tingginya suatu sinyal kontrol digunakan (6).

$$u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) u_i(t) \quad ; \quad i = 1, 2 \quad (6)$$

dengan,

$$u_i = \sum_{i=1}^2 m_i K_i^n x(t) \quad \text{dan} \quad m_i = \frac{\mu_i(x_2(t))}{\sum_{i=1}^2 \mu_i(x_2(t))} \quad (7)$$

Dalam perancangan sistem kontrol *tracking* digunakan model kompensator. *Gain* kompensator dan *gain*

kontroler diperoleh dengan menggunakan teknik *pole placement*. Model kompensator dapat ditulis seperti pada (8).

$$\begin{aligned} \dot{x}_c &= A_c x_c + B_c e \\ y_c &= C_c \end{aligned} \tag{8}$$

Dengan  $x_c \in R^{nc}$  adalah *state* kompensator,  $r \in R^q$  adalah sinyal referensi,  $e \in R^q$  adalah *tracking error*  $= r - y$ , dan

$$A_c = \text{diagonal blok } \underbrace{\begin{Bmatrix} A & A & \dots & A \end{Bmatrix}}_q,$$

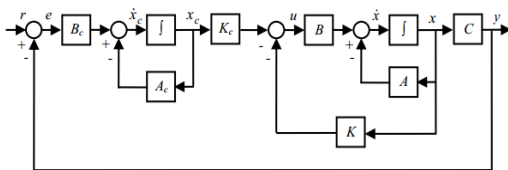
$$B_c = \text{diagonal blok } \underbrace{\begin{Bmatrix} B & B & \dots & B \end{Bmatrix}}_q$$

dimana  $A$  adalah matriks polinomial karakteristik dari sinyal referensi, misal,  $\phi(s) = s^l + \alpha_{l-1}s^{l-1} + \dots + \alpha_1s + \alpha_0$ , sehingga,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ \vdots & & I_{l-1} & \\ 0 & & & \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & \dots & -\alpha_{l-1} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Pada Gambar 2, Apabila model kompensator seperti pada (8) dan persamaan *state* dari *plant*

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{9}$$



Gambar 2. Sistem Kontrol *Tracking* Tipe Kompensator

Maka dapat dibuat *augmented system*

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -B_c C & A_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ B_c \end{bmatrix} r \tag{10}$$

dan sinyal kontrol

$$u = -[K \quad K_c] \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} \tag{11}$$

### III. PERANCANGAN SISTEM KONTROL

Dari (1), didapatkan persamaan model linear untuk sistem pendulum kereta yang ditunjukkan pada (12).

$$\dot{x} = A_i x(t) + B_i u(t) \quad ; \quad i = 1, 2 \tag{12}$$

dengan

$$A_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_3} & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_3(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3(x)}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3(x)}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_4(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_4(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_4(x)}{\partial x_3} & \frac{\partial f_4(x)}{\partial x_4} \end{bmatrix}_{x=x^*}$$

$$B_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1(x, u)}{\partial u} \\ \frac{\partial h_2(x, u)}{\partial u} \\ \frac{\partial h_3(x, u)}{\partial u} \\ \frac{\partial h_4(x, u)}{\partial u} \end{bmatrix}_{x=x^*}$$

Sesuai dengan (13), linearisasi hanya dapat dilakukan pada  $x_1$  dan  $x_2$  sedangkan nilai untuk  $x_3$  dan  $x_4$  dipilih 0. Karena nilai  $x_1$  tidak berpengaruh, maka  $x_1$  dipilih 0 sehingga linearisasi akan dilakukan pada nilai  $x_2$  saja, yaitu di titik  $x_2=0$  rad dan  $x_2=\pm 0,2965$  rad dengan sinyal kontrol  $u=0$ .

$$x_e = [k \quad n\pi \quad 0 \quad 0]^T \quad ; \quad u_e = 0 \tag{13}$$

Hasil linearisasi pada sudut 0 radian (0 derajat)

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1,0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0000 \\ 0 & 0,2524 & 0 & -0,0001 \\ 0 & 15,0319 & 0 & -0,0079 \end{bmatrix} \quad ; \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,8272 \\ 1,2370 \end{bmatrix}$$

Hasil linearisasi pada sudut 0,2965 radian (17 derajat)

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1,0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0000 \\ 0 & 0,2078 & 0 & -0,0001 \\ 0 & 14,2815 & 0 & -0,0079 \end{bmatrix} \quad ; \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,8254 \\ 1,1804 \end{bmatrix}$$

Matriks keluaran untuk titik kerja tersebut adalah:

$$C_1 = C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad ; \quad D_1 = D_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan model *fuzzy* T-S, maka aturan *plant* pada (2) dapat disusun sebagai berikut:

Aturan *plant* ke-1:

$$\begin{aligned} \text{If} \quad & x_2(t) \text{ is } M_1(t) \quad (\text{sekitar } 0 \text{ rad}) \\ \text{Then} \quad & \dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t) \\ & y(t) = C_1 x(t) \end{aligned} \tag{14}$$

Aturan *plant* ke-2:

$$\begin{aligned} \text{If} \quad & x_2(t) \text{ is } M_2(t) \quad (\text{sekitar } \pm 0,2965 \text{ rad}) \\ \text{Then} \quad & \dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t) \\ & y(t) = C_2 x(t) \end{aligned} \tag{15}$$

Sinyal referensi yang digunakan berupa sinyal sinusoidal. Transformasi Laplace dari sinyal referensi  $r(t) = 0,1 \sin(0,2\pi t)$  adalah  $R(s) = 0,0628/s^2 + 0,3948$ , sehingga parameter model kompensator pada (8) adalah

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0,3948 & 0 \end{bmatrix} \quad ; \quad B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,0628 \end{bmatrix}$$

Dari bentuk *augmented system* pada (10) dapat dibentuk subsistem lup tertutup sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} A_i & 0 \\ -B_c C_i & A_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix} [K_i \quad K_{ci}] \quad ; \quad i = 1, 2$$

Berdasarkan kedua subsistem tersebut didapatkan enam *state*, sehingga dibutuhkan penentuan enam *pole*. Dalam penentuan *pole*, terlebih dahulu harus menentukan *pole* dominannya. Diasumsikan bahwa setiap subsistem terdiri dari dua *pole* yang dominan sehingga kedua subsistem tersebut dapat dipandang sebagai sistem orde kedua. Misalkan *pole* lup tertutup yang diinginkan untuk subsistem ke-*i* adalah

$$\lambda_i = [\lambda_{i1} \ \lambda_{i2} \ \lambda_{i3} \ \lambda_{i4} \ \lambda_{i5} \ \lambda_{i6}] ; i = 1, 2 \quad (16)$$

Selanjutnya, untuk menyusun aturan kontroler digunakan konsep PDC Modifikasi. Dalam PDC Modifikasi, *state feedbackgain* untuk setiap subsistem diperoleh dari beberapa kondisi sinyal kontrol, sinyal kontrol tinggi dan sinyal kontrol rendah.

*Pole* dominan pada (10), yaitu  $\lambda_{i1}$  dan  $\lambda_{i2}$ . *Pole* dominan ini ditentukan berdasarkan rasio peredaman ( $\zeta$ ) dan frekuensi alami tak teredam ( $\omega_n$ ). Untuk meminimalkan *maximum overshoot*, *rise time*, dan *settling time*, kedua *pole* yang dominan dirancang agar subsistem 1 (linearisasi pada  $x_2 = 0$  rad) menjadi subsistem redaman kritis dan subsistem 2 (linearisasi pada  $x_2 = \pm 0,2965$  rad) menjadi subsistem redaman kurang.

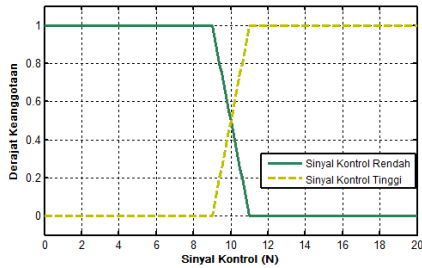
*Pole-pole* yang lain pada subsistem 1 ditentukan sebagai berikut:

$$\lambda_{i3} = \lambda_{i4} = \lambda_{i5} = \lambda_{i6} = 2\lambda_{i1} \quad (17)$$

Sedangkan *pole-pole* lain pada subsistem 2 dapat ditentukan sebagai berikut:

$$\lambda_{23} = \lambda_{24} = \lambda_{25} = \lambda_{26} = 2\Re(\lambda_{21}) \quad (18)$$

Pada PDC Modifikasi, *state feedbackgain* untuk setiap subsistem diperoleh dari dua kondisi sinyal kontrol, yaitu sinyal kontrol tinggi dan sinyal kontrol rendah.



Gambar 3. Fungsi Keanggotaan untuk Sinyal Kontrol

Aturan kontrol untuk PDC Modifikasi dapat dilihat pada (5). Untuk menentukan kondisi rendah dan tingginya suatu sinyal kontrol digunakan (19).

$$u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))u_i(t) ; i = 1, 2 \quad (19)$$

dengan,

$$u_i = \sum_{i=1}^2 m_i K_i^n x(t) \text{ dan } m_i = \frac{\mu_i(x_2(t))}{\sum_{i=1}^2 \mu_i(x_2(t))} \quad (20)$$

Untuk mendapatkan nilai sinyal kontrol secara keseluruhan, (20) dapat disubstitusikan pada (19), sehingga diperoleh:

$$u_{total}(t) = h_1(z(t))u_1(t) + h_2(z(t))u_2(t) \quad (21)$$

dengan

$$u_1 = \left( \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} K_1^1 \right) + \left( \frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} K_1^2 \right)$$

$$u_2 = \left( \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} K_2^1 \right) + \left( \frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} K_2^2 \right)$$

maka dari (21) akan menjadi:

$$u_{total}(t) = h_1(z(t)) \left( \left( \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} K_1^1 \right) + \left( \frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} K_1^2 \right) \right) (t)$$

$$+ h_2(z(t)) \left( \left( \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} K_2^1 \right) + \left( \frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} K_2^2 \right) \right) (t)$$

#### IV. HASIL PENGUJIAN SISTEM KONTROL

Pada bagian ini akan membahas mengenai hasil-hasil yang didapatkan dari simulasi menggunakan *software* MATLAB dengan perancangan yang telah dijelaskan pada bagian III. Simulasi dilakukan dengan linearisasi *plant* Sistem pendulum kereta dengan titik kerja 0 rad dan 0,2965 rad. Kemudian hasil dari simulasi akan digunakan sebagai acuan untuk implementasi sistem kontrol pada *plant* sistem pendulum kereta “*Digital pendulum Mechanical Unit 33-200*” dari *Feedback Instrument Ltd*.

Parameter yang digunakan pada simulasi dan implementasi ditunjukkan pada tabel 1.

Tabel 1.  
Nilai  $\omega_n$  untuk setiap percobaan

Titik Kerja	Percobaan 1	Percobaan 2	Percobaan 3
0 rad	High : $\omega_{11} = 1.2$	High : $\omega_{31} = 1.3$	High : $\omega_{51} = 1.5$
	Low : $\omega_{12} = 1.0$	Low : $\omega_{32} = 1.2$	Low : $\omega_{52} = 1.4$
0.2965 rad	High : $\omega_{21} = 1.5$	High : $\omega_{41} = 1.7$	High : $\omega_{61} = 1.9$
	Low : $\omega_{22} = 1.4$	Low : $\omega_{42} = 1.6$	Low : $\omega_{62} = 1.8$

Dari percobaan 1 diperoleh:

$$\lambda_1 = [-1, 2 \ -1, 2 \ -2, 4 \ -2, 4 \ -2, 4 \ -2, 4]$$

$$\lambda_2 = [-1 \ -1 \ -2 \ -2 \ -2 \ -2]$$

$$\lambda_3 = [-1, 2 + 0, 9i \ -1, 2 - 0, 9i \ -2, 4 \ -2, 4 \ -2, 4 \ -2, 4]$$

$$\lambda_4 = [-1, 12 + 0, 84i \ -1, 12 + 0, 84i \ -2, 24 \ -2, 24 \ -2, 24 \ -2, 24]$$

$$K_1 = [-15, 7291 \ 70, 1458 \ -12, 7154 \ 18, 1978]$$

$$K_2 = [-7, 1553 \ 49, 7994 \ -7, 1062 \ 12, 8299]$$

$$K_3 = [-19, 0073 \ 75, 8345 \ -14, 3081 \ 20, 1641]$$

$$K_4 = [-14, 1584 \ 65, 8936 \ -11, 4554 \ 17, 4917]$$

$$K_{c1} = [-36, 1270 \ 129, 2826]$$

$$K_{c2} = [-23, 9657 \ 39, 4046]$$

$$K_{c3} = [-16, 5101 \ 191, 5899]$$

$$K_{c4} = [-20, 9349 \ 127, 3804]$$

Dari percobaan 2 diperoleh:

$$\lambda_5 = [-1, 3 \ -1, 3 \ -2, 6 \ -2, 6 \ -2, 6 \ -2, 6]$$

$$\lambda_6 = [-1, 2 \ -1, 2 \ -2, 4 \ -2, 4 \ -2, 4 \ -2, 4]$$

$$\lambda_7 = [-1, 36 + 1, 02i \ -1, 36 - 1, 02i \ -2, 72 \ -2, 72 \ -2, 72 \ -2, 72]$$

$$\lambda_8 = [-1, 28 + 0, 96i \ -1, 28 - 0, 96i \ -2, 56 \ -2, 56 \ -2, 56 \ -2, 56]$$

$$K_5 = [-22, 1051 \ 82, 7150 \ -16, 4319 \ 21, 4916]$$

$$K_6 = [-15, 7291 \ 70, 1458 \ -12, 7154 \ 18, 1978]$$

$$K_7 = [-32, 2906 \ 99, 5853 \ -21, 4687 \ 26, 5266]$$

$$K_8 = [-24, 9951 \ 87, 0251 \ -17, 6301 \ 23, 1647]$$

$$K_{c5} = [-37, 5220 \ 208, 8885]$$

$$K_{c6} = [-36, 1270 \ 129, 2826]$$

$$K_{c7} = [15, 2265 \ 391, 4628]$$

$$K_{c8} = [-5, 4536 \ 277, 9330]$$

Dari percobaan 3 diperoleh:

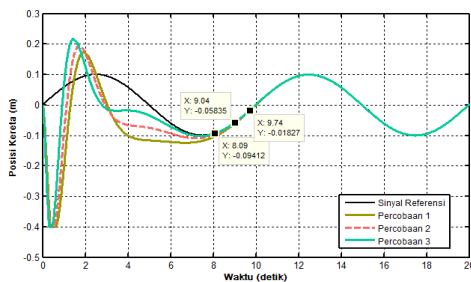
- $\lambda_9 = [-1,5, -1,5, -3, -3, -3]$
- $\lambda_{10} = [-1,4, -1,4, -2,8, -2,8, -2,8, -2,8]$
- $\lambda_{11} = [-1,52+1,14i, -1,52-1,14i, -3,04, -3,04, -3,04, -3,04]$
- $\lambda_{12} = [-1,44+1,08i, -1,44-1,08i, -2,88, -2,88, -2,88, -2,88]$
- $K_9 = [-40,3935 \ 113,5560 \ -26,0667 \ 29,5515]$
- $K_{10} = [-30,2276 \ 97,1188 \ -20,8554 \ 25,2581]$
- $K_{11} = [-51,5470 \ 129,3241 \ -30,9015 \ 34,4779]$
- $K_{12} = [-41,0759 \ 113,6374 \ -25,8746 \ 30,2851]$
- $K_{c9} = [-14,5435 \ 474,6420]$
- $K_{c10} = [-31,7821 \ 321,1085]$
- $K_{c11} = [101,2805 \ 723,8011]$
- $K_{c12} = [49,2724 \ 537,9250]$

A. Simulasi

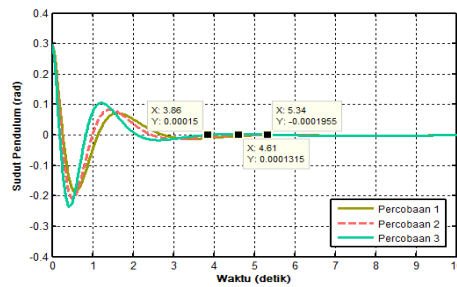
Pada Gambar 4 menunjukkan respon posisi kereta dalam satuan meter untuk tiga percobaan. Dapat diamati bahwa ketika waktu sekitar 0,3 detik kereta bergerak ke posisi yang berlawanan dengan sinyal referensi, yaitu pada posisi -0,4 m. Kemudian, juga dapat dilihat bahwa respon posisi kereta mengalami overshoot maksimal masing-masing sekitar 0,175 meter, 0,195 meter, dan 0,215 meter. Tetapi kereta mampu mengikuti sinyal referensi masing-masing setelah 9,74 detik, 9,04 detik, dan 8,09 detik. Nilai ISE simulasi dengan tiga nilai  $\omega_n$  yang berbeda ini adalah 0,2968, 0,2623, dan 0,2343.

Respon sudut pendulum ditunjukkan pada Gambar 5. Pada Gambar 5, dapat diamati bahwa pada percobaan 1 memiliki performansi yang cukup baik dibandingkan dengan yang lain. Hal ini dapat dibuktikan dengan nilai overshoot maksimal dan undershoot maksimal yang kecil yaitu sebesar 0,071 rad dan -0,187 rad. Sedangkan untuk percobaan 2 dan 3 memiliki overshoot maksimal sebesar 0,083 rad dan 0,1054 rad dan undershoot maksimal sebesar -0,2081 rad dan -0,2351 rad. Posisi sudut pendulum dapat stabil pada sudut sekitar 0 rad masing-masing setelah 5,34 detik, 4,61 detik, dan 3,86 detik.

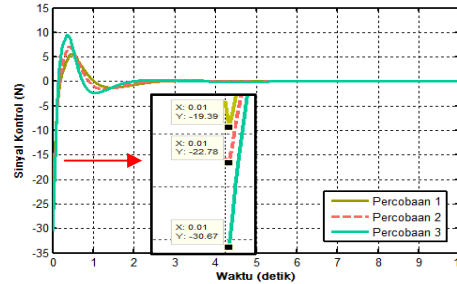
Sinyal kontrol dalam satuan Newton (N) dapat dilihat pada Gambar 6. Dapat dilihat bahwa nilai maksimum dari sinyal kontrol untuk tiga percobaan adalah -19,39 N, -22,78 N, -30,67 N.



Gambar 4. Respon posisi kereta



Gambar 5. Respon sudut pendulum

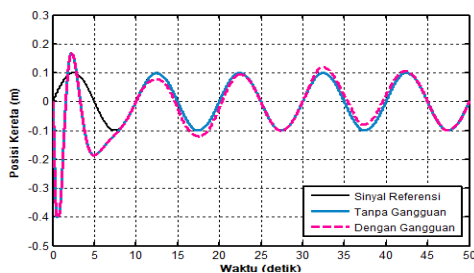


Gambar 6. Sinyal kontrol

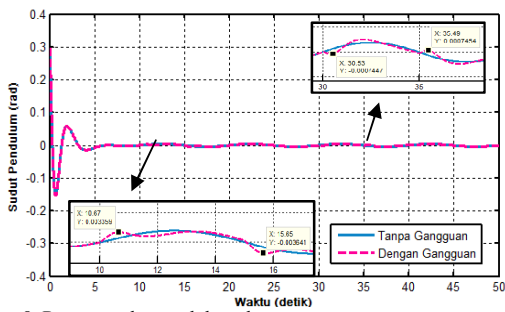
Untuk menguji performansi sistem kontrol tracking dilakukan dengan memberikan gangguan. Gangguan yang diberikan berupa sinyal pulsa sebesar 0,35 N pada  $t=10$  detik sampai  $t=15$  detik dan -0,35 N pada  $t=30$  detik sampai  $t=35$  detik. Nilai  $\omega_n$  yang digunakan yaitu nilai  $\omega_n$  pada percobaan 2. Hasil respon posisi kereta dengan gangguan dapat dilihat pada gambar 7. Dapat dilihat bahwa kereta berusaha melawan gangguan yang diberikan sehingga terjadi penyimpangan terhadap sinyal referensi. Saat diberi gangguan pada detik ke-10, kereta mengalami penyimpangan sebesar 0,0427 m. Pada detik ke-30, penyimpangan yang terjadi sebesar 0,0494 m. Nilai ISE simulasi dengan gangguan adalah sebesar 0,2619.

Pada gambar 8, saat gangguan diberikan, sudut pendulum mengalami penyimpangan sebesar 0,003 rad pada saat  $t=10$  detik dan -0,0007 rad pada saat  $t=30$  detik. Ketika gangguan dihilangkan, sudut pendulum mengalami penyimpangan kembali sebesar -0,003 rad pada saat  $t=15$  detik dan 0,0007 rad saat  $t=35$  detik.

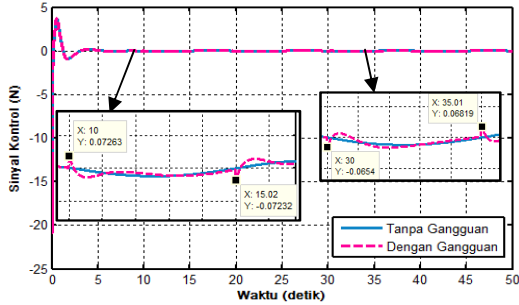
Sinyal kontrol yang dihasilkan oleh kontroler untuk simulasi ini dapat dilihat pada Gambar 9. Pada gambar tersebut dapat diamati bahwa pada saat diberikan gangguan, sinyal kontrol mengalami penyimpangan sebesar 0,07 N saat detik ke-10 dan -0,07 N saat detik ke-15. Sinyal kontrol kembali mengalami penyimpangan sebesar -0,06 N pada saat detik ke-30 dan 0,06 N saat detik ke-35. Adanya simpangan pada sinyal kontrol menunjukkan bahwa gangguan dapat dikompensasi oleh kontroler yang dirancang.



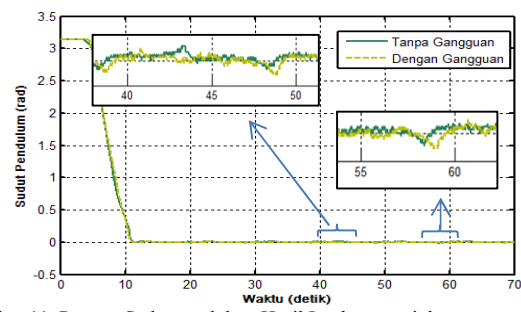
Gambar 7. Respon posisi kereta dengan gangguan



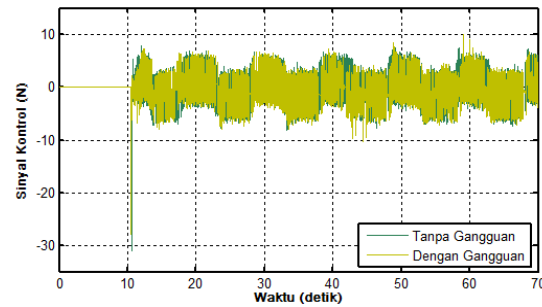
Gambar 8. Respon sudut pendulum dengan gangguan



Gambar 9. Sinyal Kontrol dengan Gangguan



Gambar 11. Respon Sudut pendulum Hasil Implementasi dengan Gangguan



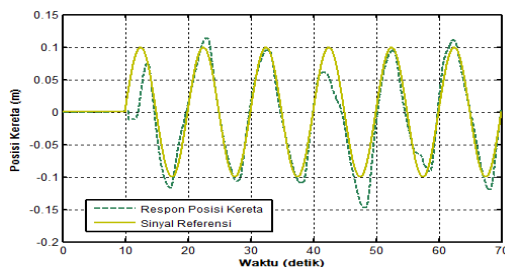
Gambar 12. Sinyal Kontrol dengan Gangguan

**B. Implementasi**

Pengujian performansi sistem kontrol pada implementasi dilakukan dengan memberikan gangguan. Gangguan yang diberikan yaitu berupa sinyal pulsa. Respon posisi kereta dengan gangguan dapat dilihat pada Gambar 10. Gangguan yang diberikan pada sistem pendulum-Kereta sebesar 1 N. Dapat dilihat bahwa kereta hasil implementasi mencoba mengikuti sinyal referensi setelah ± 13 detik. Pada detik ke-40 sampai detik ke-45, kereta mengalami penyimpangan sebesar 0,05 meter dari sinyal referensi.

Sudut pendulum dengan gangguan ditunjukkan pada gambar 11. Saat diberikan gangguan, posisi sudut pendulum mengalami penyimpangan dari posisi 0 rad, yaitu sekitar 0,01 rad saat t=40 detik dan -0,006 rad saat t=45 detik. Pada saat t=55 detik dan t=60 detik, sudut pendulum mengalami penyimpangan sebesar -0,006 rad dan 0,006 rad. Respon ini memiliki osilasi yang sama dengan kondisi tanpa gangguan yaitu sebesar 0,015 rad.

Sinyal kontrol yang dihasilkan untuk implementasi dengan gangguan dapat dilihat pada Gambar 12. ada gambar ini, respon sinyal kontrol dengan gangguan tidak terlalu banyak perbedaan jika dibandingkan dengan kondisi tanpa gagguan. Peyimpangan sesaat pada sinyal kontrol menunjukkan bahwa gangguan dapat dikompensasi oleh kontroler yang dirancang. Sinyal kontrol mengalami osilasi sebesar ± 5 N.



Gambar 10. Respon Posisi Kereta Hasil Implementasi dengan Gangguan

**V. KESIMPULAN**

Setelah melakukan pengujian pada makalah ini menggunakan sistem kontrol *fuzzy* Takagi-Sugeno dengan konsep PDC Modifikasi yang telah dirancang, dapat diambil kesimpulan bahwa ketika diberi gangguan, kontroler yang dirancang mampu mengikuti sinyal referensi meskipun terjadi penyimpangan pada saat  $10 \leq t \leq 15$  dan  $30 \leq t \leq 35$ . Pada respon posisi kereta, respon mengalami penyimpangan saat t=10 detik sebesar 0,0427 meter dan pada t=30 detik sebesar -0,0494 meter. Setelah gangguan dihilangkan, kereta kembali dapat mengikuti sinyal referensi. Sedangkan pada respon sudut pendulum, saat t=10 detik mengalami penyimpangan sebesar 0,003 rad dan -0,0007 rad pada saat t=30 detik. Penyimpangan juga terjadi pada sinyal kontrol. Saat t=10 detik, sinyal kontrol mengalami penyimpangan sebesar 0,07 Newton dan saat t=30 detik penyimpangan yang terjadi sebesar -0,06 Newton.

**DAFTAR PUSTAKA**

- [1] Ashfahani, A., "Kontrol *Tracking* Pada sistem pendulum Terbalik Berbasis Model *Fuzzy* Takagi-Sugeno Menggunakan Pendekatan BMI", *Tugas Akhir*, Jurusan Teknik Elektro FTI-ITS, Surabaya, 2010.
- [2] Bahruddin, A., "Implementasi sistem Kontrol Continuous *Tracking Fuzzy* pada Plant Inverted pendulum", *Proceeding Seminar Tugas Akhir*, Surabaya, 2009.
- [3] Hidayat, Rahmat, "Swing-up dan *Tracking* pada pendulum Terbalik Menggunakan Kontrol *Fuzzy*", *Proceeding Seminar Tugas Akhir*, Jurusan Teknik Elektro FTI-ITS, Surabaya, 2010.
- [4] Vafae, K., dan Geranmehr, B., "Controlling Inverted pendulum Using Performance-Oriented PDC Method", *Journal of Automation and Control*, vol. 2, no. 2 (2014): 39-44. doi: 10.12691/automation-2-2-1.
- [5] "Fuzzy Logic Toolbox", The Maths Works, 2002.